Nombre:	**CI:**	**Carrera**

EXAMEN

16 de Diciembre de 2014

Ejercicio 1 (35 puntos)

En una población se definen las siguientes categorías en base al índice de Presión Sistólica en Sangre (PSS):

- Normal si PSS ≤ 120,
- Pre-hipertenso si $120 <$ PSS ≤ 140,
- Presión alta si PSS > 140.

Se asume que la PSS sigue una distribución Gaussiana con parámetros $\mu = 125$ y $\sigma^2 = 144$.

1. Hallar la probabilidad de que un individuo pertenezca a cada uno de los grupos definidos.
2. Hallar el intervalo centrado en la media que contiene al 68% de la población.
3. Se sabe que la probabilidad de sufrir un infarto para un individuo del categoría Normal es de 0.15, mientras que dicha probabilidad se eleva a 0.55 dentro de la categoría Presión alta. Finalmente, la probabilidad de infarto de un individuo pre-hipertenso es de 0.25. Se pide:
   (a) Calcular la probabilidad de que un individuo elegido al azar de la población sufra un infarto.
   (b) Dado que un individuo sufre un infarto, ¿Cuál es la probabilidad de que pertenezca a la categoría Normal?
4. Se decide realizar un tratamiento para reducir la PSS media de la mecinonada población. Se realiza el tratamiento a 10 pacientes cuyas medidas de PSS luego del mismo son:

127.97	103.93	100.77	109.77	155.47	126	125.78	130.82	135.74	111.46

   Se asume que la muestra es independiente e identicamente distribuida con distribución Gaussiana y que la varianza es la misma que en la población original. Realizar un test de hipótesis (parámetrico) al nivel $\alpha = 5\%$ para indicar si puede asumirse que el tratamiento fue exitoso (es decir redujo el nivel medio de PSS en la población).

Ejercicio 2 (28 puntos)
Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la función dada por:

$$f(x) = \begin{cases} 2 - 2x & \text{si} \quad x \in [0, a] \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

1. Hallar a de modo que f sea una función de densidad para alguna variable aleatoria X.
2. Hallar F_X función de distribución de dicha variable aleatoria X.
3. Hallar la probabilidad de que X sea mayor o igual que $1/2$.
4. Calcular $E(X)$ el valor esperado de X.
5. Sea $Y = 2X + 1$. Calcular el valor esperado y la varianza de Y.

Ejercicio 3 (37 puntos)
Los siguientes datos corresponden al promedio de lluvia (medidos en mm) en una ciudad de Maldonado durante primavera y verano del año 2011:

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
64.24	63.91	61.26	61.40	64.11	63.05

1. Indicar si la muestra puede suponerse i.i.d. (independiente e identicamente distribuida). Realizar dos test de hipótesis.
2. ¿Puede suponerse que los datos se ajustan a una distribución Uniforme en el intervalo $[60.5, 64.5]$?
3. En el año 2012 se recabaron de manera independiente los siguientes datos en el mismo período. ¿Puede decirse que los datos de 2012 tienen la misma distribución que los datos del 2011?

X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
60.52	61.15	62.40	63.34	61.27	63.56

   Puede asumirse que esta muestra es aleatoria.
4. Si el promedio mensual excede los 63.5 mm, hay riesgo de inundación en ciertas zonas del departamento. Suponiendo que la distribución del promedio mensual de lluvias es la misma a lo largo de los años, hallar la probabilidad de que ocurra dicho evento.

Fórmulas que pueden ser de utilidad

1. $\int_a^b x^\alpha = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}\Big|_a^b$,
2. $ax^2 + bx + c = 0$ si y solo si $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$.