Nombre:	CI:	Carrera

EXAMEN

28 de Mayo de 2015

Ejercicio 1 (30 puntos)

Se asume que el índice de masa corporal (IMC) en los Estados Unidos es un variable aleatoria con distribución $\mathcal{N}(27, 64)$. Se definen las siguientes categorías de acuerdo a este índice:

- Bajo Peso: IMC ≤ 18.5.
- Peso Normal: $18.5 <$ IMC ≤ 25.
- Sobrepeso: $25 <$ IMC ≤ 30.
- Obesidad: IMC > 30.

1. Hallar la probabilidad de cada una de la categorías antes definidas.
2. Hallar el intervalo centrado en la media que incluye al 95% de la población.
3. ¿Cuál es la probabilidad de tener bajo peso o sobrepeso?
4. Hallar x_1 y x_2 tal que $\mathrm{P}(\mathrm{IMC} \leq x_1) = 0.2$ y $\mathrm{P}(\mathrm{IMC} > x_2) = 0.2$.
5. Se tienen los siguientes datos de IMC:

30.2	25.1	35.8	47.9	26.4	35.6

   Asumiendo que los datos son gaussianos hallar un intervalo de confianza al 95% para la media a partir de los datos anteriores.

Ejercicio 2 (35 puntos)

Se tiene información acerca de que el 5% de una población presenta una patología detectable a través de un test clínico. Para cada individuo se toma una muestra que es a su vez dividida en dos submuestras iguales a las que se le aplica el test. El individuo es diagnósticado como poseedor de la la patología si el resultado de aplicar el test a ambas submuestras es positivo. En cualquier otro caso la patología es descartada.

Se consideran los siguientes eventos eventos:

- $B = \{$el individuo es diagnósticado como poseedor de patología$\}$,
- $D = \{$el individuo presenta la patología$\}$,

- $A_1 = \{$el resultado de la primera submuestra es positivo$\}$,
- $A_2 = \{$el resultado de la segunda submuestra es positivo$\}$.

Se asume que los eventos A_1 y A_2 *condicionados* a los eventos D y a D^c son independientes, esto es: $P(A_1 \cap A_2|D) = P(A_1|D)P(A_2|D)$ y $P(A_1 \cap A_2|D^c) = P(A_1|D^c)P(A_2|D^c)$. Se sabe además que $P(A_1|D) = P(A_2|D) = 0.90$ y $P(A_1|D^c) = P(A_2|D^c) = 0.02$.

1. Calcular la probabilidad de que un individuo presente la patología dado que el resultado de la primera submuestra es positivo.
2. Calcular $P(A_2|A_1)$, esto es, la probabilidad de que el resultado de la segunda submuestra sea positivo dado que el resultado de la primera submuestra es positivo.
3. Calcular $P(B)$, esto es, la probabilidad de que un individuo sea diagnósticado como poseedor de la patología. ¿Son A_1 y A_2 eventos independientes?
4. Calcular la probabilidad de que un individuo diagnósticado presente la patología
5. Se sabe que de los últimos 100 indiviudos a los que se les realizó el test hubo 9 de ellos diagnósticados como poseedores de la patología. Realize un test de proporciones al nivel de 90% que permita decidir si los datos asignados inicialmente a la probabilidad de presentar la patología son acertados o no.

Ejercicio 3 (35 puntos)
Los siguientes datos corresponden a los tiempos de vida (medidos en semanas) de colonias de bacterias criadas en un laboratorio bajo ciertas condiciones de temperatura y humedad:

5.31	7.48	3.37	9.44	4.73	6.19	5.18	4.23

1. Estudie la aleatoriedad de la muestra. Realizar un sólo test de hipótesis e indicar cuál otro test podría ser implementado.
2. ¿Es razonable suponer que los datos corresponden a una distribución exponencial?
3. Se dispone ahora de una nueva muestra i.i.d. e independiente de la anterior (no hay que verificar estos supuestos) correspondiente a los tiempos de vida de colonias de bacterias criadas en condiciones diferentes de temperatura y humedad:

7.54	7.61	7.71	6.22	6.42	4.68	6.28	7.93

   Implemente un test de Kolmogorov-Smirnov de comparación de muestras para concluir si es razonable o no suponer que los nuevos datos tienen la misma distribución que los anteriores.

Nota: en toda la prueba se asume como p-valor $\alpha^* = 0.1$.