

Práctico 1: Repaso de funciones

1. Sea $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ una función. Grafique, en un mismo sistema de coordenadas, las funciones $f(cx)$, $cf(x)$, $f(x+c)$ y $c+f(x)$, donde $c \in \{1, 3, 1/3\}$ y f es alguna de las siguientes:

(a) $f(x) = \text{sen } x$, donde $I = [0, 2\pi]$.

(b) $f(x) = e^x$, donde $I = (0, +\infty)$.

(c) $f(x) = 1/x$, donde $I = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

2. Grafique las funciones $\cos(2x + \pi/2) - 1$ y $1 + \log(x + 2)$ en sus mayores dominios de definición.

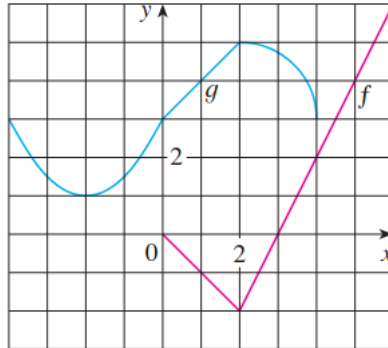
3. Utilice la tabla para evaluar cada una de las siguientes expresiones:

a) $f(g(1))$; b) $g(f(1))$; c) $f(f(1))$; d) $g(g(1))$; e) $(g \circ f)(3)$; f) $(f \circ g)(6)$.

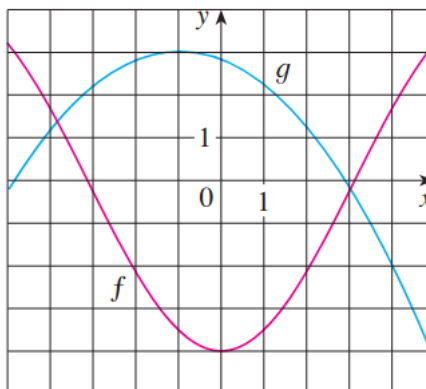
x	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	3	1	4	2	2	5
$g(x)$	6	3	2	1	2	3

4. Utilice las gráficas dadas de f y g para evaluar cada una de las siguientes expresiones, o explicar por qué no están definidas.

a) $f(g(2))$; b) $g(f(0))$; c) $(f \circ g)(0)$; d) $(g \circ f)(6)$; e) $(g \circ g)(-2)$; f) $(f \circ f)(4)$.



5. Utilice las gráficas dadas de f y g para estimar el valor de $f(g(x))$ para $x = -5, -4, -3, \dots, 5$. Utilice estas estimaciones para hacer un esbozo de $f \circ g$.



6. Considere las siguientes tareas:

- (a) Si $g(x) = 2x + 1$ y $h(x) = 4x^2 + 4x + 7$, encuentre una función f tal que $f \circ g = h$ (Piense qué operaciones tendrá que realizar en la fórmula para g a fin de determinar la fórmula para h .)
- (b) Si $f(x) = 3x + 5$ y $h(x) = 3x^2 + 3x + 2$, encuentre una función g tal que $f \circ g = h$.
- (c) Si $f(x) = x + 4$ y $h(x) = 4x - 1$, encuentre una función g tal que $g \circ f = h$.

7. Supongamos que g es una función par y sea $h = f \circ g$. ¿Es h siempre una función par?

8. Considere la función $f : [-1, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por

$$f(x) = \begin{cases} x - 1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } 0 < x < 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x \geq 1. \end{cases}$$

Graficar f y f^{-1} .

9. Sea D el mayor dominio de definición para la función $f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$.

- (a) Determinar D .
- (b) Encontrar el mayor intervalo $I \subset D$ tal que f es decreciente en I y determinar su imagen.
- (c) Calcular la inversa de la función biyectiva correspondiente.
- (d) Ídem que en (b) y (c) en el caso en que f sea creciente.