Movimiento stick-slip: inestabilidad de fricción y ciclo sísmico

Geofísica de medios granulares

Modelo masa-resorte de Burridge-Knopoff — stress drop — recurrencia sísmica

OBJETIVO

Observar y cuantificar el movimiento periódico **stick-slip** que surge cuando la fricción estática supera a la dinámica en el sistema masa-resorte. A partir de las señales de fuerza *F*(*t*) y desplazamiento *x*(*t*), se extraen el **stress drop** ΔF, los **intervalos de recurrencia**, la relación de fricciones μ_s/μ_d y la fracción de energía liberada por evento. El experimento reproduce fielmente el modelo de **Burridge-Knopoff** (1967) y permite trazar una analogía directa con el ciclo sísmico de fallas geológicas.

CONTEXTO FÍSICO

Inestabilidad de fricción: la condición stick-slip

La fricción entre dos superficies en contacto no es una constante: la fuerza necesaria para iniciar el deslizamiento (**fricción estática**, μ_s) es mayor que la que se opone al movimiento ya iniciado (**fricción dinámica**, μ_d). Esta diferencia $\mu_s > \mu_d$ es la condición necesaria y suficiente para la existencia de stick-slip. Si $\mu_s = \mu_d$, el deslizamiento es continuo y suave, sin instabilidades.

El modelo masa-resorte (Burridge-Knopoff, 1967)

Un bloque de masa *m* descansa sobre una superficie que se mueve a velocidad constante *v*. El bloque está conectado a una pared fija por un resorte de rigidez *k*. Mientras la fuerza del resorte no supera $\mu_s mg$, el bloque se mueve con la superficie (**fase stick**). Cuando la fuerza alcanza ese umbral, el bloque desliza bruscamente (**fase slip**). La ecuación de movimiento durante el slip es:

$$\mathrm{m}\ \mathrm{d}^2x/\mathrm{d}t^2 = -k(x - x_0) - \mu_d mg$$

cuya solución es un movimiento oscilatorio centrado en $x_0 = -\mu_d mg/k$. La frecuencia natural del oscilador es $\omega_0 = \sqrt{(k/m)}$ y el período de las oscilaciones es $T_0 = 2\pi\sqrt{(m/k)}$. La duración de la fase stick es aproximadamente $t_{stick} \approx (mg/(kv))(\mu_s - \mu_d)$.

Patrón de diente de sierra

La traza *F*(*t*) del experimento presenta el patrón clásico de **dientes de sierra**: crecimiento lineal durante el stick (el resorte acumula energía elástica a tasa $\mathrm{d}F/\mathrm{d}t \approx kv$) seguido de una caída abrupta durante el slip (la energía se libera). La señal de posición *x*(*t*) permanece constante durante el stick y retrocede bruscamente durante el slip. A altas velocidades de tracción, el stick-slip desaparece y el deslizamiento se vuelve suave y continuo.

Stress drop y análogos sismológicos

El análogo directo del **stress drop** sísmico es la caída de fuerza $\Delta F = F_{max} - F_{min}$ durante cada evento slip. La fracción de energía elástica almacenada en el resorte que se libera en cada evento es:

$$E_{lib} / E_{acum} = 1 - (F_{min} / F_{max})^2$$

El **intervalo de recurrencia** —tiempo entre eventos sucesivos— es el análogo del ciclo sísmico de una falla. En el experimento, este intervalo es aproximadamente constante cuando la pesa cae libremente, y puede variar si hay fluctuaciones en la fricción del sistema.

Tasa de carga y velocidad tectónica

La tasa de acumulación de fuerza durante el stick, $dF/dt \approx kv$, es el análogo de la **tasa de carga tectónica** en una falla real, proporcional a la velocidad relativa de las placas (típicamente mm/año a cm/año). En el experimento, la velocidad de tracción v queda fijada por la masa colgante: una pesa mayor produce mayor velocidad, mayor tasa de carga y menores intervalos de recurrencia.

Conexión geofísica: el modelo de Burridge-Knopoff

El modelo de Burridge-Knopoff (1967) es la piedra angular de la sismología teórica. La analogía entre el experimento y el ciclo sísmico es completa: fase stick = período intersísmico (acumulación de esfuerzos en la falla); fase slip = terremoto (liberación súbita de energía); ΔF = caída de esfuerzo cosísmica (stress drop); Δx = deslizamiento cosísmico. La ley de fricción **rate-and-state** (Dieterich, 1979) generaliza este modelo con una dependencia de μ en la velocidad de deslizamiento y en el historial de contacto, y es la base de los modelos modernos de nucleación de terremotos.

Ley de Gutenberg-Richter

En un sistema de múltiples bloques (cadena de Burridge-Knopoff), los eventos de deslizamiento siguen una distribución de tamaños en ley de potencia análoga a la **ley de Gutenberg-Richter**: $\log_{10} N(>\Delta F) = a - b \cdot \Delta F$, donde $b \approx 1$ para terremotos reales. Con un solo bloque se obtiene una distribución estrecha de ΔF, pero la representación en escala log-log ilustra el concepto.

DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO

Se construye un sistema masa-resorte sobre una superficie horizontal. Un bloque está conectado a un soporte fijo mediante un resorte y una celda de carga. Una cinta de papel pasa bajo el bloque y, a través de una **roldana**, arrastra el sistema con la fuerza de una pesa colgante. La velocidad de tracción queda fijada por el equilibrio entre la fuerza gravitatoria de la pesa y la fricción del sistema. Se registran simultáneamente la fuerza $F(t)$ y la distancia bloque-soporte $x(t)$.

Procedimiento

1. Calibrar el resorte: medir la constante k cargando pesas conocidas y registrando el alargamiento (curva F vs δ). El valor de k es necesario para estimar ω_0 y t_{stick}.

2. Montar el sistema: fijar el resorte entre el soporte rígido y el bloque; hacer pasar la cinta bajo el bloque y por la roldana; colgar la pesa para generar una tracción cuasi-constante.

3. Registrar F(t) y x(t) durante al menos 5 eventos stick-slip bien definidos. Exportar los datos en formato CSV.

4. Repetir con al menos dos superficies distintas (e.g., madera lisa y madera con lija) para comparar μ_s/μ_d.

5. Variar la masa colgante y observar la transición del régimen stick-slip hacia deslizamiento suave al aumentar la fuerza de tracción.

ANÁLISIS DE DATOS

El análisis extrae los parámetros del ciclo stick-slip a partir de las señales crudas F(t) y x(t). Se recomienda trabajar en Python/pandas.

Paso 1: Visualizar señales crudas

Cargar el CSV y graficar F(t) y x(t) en el mismo eje de tiempo. Identificar visualmente el patrón de dientes de sierra en F(t) y la secuencia de mesetas (stick) y saltos (slip) en x(t). Delimitar el intervalo de tiempo donde los eventos son regulares y descartar la zona de régimen no estacionario al inicio y al final.

Paso 2: Detectar eventos stick-slip

Aplicar un suavizado leve a F(t) (media móvil de ±0,1 s) para reducir el ruido sin distorsionar los picos. Detectar los máximos locales (F_{max}, inicio del slip) y los mínimos locales (F_{min}, fin del slip) usando un umbral de prominencia. Construir una tabla de eventos con tiempo de pico, F_{max}, tiempo de valle y F_{min}.

Paso 3: Calcular el stress drop

Para cada evento calcular $\Delta F = F_{max} - F_{min}$. Graficar ΔF en función del número de evento. Calcular el valor medio de ΔF y la desviación estándar. ¿Existe una tendencia creciente o decreciente con el número de evento?

Paso 4: Intervalos de recurrencia

Calcular el tiempo entre picos sucesivos: $\Delta t_i = t_{pico,i} - t_{pico,i-1}$. Graficar Δt_i en función del número de evento. Calcular el promedio y la desviación estándar. La variabilidad refleja las fluctuaciones en la velocidad de tracción.

Paso 5: Coeficientes de fricción

Si se conoce la masa del bloque, calcular $\mu_s = F_{max}/(mg)$ y $\mu_d = F_{min}/(mg)$. Si no se conoce la masa, calcular la relación $\mu_s/\mu_d = F_{max}/F_{min}$. Verificar que $\mu_s/\mu_d > 1$ en todos los eventos: esta es la condición necesaria para la existencia de stick-slip.

Paso 6: Diagrama de fase F vs x

Construir el diagrama F vs x coloreando los puntos por tiempo. Cada ciclo stick-slip traza un lazo: la fuerza crece verticalmente durante el stick (posición constante) y cae con desplazamiento durante el slip. Este diagrama es el análogo del diagrama esfuerzo-deslizamiento del ciclo sísmico.

Paso 7: Análisis energético

Calcular la fracción de energía elástica liberada por evento: $E_{lib}/E_{acum} = 1 - (F_{min}/F_{max})^2$. ¿Qué fracción de la energía acumulada se libera en promedio? Comparar con la observación sismológica de que los terremotos liberan típicamente 50–90 % del esfuerzo acumulado.

PREGUNTAS PARA LA DISCUSIÓN

1. ¿El patrón de F(t) corresponde al diente de sierra teórico? ¿Las fases stick (crecimiento lineal) y slip (caída abrupta) son claramente distinguibles? Describir cualquier irregularidad observada y su posible origen físico.

2. ¿La condición $\mu_s/\mu_d > 1$ se verifica en todos los eventos? ¿Por qué esta condición es necesaria para que exista stick-slip y no deslizamiento continuo? ¿Qué ocurriría si $\mu_s = \mu_d$?

3. Graficar el stress drop ΔF en función del número de evento. ¿Existe una tendencia sistemática? ¿Qué interpretación física tiene un aumento progresivo de ΔF a lo largo de la prueba?

4. ¿Los intervalos de recurrencia son constantes? ¿Cómo se relaciona la variabilidad observada con la velocidad de tracción? Discutir la analogía con la variabilidad del ciclo sísmico real y los factores que la producen en fallas naturales.

5. Construir el diagrama de fase F vs x. ¿Los lazos son regulares y cerrados? ¿Qué indica la forma del lazo sobre el mecanismo de disipación de energía durante el slip? Comparar con el diagrama esfuerzo-deslizamiento del ciclo sísmico.

6. ¿Qué fracción de la energía elástica se libera en cada evento? ¿Es consistente con la observación sismológica de que los terremotos liberan una fracción significativa (pero no total) del esfuerzo acumulado? Discutir el concepto de *partial stress drop*.

7. Comparar los resultados para dos superficies diferentes (e.g., madera lisa vs. madera con lija). ¿Cómo cambia μ_s/μ_d? ¿Qué efecto tiene esto sobre la amplitud del stress drop y el intervalo de recurrencia?

8. El modelo de un solo bloque produce eventos de tamaño casi uniforme. ¿Qué modificación del experimento permitiría obtener una distribución de tamaños análoga a la ley de Gutenberg-Richter? Describir cómo se podría implementar una cadena de Burridge-Knopoff en el laboratorio.

RESULTADOS ESPERADOS

Los valores siguientes corresponden a la configuración típica del laboratorio (bloque sobre madera con lija, resorte $k \approx 10$–20 N/m, tracción por roldana con pesa):

- Número de eventos bien definidos: 4–7 por prueba.
- Stress drop medio: ΔF ≈ 6–9 N; desviación estándar ≈ 1–2 N.
- Relación de fricción: $\mu_s/\mu_d \approx 2{,}5$–$6$ (confirma $\mu_s > \mu_d$).
- Fracción de energía liberada por evento: 80–100 %.
- Intervalo de recurrencia medio: 1,0–1,5 s; variabilidad ≈ 10 %.
- El diagrama F vs x muestra lazos bien definidos con caída clara de fuerza y desplazamiento positivo durante el slip.
- Para madera con lija: eventos más regulares y mayor contraste μ_s/μ_d que para madera lisa.

REFERENCIAS

[1] J. Duran, *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*, Springer (2000). Cap. 2, Sec. 2.2.1, Figs. 19–20.

[2] R. Burridge, L. Knopoff, *Model and theoretical seismicity*, Bull. Seismol. Soc. Am. **57**, 341–371 (1967). — Modelo original masa-resorte para la dinámica sismogénica de fallas.

[3] J. H. Dieterich, *Modeling of rock friction: 1. Experimental results and constitutive equations*, J. Geophys. Res. **84**, 2161–2168 (1979). — Ley de fricción rate-and-state.

[4] B. Gutenberg, C. F. Richter, *Frequency of earthquakes in California*, Bull. Seismol. Soc. Am. **34**, 185–188 (1944). — Ley de distribución de magnitudes.

[5] J. M. Carlson, J. S. Langer, *Mechanical model of an earthquake fault*, Phys. Rev. A **40**, 6470–6484 (1989). — Extensión del modelo Burridge-Knopoff a múltiples bloques.

[6] C. Marone, *Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting*, Annu. Rev. Earth Planet. Sci. **26**, 643–696 (1998). — Revisión de fricción de roca y su conexión con sismología.