

Leyes de fricción de Amontons-Coulomb

Geofísica de medios granulares

Fricción estática y dinámica — ley de Coulomb — independencia del área de contacto

OBJETIVO

Verificar las tres leyes fundamentales de la fricción seca formuladas por Amontons (1699) y Coulomb (1781): (1) la fuerza de fricción es proporcional a la carga normal; (2) es independiente del área de contacto aparente; (3) el coeficiente estático μ_s supera al dinámico μ_d . Se miden μ_s y μ_d por dos métodos complementarios —tracción horizontal y plano inclinado— y se comparan los resultados para distintas combinaciones de materiales y superficies. El experimento es la base física del Experimento 6 (stick-slip): la condición $\mu_s > \mu_d$ es la que hace posible la inestabilidad sísmica.

CONTEXTO FÍSICO

Las leyes de Amontons-Coulomb

Cuando un bloque de peso $P = Mg$ reposa sobre una superficie horizontal, la fuerza tangencial mínima necesaria para mantenerlo en movimiento uniforme es la **fuerza de fricción dinámica** $T = \mu_d P$. La fuerza necesaria para *iniciar* el movimiento es mayor: $T_s = \mu_s P$. En ambos casos la proporcionalidad con P —la primera ley de Amontons— es la expresión central de la **ley de Coulomb**:

$$T = \mu P$$

Esta relación es notablemente universal: μ depende del par de materiales en contacto pero no de la velocidad de deslizamiento (en primera aproximación), no de la masa, ni del tamaño del bloque.

Independencia del área de contacto aparente

La segunda ley de Amontons establece que la fuerza de fricción no depende del área geométrica de contacto. Esto es contraintuitivo pero se explica a nivel microscópico: las superficies reales son rugosas y el contacto efectivo ocurre solo en un conjunto de micro-asperezas (junctions). El área real de contacto A_{real} es proporcional a P e independiente del área aparente A_{ap} . La fricción surge de la cizalla de estas junctions, cuya fuerza total es $\tau_c \cdot A_{\text{real}} \propto P$, recuperando la ley de Coulomb.

Para verificarlo experimentalmente se compara μ medido con distintas caras del mismo bloque: si la ley se cumple, el coeficiente debe ser el mismo independientemente de qué cara esté en contacto con la superficie.

Fricción estática, dinámica y ángulo de fricción

La diferencia $\mu_s > \mu_d$ no es una propiedad trivial del material: refleja que las junctions entre asperezas tienen tiempo de crecer y soldarse mientras el bloque está en reposo (*aging* de los contactos). Una vez iniciado el movimiento, el área real de contacto disminuye y la resistencia cae a μ_d .

En el **plano inclinado**, el bloque desliza cuando la componente tangencial del peso supera la fricción estática máxima. El ángulo crítico θ_c al que comienza el deslizamiento satisface:

$$\mu_s = \tan(\theta_c)$$

Este método es más robusto que la tracción horizontal porque no requiere una celda de carga calibrada: basta un transportador para medir θ_c .

Límites de validez de la ley de Coulomb

La ley de Coulomb falla en varios regímenes. A velocidades muy bajas, la fricción puede aumentar con la velocidad (*velocity strengthening*), lo que produce deslizamiento estable. A velocidades más altas, puede

disminuir (*velocity weakening*), desestabilizando el contacto y favoreciendo el stick-slip. Esta dependencia con la velocidad es la base de la **ley de fricción rate-and-state** (Dieterich-Ruina), que generaliza la ley de Coulomb e introduce el tiempo de contacto como variable de estado.

Conexión geofísica

Las leyes de fricción de Coulomb gobiernan tres fenómenos geofísicos fundamentales. En **mecánica de fallas**, μ determina el umbral de ruptura y el stress drop de los terremotos; la diferencia $\mu_s - \mu_d$ controla si una falla desliza en modo stick-slip (terremotos) o de forma estable. En **estabilidad de taludes**, el criterio de Mohr-Coulomb $\tau = c + \sigma \tan(\phi)$ —donde β es el ángulo de fricción interna $\phi \approx \arctan(\mu)$ — determina cuándo una ladera falla. En **flujo granular**, la relación μ_s/μ_d controla la dinámica intermitente de avalanchas y el ángulo de reposo del material (que se estudia en el Experimento 1).

DESCRIPCIÓN DEL EXPERIMENTO

El experimento combina dos montajes complementarios para medir μ_s y μ_d sobre distintos pares de materiales.

Método de tracción horizontal

Un bloque de masa conocida se apoya sobre la superficie de estudio. La carga normal se varía sistemáticamente colocando pesas encima del bloque, de modo que $P = (M_{\text{bloque}} + M_{\text{pesas}})g$. Para cada valor de P se aplica una tracción horizontal mediante una cuerda que pasa por una roldana y sostiene una pesa colgante; la fuerza de tracción T se registra con la celda de carga. Se busca tanto la fuerza umbral de arranque (μ_s) como la fuerza de arrastre en movimiento uniforme (μ_d). Para verificar la independencia del área de contacto se repite la medición apoyando el bloque en sus diferentes caras (manteniendo la misma masa total).

Método del plano inclinado

El bloque se coloca sobre un plano inclinado cuyo ángulo se aumenta lentamente. El ángulo θ_c al que el bloque comienza a deslizar se lee directamente en el transportador y da $\mu_s = \tan(\theta_c)$. Si se golpea suavemente el plano para vencer la adhesión estática y se mide el ángulo mínimo al que el movimiento ya iniciado se sostiene, se obtiene una estimación de μ_d . Se recomienda realizar ambas mediciones para los mismos pares de materiales que en el método horizontal y comparar los resultados.

ANÁLISIS DE DATOS

Paso 1: Ley de Coulomb — curva T vs P

Para cada par de materiales, graficar la fuerza de arrastre T en función de la carga normal P . Si la ley de Coulomb se cumple, los puntos deben alinearse sobre una recta que pasa por el origen. Ajustar la recta por mínimos cuadrados: la pendiente es μ_d y la ordenada al origen debe ser compatible con cero. Una ordenada al origen significativamente distinta de cero indica adhesión o una fuerza de fricción que no escala con P .

Paso 2: Fricción estática

Registrar la fuerza máxima antes del arranque para cada valor de P . Graficar T_s vs P y ajustar la pendiente para obtener μ_s . Comparar con μ_d : el cociente μ_s/μ_d cuantifica la inestabilidad potencial del contacto.

Paso 3: Independencia del área de contacto

Construir una tabla con los valores de μ_d obtenidos con cada cara del bloque. Si la segunda ley de Amontons se cumple, los valores deben ser estadísticamente indistinguibles. Calcular el promedio y la desviación estándar entre caras y evaluar si las diferencias son significativas respecto al error experimental de la pendiente.

Paso 4: Método del plano inclinado

Para cada par de materiales, realizar al menos cinco mediciones de θ_c y calcular $\mu_s = \tan(\theta_c)$. Propagar el error: si la incertidumbre en θ_c es $\delta\theta$, la incertidumbre en μ_s es $\delta\mu_s = \delta\theta / \cos^2(\theta_c)$. Comparar los valores obtenidos con los del método de tracción horizontal.

Paso 5: Comparación entre materiales

Construir una tabla resumen con μ_s y μ_d para cada combinación de materiales (madera/madera, madera/lija, bloque/vidrio, etc.). Calcular la diferencia relativa $(\mu_s - \mu_d)/\mu_s$ para cada caso y discutir cuáles combinaciones son más propensas al stick-slip.

PREGUNTAS PARA LA DISCUSIÓN

1. ¿La relación T vs P es lineal para todos los materiales ensayados? ¿La recta pasa por el origen? Discutir qué significaría una ordenada al origen positiva (adhesión) o negativa.
2. ¿El coeficiente de fricción depende del área de contacto aparente? Presentar los valores obtenidos con distintas caras del bloque y evaluar si las diferencias son significativas. ¿Qué mecanismo microscópico explica la independencia del área?
3. ¿Cuál es el cociente μ_s/μ_d para cada par de materiales? ¿Para qué combinación es mayor? ¿Cómo se relaciona este cociente con la tendencia de ese par a exhibir movimiento stick-slip?
4. Comparar los valores de μ_s obtenidos por el método de tracción horizontal y por el plano inclinado. ¿Son consistentes? Discutir las fuentes de discrepancia (velocidad de carga, vibración del plano, paralelismo del tirón).
5. La ley de Coulomb predice que μ no depende de la velocidad. En el método de tracción horizontal, ¿varía T si se arrastra el bloque a distintas velocidades? ¿En qué dirección? ¿Qué implicancias tiene para el modelo de fricción rate-and-state?
6. ¿Por qué la diferencia $\mu_s - \mu_d$ es condición necesaria para que exista stick-slip? Demostrar que si $\mu_s = \mu_d$ el bloque deslizaría de forma continua sin inestabilidades.
7. En mecánica de fallas, el criterio de Mohr-Coulomb establece que una falla desliza cuando el esfuerzo cortante supera $\tau = c + \sigma_n \tan(\phi)$, donde ϕ es el ángulo de fricción interna. ¿Cómo se relaciona ϕ con θ_c del plano inclinado? ¿Qué rol juega la cohesión c en rocas consolidadas versus granulares?
8. A partir de los valores medidos, estimar el ángulo de reposo esperado para un material granular compuesto por granos del mismo material que el bloque. Comparar con el valor típico del experimento de avalanchas (Experimento 1). ¿Son compatibles?
9. Comparar la medición del coeficiente de fricción en un experimento estático —inicio del movimiento— con su estimación a partir de un régimen stick-slip. ¿Qué diferencias físicas representan μ_s y μ_d ? ¿Por qué su desigualdad es condición necesaria para la aparición de inestabilidades de tipo stick-slip?
10. En el modelo masa–resorte de Burridge-Knopoff, explicar el rol de los coeficientes de fricción estática y dinámica. ¿Cómo se relacionan con los valores F_{\max} y F_{\min} medidos experimentalmente en el régimen periódico? ¿Por qué la condición $\mu_s > \mu_d$ es necesaria para observar ciclos de stick-slip?
11. Si el coeficiente de fricción se midiera únicamente en condiciones estáticas, ¿sería posible predecir la aparición de stick-slip? Discutir qué información adicional aporta la medición de la fricción dinámica y cómo la diferencia $\mu_s - \mu_d$ controla la estabilidad del sistema.

RESULTADOS ESPERADOS

Valores típicos del coeficiente de fricción para pares de materiales comunes:

- Madera sobre madera: $\mu_s \approx 0,35-0,50$; $\mu_d \approx 0,25-0,40$.
- Bloque sobre papel de lija: $\mu_s \approx 0,55-0,70$; $\mu_d \approx 0,45-0,60$.
- Plástico sobre vidrio: $\mu_s \approx 0,35-0,45$; $\mu_d \approx 0,25-0,35$.
- Metal sobre metal (sin lubricante): $\mu \approx 0,6-1,0$.
- La relación T vs P es lineal con $R^2 > 0,98$ y ordenada al origen compatible con cero.
- El coeficiente de fricción es el mismo (dentro de la incertidumbre experimental) para las distintas caras del bloque, confirmando la independencia del área aparente.
- μ_s supera a μ_d en un 10–25 % para la mayoría de los pares ensayados.
- Los valores de μ_s por ambos métodos (tracción horizontal y plano inclinado) coinciden dentro de un 5–10 %.

REFERENCIAS

- [1] J. Duran, *Sands, Powders, and Grains: An Introduction to the Physics of Granular Materials*, Springer (2000). Cap. 2, Sec. 2.2.1, Fig. 14.
- [2] G. Amontons, *De la résistance causée dans les machines*, Mém. Acad. R. Sci., 206–222 (1699). — Primeras dos leyes de fricción.
- [3] C. A. Coulomb, *Théorie des machines simples*, Mém. Math. Phys. Acad. Sci. **10**, 161–342 (1781). — Distinción estática/dinámica y ley de proporcionalidad con la carga normal.
- [4] F. P. Bowden, D. Tabor, *The Friction and Lubrication of Solids*, Oxford University Press (1950). — Interpretación microscópica de la fricción: junctions reales vs área aparente.
- [5] J. H. Dieterich, *Modeling of rock friction: 1. Experimental results and constitutive equations*, J. Geophys. Res. **84**, 2161–2168 (1979). — Ley de fricción rate-and-state y su aplicación a fallas.
- [6] C. Marone, *Laboratory-derived friction laws and their application to seismic faulting*, Annu. Rev. Earth Planet. Sci. **26**, 643–696 (1998). — Revisión del vínculo entre fricción de laboratorio y sismología.