

**Teoría Electromagnética  
Curso 2022**

**Primer parcial**

**IMPORTANTE: debe resolver uno y sólo uno de los problemas.**

Duración: 2 horas. Puede usar su propio material (cuaderno del curso).

1. Considere una esfera de hierro (conductora) de radio  $R$  con carga  $Q$ , momento de inercia  $I$  respecto de un eje que pasa por su centro de masa y magnetización uniforme  $\vec{M} = M_0 \hat{z}$ . La esfera está inicialmente en reposo y es desmagnetizada de manera gradual y uniforme.

- a) Explique de forma cualitativa los pasos a seguir para demostrar que el campo magnético inicial es

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{2}{3}\mu_0\vec{M}, \quad |\vec{r}| < R$$

$$\vec{B}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \left[ 3\vec{r} \frac{\vec{m} \cdot \vec{r}}{r^5} - \frac{\vec{m}}{r^3} \right], \quad |\vec{r}| > R$$

donde  $\vec{m} = \frac{4\pi}{3}R^3\vec{M}$  es el momento magnético de la esfera.

- b) Calcule el momento angular total inicial  $\vec{L}_{em}$  del campo electromagnético en todo el espacio.
  - c) Una vez que la esfera comienza a desmagnetizarse también comienza a rotar. Explique cualitativamente porqué.
  - d) Asumiendo que el proceso de desmagnetización se realiza sin que actúen torques externos, determine la velocidad angular final de la esfera en función de  $I, R, Q$  y  $M_0$ .
2. Una esfera conductora de radio  $R$  se mantiene conectada a tierra. En puntos opuestos respecto del centro y a distancia  $d > R$  se ubican una carga puntual  $q$  y otra carga puntual  $-q$  (ver Figura 1).

- a) ¿Cuál de las siguientes funciones de Green es la adecuada para describir el potencial electrostático en el exterior de la esfera? Justifique la respuesta y escriba la expresión integral del potencial.

$$G_D^{(1)}(\vec{x}, \vec{x}') = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{Y_{lm}^*(\theta', \phi') Y_{lm}(\theta, \phi)}{2l+1} \left( \frac{r_{<}^l}{r_{>}^{l+1}} - \frac{R^{2l+1}}{(rr')^{l+1}} \right) \quad (1)$$

$$G_D^{(2)}(\vec{x}, \vec{x}') = 4\pi \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l \frac{Y_{lm}^*(\theta', \phi') Y_{lm}(\theta, \phi)}{2l+1} \left( \frac{r_{<}^l}{r_{>}^{l+1}} - \frac{(rr')^l}{R^{2l+1}} \right) \quad (2)$$

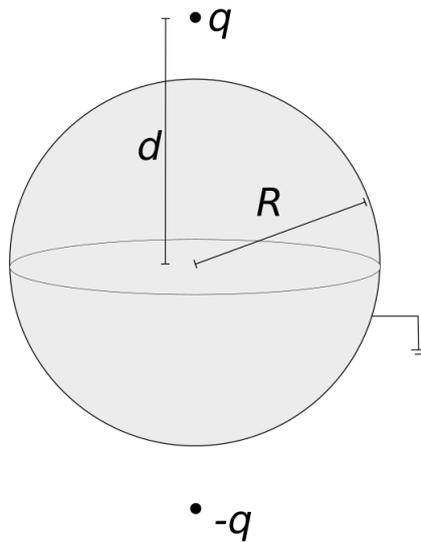


Figura 1: Esfera conductora conectada a tierra y dos cargas puntuales ( $q$  y  $-q$ ) ubicadas en puntos opuestos respecto de su centro.

- b) Usando el eje que une las cargas puntuales como eje  $\hat{z}$  escriba el desarrollo del potencial escrito en la parte anterior en coordenadas esféricas. Presente argumentos generales que le permitan descartar todas las contribuciones posibles sin calcular explícitamente las integrales.
- c) Calcule explícitamente el primer término no nulo del desarrollo del potencial en puntos lejanos y realice un bosquejo de las líneas de campo eléctrico y las cargas inducidas en la superficie de la esfera. Explique cualitativamente su bosquejo.