

BIOESTADÍSTICA
EXAMEN 13 DE DICIEMBRE DE 2012

DATOS DEL ESTUDIANTE

Nombre	Cédula

- La duración del examen es 3 horas.
- El puntaje mínimo para aprobar es 50 puntos.

Problema 1 (54 puntos)

En una población de orangutanes la *capacidad craneal* (medida en cm^3) se modela con una distribución normal:

- En hembras la *capacidad craneal* es una variable $X \sim \mathcal{N}(\mu_X, \sigma_X^2)$, con $\mu_X = 390$ y $\sigma_X = 25$.
 - En machos la *capacidad craneal* es una variable $Y \sim \mathcal{N}(\mu_Y, \sigma_Y^2)$, con $\mu_Y = 370$ y $\sigma_Y = 30$.
- a) (4 puntos) Calcule la probabilidad de que una hembra seleccionada al azar tenga una *capacidad craneal* superior a $400 cm^3$.
- b) (4 puntos) Calcule la probabilidad de que un macho seleccionado al azar tenga una *capacidad craneal* superior a $400 cm^3$.
- c) (22 puntos) Suponga que se seleccionan tres hembras y tres machos al azar.
- i) Calcule la probabilidad de que ninguno de esos individuos tenga una *capacidad craneal* superior a $400 cm^3$.
 - ii) Calcule la probabilidad de que exactamente uno de esos individuos tenga una *capacidad craneal* superior a $400 cm^3$.
 - iii) Sea N la variable aleatoria que cuenta la cantidad de individuos (de los seis seleccionados) con una *capacidad craneal* superior a $400 cm^3$. Calcule $\mathbf{E}(N)$.

Considere una población de orangutanes en la que el 60 % son hembras y el 40 % son machos. Se selecciona un individuo al azar.

- d) (8 puntos) ¿cuál es la probabilidad de que su *capacidad craneal* supere los $400 cm^3$?
- e) (8 puntos) Si su *capacidad craneal* supera los $400 cm^3$, ¿cuál es la probabilidad de que el individuo seleccionado sea un macho?

Considere finalmente que se seleccionan al azar $n = 100$ orangutantes machos (con reposición). Sea T la variable aleatoria que cuenta la cantidad de individuos en la muestra con una *capacidad craneal* superior a $400 cm^3$.

- f) (8 puntos) Use la aproximación del Teorema Central del Límite para estimar $\mathbf{P}(T \geq 30)$.

Para uso docente (no completar)

Problema 1	Problema 2	Problema 3	Total

Problema 2 (24 puntos)

Nota: En cada una de las partes de este problema considere $\alpha = 0,10$.

Se desea estudiar los niveles de *colesterol HDL* en una población. Para ello se toma una muestra al azar de 150 hombres y se les hace un análisis de sangre. Los niveles obtenidos (medidos en *mg/dl*) están representados por las variables: X_1, X_2, \dots, X_{150} i.i.d. con $\mathbf{E}(X_i) = \mu$. Se asume que la distribución de las variables y el parámetro μ son desconocidos.

De la muestra se obtiene que: $\sum_{i=1}^{150} X_i = 44\,980$ y $\sum_{i=1}^{150} (X_i)^2 = 13\,689\,000$.

- a) (6 puntos) Construya un intervalo de confianza aproximado para μ .
- b) (10 puntos) Realice una prueba para decidir entre las siguientes hipótesis:

$$\begin{cases} H_0 : \mu \leq 295 \\ H_1 : \mu > 295 \end{cases}$$

- c) (8 puntos) Suponga finalmente que la desviación estándar de los niveles de colesterol es $\sigma = 40$. Estime el tamaño que debería tener la muestra para que la longitud del Intervalo de Confianza para μ sea 6 *mg/dl*.

Problema 3 (22 puntos)

Nota: En las pruebas de hipótesis utilice el siguiente criterio de decisión: se acepta la hipótesis nula si el *p*-valor es superior a 0,10.

Los siguientes datos corresponden a los pesos de diez vacas lecheras (en kg) y a su producción diaria de leche (en litros). Se asume que los datos son *i.i.d.*

Vaca	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Peso	419	395	359	385	408	418	397	410	391	372
Producción	4.2	2.1	2.3	3.8	2.7	3.0	2.9	3.1	1.6	2.0

- a) (12 puntos) Implemente la prueba de ajuste de Kolmogorov-Smirnov para decidir si es razonable suponer que la muestra de los pesos ajusta a la siguiente función de distribución:

$$F_o(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-0,04|t-400|} & \text{si } t \leq 400 \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-0,04|t-400|} & \text{si } t > 400 \end{cases}$$

- b) (10 puntos) Realice una prueba de hipótesis para decidir si es razonable suponer que los pesos de los animales y la producción de leche son independientes entre sí.