Stewart, I. (2007). *Cartas a una joven matemática*. Madrid: Editorial Crítica. Pp. 51-58.

Rodeados de matemáticas

Querida Meg:

No me sorprende que estés «a la vez excitada y un poco intimidada», como tú dices, por el inminente acceso a la universidad. Déjame alabar tu buena intuición en ambas cosas. La competencia será más dura, el paso más rápido, el trabajo más difícil y el contenido mucho más interesante. Estarás encantada con tus profesores (con algunos de ellos) y con las ideas que te llevan a descubrir, y aterrorizada de que tantos de tus compañeros parezcan estar por delante de ti. Durante los seis primeros meses te preguntarás por qué la escuela te permitió entrar en la universidad. (Después de eso te preguntarás cómo entraron algunos de los demás.) Me pedías que te dijese algo que te inspirase. Nada técnico, sólo algo para tener en cuenta cuando las cosas se pongan difíciles.

Muy bien.

Como muchos matemáticos, extraigo mi inspiración de la naturaleza. Quizá la naturaleza no parezca muy matemática; uno no ve sumas escritas en los árboles. Pero la matemática no trata realmente de sumas. Trata de pautas y por qué se dan. Las pautas de la naturaleza son a la vez bellas e inagotables.

Estoy en Houston, Texas, en una estancia de investigación, y me hallo rodeado de matemáticas.

Houston es una ciudad enorme, muy extensa. Plana como una torta. Antes era una ciénaga, y cuando hay una tormenta fuerte trata de volver a su condición natural. Cerca del complejo de apartamentos donde nos hospedamos siempre que venimos de visita mi mujer y yo hay un canal con orillas de hormigón que desagua buena parte de la escorrentía de la lluvia. No siempre desagua lo suficiente; hace algunos años la carretera próxima estaba diez metros bajo el agua, y la planta baja del complejo de apartamentos estaba inundada. Pero sirve. Se llama Braes Bayou, y hay caminos a ambos lados. A Avril y a mí nos gusta dar paseos por el canal pantano; las orillas de hormigón no son precisamente bonitas, pero lo son más que las calles y aparcamientos que las rodean, y hay mucha vida salvaje: bagres en el río, montones de pájaros.

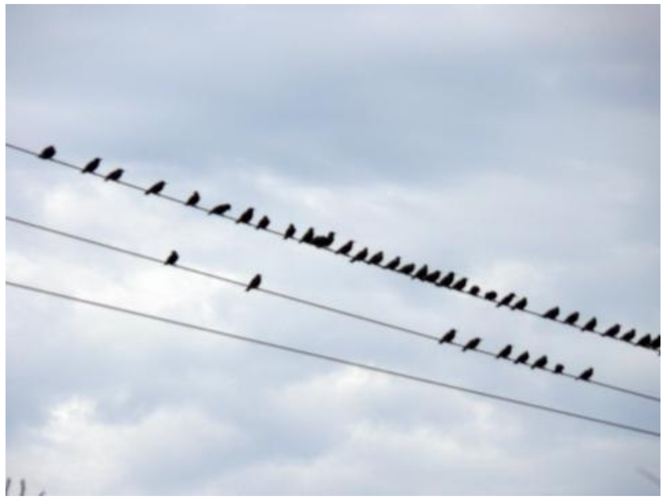
Cuando paseo por Braes Bayou, rodeado de vida salvaje, me doy cuenta de que también estoy rodeado de matemáticas.

Por ejemplo...

Hay caminos que cruzan el canal a intervalos regulares, por donde también cruzan las líneas telefónicas, en las que se posan los pájaros. Visto a distancia parecen partituras musicales, manchas pequeñas en filas de líneas horizontales. Parece que hay lugares especiales donde les gusta posarse. No tengo muy claro por qué, pero hay una cosa que destaca: si una bandada de pájaros se posa en un cable, los pájaros terminan por estar *uniformemente espaciados.*

Ésta es una pauta matemática, y pienso que hay una explicación matemática. No creo que los pájaros «sepan» que deberían espaciarse uniformemente. Pero cada pájaro tiene su propio «espacio personal», y si otro pájaro se acerca demasiado, el primero se moverá silenciosamente por el cable para dejar un poco más de sitio, a menos que otro pájaro se le acerque desde el otro lado.

Cuando hay sólo unos pocos pájaros, terminan por estar aleatoriamente espaciados. Pero cuando hay muchos, se acercan mucho. A medida que cada uno se desplaza para sentirse más cómodo, la «presión de población» los iguala. Los pájaros en el límite de las regiones más densas se ven empujados hacia regiones menos densamente pobladas. Y puesto que todos los pájaros son de la misma especie (normalmente palomas) todos tienen una idea muy parecida de cuál debería ser su espacio personal. De modo que se espacian de manera uniforme.



No de forma *exactamente* uniforme, por supuesto. Eso sería un ideal platónico. Como tal, nos ayuda a entender una realidad más complicada.

Tú podrías tratar matemáticamente este problema si quisieras. Elabora algunas reglas simples sobre cómo se mueven los pájaros cuando los vecinos se acercan demasiado, colócalos al azar, utiliza las reglas y observa cómo evoluciona el espaciado. Pero hay una analogía con un sistema físico común, para el que las matemáticas ya están hechas, y la analogía te dice lo que puedes esperar.

Es un *cristal de pájaros*.

El mismo proceso que hace que los pájaros se espacien regularmente hace que los átomos en un objeto sólido se alineen para formar un retículo repetitivo. Los átomos también tienen un «espacio personal»: se repelen unos a otros si están demasiado juntos. En un sólido, los átomos están obligados a compactarse estrechamente, pero cuando ajustan sus espacios personales se disponen en una elegante red cristalina.

La red de pájaros es unidimensional, puesto que están en un cable. Una red unidimensional consiste en puntos igualmente espaciados. Cuando hay sólo unos pocos pájaros, dispuestos al azar y no sometidos a presión de población, no es un cristal, es un gas.

Esto no es sólo una vaga analogía. El mismo proceso matemático que crea un cristal regular de sal o de calcita crea también mi «cristal de pájaros».

Y ésas no son las únicas matemáticas que puedes hallar en Braes Bayou.

Muchas personas sacan a pasear a sus perros por los caminos. Si observas a un perro andando, enseguida te das cuenta de que su movimiento es muy rítmico. No cuando se para a oler un árbol o a otro perro; sólo es rítmico cuando el perro se mueve despreocupadamente sin pensar en nada. A1 mover la cola, al sacar la lengua, al plantar las patas en el suelo en una danza perruna descuidada.

¿Qué hacen las patas?

Cuando el perro anda, hay una pauta característica. Pata *trasera* izquierda, *delantera* izquierda; *trasera* derecha, *delantera* derecha. Las pisadas están igualmente espaciadas en el tiempo, como notas musicales, cuatro golpes por compás.

Si el perro se acelera, su paso cambia al trote. Ahora pares diagonales de patas -trasera izquierda y delantera derecha, luego las otras dos- pisan el suelo a la vez, en una pauta alternante de dos golpes por compás. Si dos personas andan una por detrás de la otra, con el paso exactamente cambiado, y las pones dentro de un disfraz de vaca, la vaca estaría trotando.

El perro es las matemáticas encarnadas. La disciplina de la que es un ejemplo inconsciente se conoce como análisis del paso; tiene importantes aplicaciones en medicina: los seres humanos suelen tener problemas para mover las piernas adecuadamente, especialmente en la infancia o en la vejez, y un análisis de cómo se mueven puede revelar la naturaleza del problema y quizás ayude a solucionarlo. En robótica se da otra aplicación: los robots con piernas pueden moverse en terrenos a los que no se adaptan los robots con ruedas, como el interior de una central nuclear, un campo de maniobras militares o la superficie de Marte. Si podemos entender suficientemente bien la locomoción con piernas, podemos diseñar robots fiables para desmantelar las centrales viejas, localizar granadas y minas que no hayan explotado y explorar planetas lejanos. Actualmente seguimos utilizando ruedas para los vehículos marcianos porque ese diseño es fiable, pero los vehículos tienen limitaciones en sus desplazamientos. Ahora no estamos desmantelando centrales nucleares. Pero el ejército de Estados Unidos utiliza robots para algunas tareas en campos de maniobras.

Si aprendemos a reinventar la pierna, todo eso cambiará.

Las garcetas, erguidas sobre las aguas poco profundas con su característica postura alerta, sus largos picos y los músculos tensos, están pescando bagres. Juntos constituyen un sistema ecológico en miniatura, un sistema predador-presa. La relación de la ecología con las matemáticas se remonta a Leonardo de Pisa, también conocido como Fibonacci, que trató un modelo bastante simple del crecimiento de conejos en 1202, en su *Liber Abaci.* Para ser justos, el libro trata realmente del sistema de numeración indo-arábigo, el precursor de la notación decimal actual, y el modelo de los conejos es allí básicamente un ejercicio de aritmética. La mayoría del resto de los ejercicios son transacciones monetarias; era un libro muy práctico.

Modelos ecológicos más serios aparecieron en los años veinte del siglo pasado, cuando el matemático italiano Vito Volterra estaba tratando de entender un curioso efecto que había sido observado por los pescadores del Adriático. Durante la primera guerra mundial, cuando la pesca era reducida, el número de peces no parecía aumentar, pero sí lo hacía la población de tiburones y rayas.

Volterra se preguntó por qué una reducción en la pesca beneficiaba a los predadores más que a la presa. Para explicarlo imaginó un modelo matemático basado en los tamaños de las poblaciones de tiburones y peces, y de cómo cada uno afecta al otro. Descubrió que en lugar de asentarse en valores estacionarios, las poblaciones sufrían ciclos repetitivos: grandes poblaciones se hacían más pequeñas pero luego aumentaban, una y otra vez. La población de tiburones alcanzaba un máximo algún tiempo después de que lo hiciera la población de peces.

No hacen falta los números para entender por qué. Con un número moderado de tiburones, los peces pueden reproducirse con más velocidad que con la que son comidos, de modo que su población crece. Esto proporciona más alimento para los tiburones, de modo que su población también empieza a aumentar; pero ellos se reproducen más lentamente, de modo que hay un retraso. Cuando los tiburones aumentan en número comen más peces y, finalmente, hay tantos tiburones que la población de peces empieza a disminuir. Ahora los peces no pueden mantener a tantos tiburones, de modo que el número de tiburones también decrece, de nuevo con un retraso. Con la población de tiburones reducida, los peces pueden aumentar una vez más... y así sucesivamente.

Las matemáticas hacen esta historia cristalina (dentro de las hipótesis incorporadas en el modelo) y también nos dejan calcular cómo se comportan los tamaños pro medio de las poblaciones en un ciclo completo, algo que el razonamiento verbal no puede manejar. Los cálculos de Volterra mostraron que un nivel reducido de pesca disminuye el número medio de peces durante un ciclo pero aumenta el número medio de tiburones. Que es precisamente lo que sucedió durante la primera guerra mundial.

Todos los ejemplos de los que te he hablado no implican ni mucho menos matemáticas «avanzadas». Pero las matemáticas sencillas también pueden ser ilustrativas. Recuerdo una de las muchas historias que cuentan los matemáticos una vez que los no matemáticos han salido de la habitación. Un matemático en una famosa universidad fue a ver el nuevo auditorio, y cuando estaba allí se encontró al decano de la facultad mirando al techo y murmurando para sí: «Cuarenta y cinco, cuarenta y seis, cuarenta y siete...». Naturalmente, el matemático interrumpió la cuenta para descubrir de qué se trataba. «Estoy contando las luces», dijo el decano. El matemático miró hacia arriba, a la perfecta disposición rectangular de luces y dijo: «Eso es fácil, hay... doce en esa dirección y... ocho en esa otra. Doce por ocho son noventa y seis». «No, no», dijo el decano con impaciencia. «Yo quiero el número *exacto.* »

Incluso cuando se trata de algo tan simple como contar, nosotros, los matemáticos, vemos los números de forma diferente que otras personas.