

Nombre:	CI:	Carrera
----------------	------------	----------------

EXAMEN

12 de Febrero de 2015

Ejercicio 1 (25 puntos)

Se considera un gen bi-alélico con dos alelos A y a . Se asume que el alelo a es recesivo y es causante de una cierta enfermedad (sólo personas con genotipo aa tienen la enfermedad). Se definen los siguientes eventos de interés:

- $E = \{\text{enfermedad}\} = \{aa\}$
- $S = \{\text{no enfermedad}\} = \{Aa, AA\}$
- $HM = \{\text{homocigoto}\} = \{AA, aa\}$
- $HT = \{\text{heterocigoto}\} = \{Aa\}$

Se tienen los siguientes datos: $P(AA) = 0.49$, $P(Aa) = 0.42$ y $P(aa) = 0.09$.

1. ¿Cuál es la probabilidad de cada uno de los 4 eventos antes definidos?
2. ¿Cuál es la probabilidad de ser heterocigoto y no estar enfermo? ¿y cuál la de ser heterocigoto y estar enfermo?
3. Calcular las probabilidades $P(HM \cup S)$ y $P(HM \cup E)$.
4. Sabiendo que el gen es homocigoto ¿cuál es la probabilidad de estar enfermo? ¿y cuál la de no estar enfermo?
5. ¿Los eventos HM y E son independientes? Justifique su respuesta.

Ejercicio 2 (35 puntos)

Se considera un bolillero que contiene 100 bolillas que pueden ser rojas, blancas o azules. Se sabe que hay 30 bolillas rojas y 40 blancas. El resto son azules. Se selecciona al azar con **reposición** una muestra con 10 bolillas.

Se definen las siguientes variables aleatorias:

- $X = \{\text{número de bolillas rojas observadas en la muestra}\}$
- $Y = \{\text{número de bolillas blancas observadas en la muestra}\}$

1. Identificar la distribución de X e Y .
2. Calcular $E(X)$ y $\text{Var}(X)$.

3. (a) Calcular $E(X + Y)$.
 (b) Sabiendo que la covarianza entre X e Y es $\text{Cov}(X, Y) = 1.2$, calcular $\text{Var}(X + Y)$.
 (c) ¿Las variables X e Y son independientes? Justifique su respuesta.
4. Calcular $P(X + Y = k)$ para los valores $k = 0, 1, 2$.
5. Si se repite 2500 veces de manera independiente la experiencia de anterior y se obtiene una cantidad promedio de bolillas rojas de 3.2 y de 4.6 de bolillas blancas, ¿le parece creíble que en el bolillero haya más de 35 bolillas azules? Justifique la respuesta.

Ejercicio 3 (40 puntos)

En un laboratorio de análisis clínicos se decide estudiar el flujo de pacientes que llegan a hacerse el análisis **A**. Como los análisis requieren aproximadamente 20 minutos, si llegan en promedio 4 o más pacientes por hora, se debe incrementar el equipo que realiza dicho análisis. La recepcionista estima que llegan en promedio unos 3 pacientes por hora, por lo que no sería necesario agregar personal.

1. Para verificar la suposición de la recepcionista, se le pide que registre el número de pacientes que llegan durante 1 hora, en 5 horas elegidas al azar. Los datos obtenidos son:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
6	4	0	2	3

¿Es razonable suponer que estos datos representan una muestra independiente e idénticamente distribuida? Realice dos test de hipótesis.

2. Si el laboratorio quisiera testear la hipótesis nula de que los datos obtenidos corresponden a una distribución de Poisson de parámetro $\lambda = 3$ sobre la base de los datos anteriores, ¿cuál sería su conclusión? Realice un test de hipótesis.
3. Asumiendo que la distribución es Poisson, el laboratorio decide testear si es correcto el valor $\lambda = 4$ o es menor. Dado que los datos son pocos y no es posible realizar un test asintótico, plantear (sin resolver) un test de hipótesis (hipótesis nula, hipótesis alternativa y región crítica) para este problema. *Sugerencia: si X e Y son variables aleatorias Poisson de parámetros λ_1 y λ_2 respectivamente, entonces $X + Y$ es Poisson de parámetro $\lambda_1 + \lambda_2$.*
4. Finalmente la dirección decide testear si el equipo que realiza un segundo análisis **B** tiene más trabajo que el equipo anterior (análisis **A**). Como a la recepcionista le encanta registrar todo, ya tenía registrado la cantidad de pacientes promedio por hora que llegaron durante otras 5 horas para realizarse el análisis **B**. Los datos obtenidos son:

Y_1	Y_2	Y_3	Y_4	Y_5
5	2	1	9	3

¿Qué conclusión saca la dirección del laboratorio de la comparación de los datos obtenidos? Realice un test de hipótesis. Los datos pueden suponerse independientes.

Para el ejercicio 3, se asume como p -valor $\alpha^* = 0.1$.