Teoría Electromagnética
Curso 2022

Segundo parcial

IMPORTANTE: debe resolver uno y sólo uno de los problemas.
Duración: 2 horas. Puede usar su propio material (cuaderno del curso).

1. El campo eléctrico de un sistema radiante en coordenadas esféricas es

$$\vec{E}(r,\theta,\phi,t) = A\frac{\sin(\theta)}{r}\left[\cos(kr-\omega t) - \frac{1}{kr}\sin(kr-\omega t)\right]\hat{e}_\phi$$

con $\frac{\omega}{k} = c$. Este campo es solución de las ecuaciones de Maxwell en el vacío.

a) Determine el campo magnético asociado, despreciando una eventual contribución estática.

b) Escriba la componente radial del vector de Poynting de los campos emitidos por la fuente.

c) Identifique (escriba explícitamente) cuáles términos del campo eléctrico y magnético contribuyen a la potencia emitida hacia el infinito por la fuente

$$\frac{dU}{dt} = lim_{r\to\infty}\ \vec{S}\cdot\hat{r}\ r^2 d\Omega$$

Escriba las componentes "de radiación" del vector de Poynting $\vec{S}_{rad}$.

d) ¿Qué pasa si integramos en el tiempo durante un período de emisión de la fuente los términos radiales del vector de Poynting que vienen de los campos descartados en la parte anterior? Interprete esto a la luz de la definición de radiación electromagnética vista en clase.

e) Escriba el tensor de tensiones de Maxwell T de los campos de radiación de la fuente, en coordenadas esféricas. ¿Cómo se interpreta(n) físicamente el/los término(s) no nulo(s)?

2. Un observador $\mathcal{O}$ detecta una onda monocromática plana en el vacío de número de onda $\vec{k}$ y frecuencia ω. Mediante esa observación confirma que los campos $\vec{E}$, $\vec{B}$ y el vector $\vec{k}$ forman una terna de vectores ortogonales (como ya sabemos).

a) Partiendo del tensor de campo $F^{\mu\nu}$, de su dual $G^{\mu\nu}$ y del cuadrivector $k^\mu = (\omega/c, \vec{k})$ obtenga una expresión explícita para las cantidades $k_\mu F^{\mu\nu}$ y $k_\mu G^{\mu\nu}$ en función de $\vec{E}$, $\vec{B}$, $\vec{k}$ y ω.

b) Pruebe que $k^\mu = (\omega/c, \vec{k})$ es un cuadrivector (partir de un argumento físico), y que $k_\mu F^{\mu\nu}$ y $k_\mu G^{\mu\nu}$ transforman como cuadrivectores bajo transformaciones de Lorentz.

c) Pruebe que las cantidades calculadas en *a*) son cero para la onda monocromática de acuerdo a $\mathcal{O}$.

d) En base al resultado anterior pruebe que el campo eléctrico, el magnético y el vector de onda forman una terna de vectores ortogonales para cualquier otro observador $\mathcal{O}'$ que se mueva a velocidad constante respecto de $\mathcal{O}$.