

DINAMICA ORBITAL - PRACTICO VI

Problema de Tres Cuerpos

1. • Exprese la constante de Tisserand, T , en función de q y Q para el caso $i = 0^\circ$. Estudie aproximadamente la forma de las curvas $T = cte$ en el espacio (q, Q) . Determine la curva correspondiente a $T = 3$.

Piques: la forma de las curvas puede explorarse numericamente.

2. Considere el criterio de Tisserand para el sistema Sol-Júpiter. Sea un cometa parabólico con $i = 0^\circ$ y $q = a_J$, suponiendo que no hay cambios en la inclinación hallar la mínima distancia perihélica que puede alcanzar evolucionando en el sistema.

Piques: considerar que el afelio no puede estar ubicado interior a la orbita de Jupiter.

3. • Considere el problema restringido de tres cuerpos plano. Probar que la ecuación de las curvas límite puede escribirse como:

$$(1 - \mu) \left(r_1^2 + \frac{2}{r_1} \right) + \mu \left(r_2^2 + \frac{2}{r_2} \right) = C + \mu(1 - \mu)$$

Luego pruebe que el mínimo valor para C es $3 - \mu(1 - \mu)$.

Piques: las curvas estan en el plano $z = 0$. Hallar minimo de la funcion $C(r_1, r_2)$.

4. Calcular el radio de la esfera de Hill para la Tierra. Para el sistema Sol-Tierra determine si una partícula localizada en el punto L_2 opuesto al Sol puede ser eclipsada.

Piques: hay que recordar la longitud del como de sombra de la Tierra.

5. • Si $(1 - \mu)$ y μ son el Sol y la Tierra respectivamente probar que el período de las oscilaciones paralelas al eje z de una partícula colocada levemente desplazada del punto doble opuesto al Sol es 183.3 días solares medios.

Piques: periodo de pequeñas oscilaciones.

6. Para el problema anterior probar que el período de las oscilaciones en el plano $x-y$ es 177.0 días.

Piques: periodo de pequeñas oscilaciones estables.

7. • Considere la integral de Jacobi aplicada aproximadamente al caso del Sol, la Tierra y la Luna (sin masa). Hallar el valor de C e investigar el tamaño y forma de las superficies límites de Hill para el movimiento de la Luna. En particular determine si hay conexión entre los lobulos.

Piques: calcular C y comparar con los valores de C para las curvas que pasan por los puntos Lagrangeanos.

8. *Libraciones.* Considere las pequeñas oscilaciones en torno a los puntos de libración de los asteroides Troyanos. Probar que de los dos períodos, uno es aproximadamente igual al de Júpiter y el otro es aproximadamente 148 años. A la oscilación de mayor período se la conoce como *libración*.

Piques: las pequeñas oscilaciones son la composición de varios periodos.

9. • Diciembre 1996. Considere el sistema Sol, Neptuno y un transneptuniano como un problema restringido plano de 3 cuerpos. Inicialmente la partícula se mueve con velocidad perpendicular al eje \vec{x} del sistema rotante tal que su órbita osculante (movimiento heliocéntrico instantáneo) es circular con movimiento medio $n = \frac{2}{3}n_N$, siendo $n_N = 1$ el movimiento medio de Neptuno cuya masa es $\mu = 0.00005$.

a) Hallar la constante de Jacobi C para la partícula.

b) Determinar si la partícula puede ingresar dentro de la esfera de Hill de Neptuno.

Piques: calcular velocidad en sistema rotante.

10. • *Quasi-satélite.* El asteroide 2004 GU9 tiene un semieje orbital a igual al de la Tierra, una excentricidad de 0.13 y cuando pasa por el perihelio lo hace exactamente alineado con la Tierra y el Sol. Asumiendo que su órbita es coplanar con la de la Tierra (asumida con excentricidad cero):

a) probar que en el sistema rotante centrado en la Tierra las coordenadas del asteroide son $x = r \cos(f - M) - a$ e $y = r \sin(f - M)$.

b) asumiendo $r \simeq a(1 - e \cos M)$ y $f - M \simeq 2e \sin M$ probar que la trayectoria del asteroide respecto a la Tierra es aproximadamente una elipse con centro en la Tierra.

c) justifique si puede ser o no considerado un satélite de la Tierra.

Piques: calcular posición en el sistema rotante. Si la excentricidad es chica asumir $\sin(f - M) \sim (f - M)$ y $\cos(f - M) \sim 1$ Considerar radio de Hill.

11. *Vida media 1.* Para estimar el tiempo esperado de colisión de un asteroide con la Tierra se integran 10 clones por 10^5 años. Se contabilizan 8200 encuentros de los clones con parametro de impacto menor a 1000 radios terrestres. Estimar la vida media o tiempo esperado de colisión del asteroide con la Tierra asumiendo que la velocidad relativa media de encuentro al infinito es de 10 km/seg.

Piques: calcular la sección eficaz para que haya impacto y estimar cuantas colisiones ocurrieron (puede ser un número menor que 1).

12. *Vida media 2.* Realizando algunos experimentos con el programa Colisionlab o Solevorb estime la vida media del auto Tesla Roadster ($a = 1.333, e = 0.261, i = 1.096$) debido a sus encuentros con la Tierra y de (6144) Kondojiro debido a sus encuentros con Júpiter. Compare esos resultados con los obtenidos con el programa Opik.

Piques: usar los códigos.