

Nombre:	CI:	Carrera
----------------	------------	----------------

EXAMEN

4 de Marzo de 2015

Ejercicio 1 (20 puntos)

Suponga que la probabilidad de que un individuo sea afectado por un cierto virus es 0.02. Se sabe además que entre los individuos afectados por el virus la probabilidad de que se laven las manos regularmente es 0.3, mientras que entre los individuos no afectados esta probabilidad es de 0.6.

1. Calcular la probabilidad de que un individuo cualquiera se lave regularmente las manos.
2. ¿Cuál es la probabilidad de que un individuo se lave regularmente las manos y esté afectado por el virus?
3. Asumiendo que un individuo se lava las manos regularmente, ¿Cuál es la probabilidad de que esté afectado por el virus ?
4. Calcular la probabilidad de que un individuo esté afectado siendo que no se lava las manos regularmente.

Ejercicio 2 (40 puntos)

1. La bacteria *Helicobacter Pylori* genera deficiencias en la absorción de nutrientes debido a su interferencia en la secreción de ácidos por parte del estómago. Sea X la variable aleatoria que representa el tiempo de vida de dicha bacteria (medido en días). Se asume que la distribución de X es exponencial de parámetro $\lambda = 0.1$.
 - (a) Indicar cuáles son los valores posibles que puede tomar la variable aleatoria X .
 - (b)
 - i. Calcular la probabilidad de que el tiempo de vida de la bacteria sea mayor a una semana.
 - ii. Si se sabe que la bacteria ya vivió dos días, ¿cuál es la probabilidad de que viva más de una semana?
 - (c) Indicar $E(X)$ y $\text{Var}(X)$.
2. Para tratar la infección producida por dicha bacteria existen dos tratamientos posibles. El primero es un tratamiento tradicional a base de antibióticos, mientras el segundo consiste en la aplicación de una técnica sofisticada denominada *cuádruple terapia*. En ambos casos se asume que la distribución luego del tratamiento sigue siendo exponencial con parámetros λ_1 y λ_2 respectivamente.

- (a) Para investigar la efectividad del primer tratamiento (si se reduce significativamente el tiempo de vida medio de la bacteria), este tratamiento se aplicó en 200 pacientes infectados. Se obtuvieron los siguientes datos del ciclo de vida de la bacteria:

$$\sum_{i=1}^{200} x_i = 1182.25 \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^{200} x_i^2 = 13239.14,$$

donde x_i es el tiempo de vida medio de la bacteria en el i -ésimo paciente.

- i. Realizar un test de hipótesis que permita concluir sobre la eficacia del tratamiento.
 - ii. Dar un intervalo de confianza al 95% para λ_1 .
 - iii. Suponiendo como verdadera la estimación de la varianza obtenida a partir de la muestra anterior, hallar el número mínimo de pacientes que deberían ser tratados para obtener un error en la estimación del tiempo medio de vida de la bacteria menor a 0.5 con probabilidad mayor a 0.95.
- (b) Para el segundo tratamiento no se tienen datos tan precisos, pero se sabe que se aplicó a un gran número de personas y que se obtuvo que en un 50% de los casos la bacteria tuvo un tiempo de vida menor a 4 días. Estimar el parámetro λ_2 .

Ejercicio 3 (40 puntos)

Se desea comparar la actividad cerebral de jóvenes y adultos mayores mientras manejan. Para hacerlo se coloca a los individuos de una muestra test en un simulador de manejo y se les realiza un electroencefalograma al mismo tiempo. Para cada individuo se registra la frecuencia de las ondas (medidas en Hz) durante la experiencia de manejo. Los datos obtenidos son los siguientes:

Adultos Mayores	11.5	11.9	8.6	9.5	7.5	8.0	6.1	6.5	8.7	6.6
Jóvenes	5.5	5.1	5.9	4.4	4.7	4.3	5.4	3.9	4.5	6.4

Se asume que cada una de las muestras anteriores es una muestra aleatoria simple (iid).

1. ¿Se puede afirmar que las muestras son independientes? Realizar un test de hipótesis.
2. ¿Es posible afirmar que la actividad cerebral en jóvenes y adultos mayores durante el manejo es la misma? Realizar un test de hipótesis.
3. Asumiendo que los datos son gaussianos ¿Es posible afirmar que la actividad cerebral en un grupo es mayor a la del otro grupo?
4. Ahora se decide medir la capacidad de reacción en ambos grupos. Para ello en el simulador se agrega un obstáculo y se registra si el individuo fue capaz de esquivarlo o no. Se observó que dentro del grupo de los individuos jóvenes 20 individuos lograron esquivar el obstáculo mientras que 25 no lo hicieron. En el grupo de adultos mayores, 10 individuos lograron esquivarlo y 45 no. ¿Es posible afirmar que la edad influye en la capacidad de reacción? Realizar un test de hipótesis.

Para el ejercicio 3, se asume como p -valor $\alpha^* = 0.1$.