

# 04.1-MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN



826757094

# MOVIMIENTO RECTILÍNEO

**Mecánica:** estudia las relaciones entre fuerza, materia y movimiento.

**Cinemática:** parte de la mecánica que describe el movimiento.

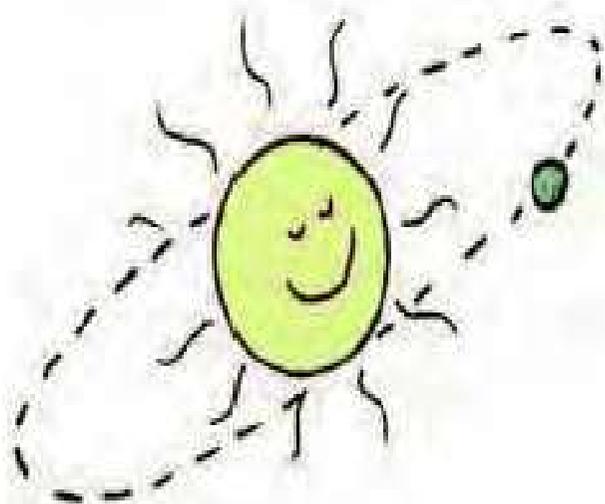
Movimiento más sencillo: **cuerpo que viaja en línea recta** (**cinemática unidimensional**).

Trabajaremos con diferentes tipos de cantidades físicas tales como distancia, desplazamiento, rapidez, velocidad y aceleración.

Algunas de ellas son del tipo **escalar** (distancia, rapidez) las cuales quedan definidas sabiendo sólo su magnitud (su valor numérico y unidad), pero otras son **vectores** (desplazamiento, velocidad, aceleración), que para definir las completamente además de su magnitud debo conocer su dirección y sentido.



# Movimiento y marcos de referencia



Todo se mueve, incluso las cosas que parecen estar en reposo.

Se mueven en relación con el Sol y las estrellas...

En este momento nos estamos moviendo a aproximadamente 107.000 km/h en relación con el Sol, e incluso nos movemos incluso más rápido en relación con respecto al centro de la galaxia.

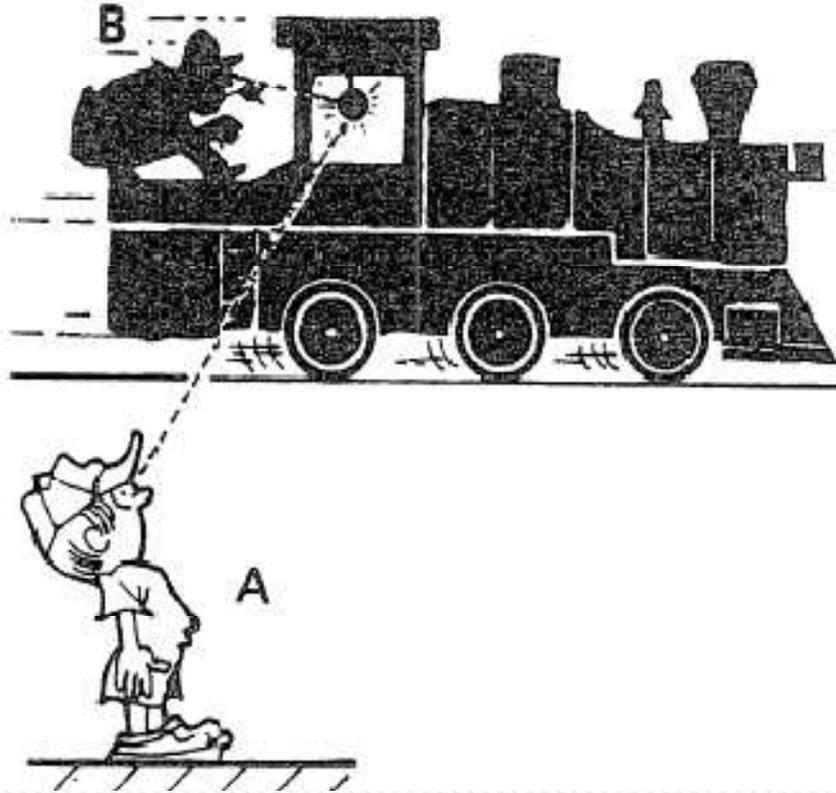
Cuando estudiamos el movimiento de algo, se describe el mismo en relación con algo más que técnicamente llamaremos **marco de referencia**.

Un **marco de referencia** es una elección de ejes coordenados que definen el punto de inicio para medir cualquier cantidad.

Cuando se dice que un automóvil de carreras alcanza una rapidez de 300 km/h, se entiende que es en relación con la pista.

Si caminamos por el pasillo de un ómnibus en movimiento, es probable que la rapidez en relación con el piso del autobús sea diferente que la rapidez en relación con la calle, dependiendo si ómnibus se esté moviendo o no...

# Relatividad del movimiento y marcos de referencia



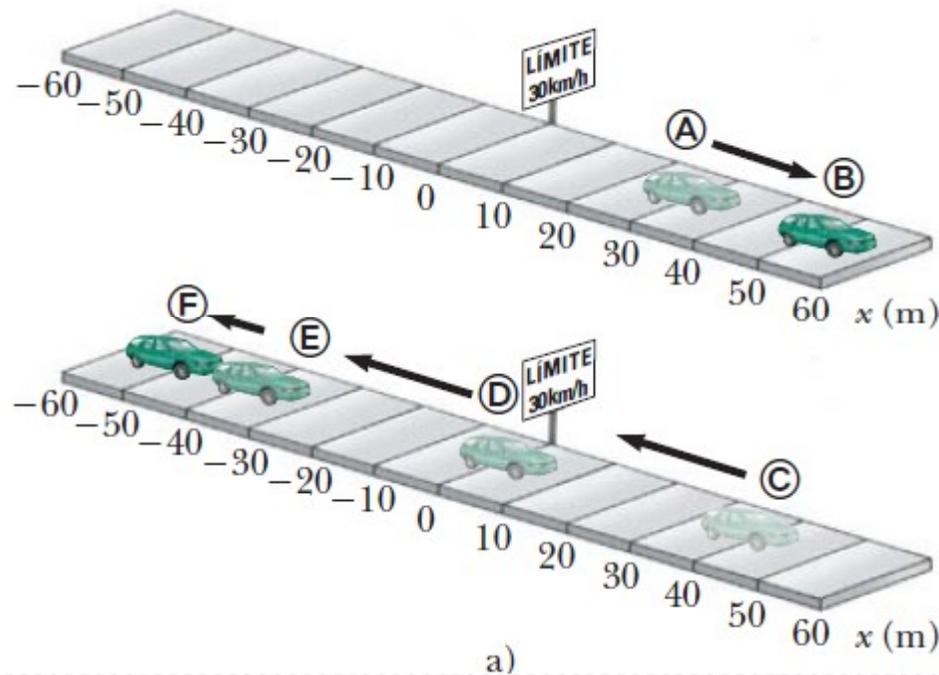
La lámpara dentro de la locomotora está inmóvil con respecto al observador B (que viaja en ella), pero se encuentra en movimiento con respecto al observador A (que está parado junto a la vía)

Dependiendo del marco de referencia que elijo (ya sea el observador A o el B), la lámpara se estará moviendo en forma diferente!!!



# POSICIÓN

Para poder describir el movimiento de un objeto, primero debemos poder describir su posición: **dónde se encuentra en un momento determinado**: debo especificar su posición respecto con un **marco de referencia** conveniente.



En un movimiento unidimensional, es decir sobre una recta, alcanza establecer un punto como origen y establecer un sentido determinado como el positivo, a lo largo de la recta que la defino como un eje "x". Podemos decir, que el automóvil de la figura, en cierto instante estaba en la posición A ( $x = 30 \text{ m}$ ) y luego, en otro instante en la posición B ( $x = 50 \text{ m}$ ).

La Tierra se usa a menudo como marco de referencia, y a menudo describimos la posición de un objeto en relación con los objetos estacionarios en ese marco de referencia.

# Desplazamiento

El movimiento involucra el desplazamiento de un objeto desde un lugar en el espacio y tiempo hacia otro. Como dijimos, para describir el movimiento necesitamos de un **sistema coordinado conveniente** y **un oriaen** específico.

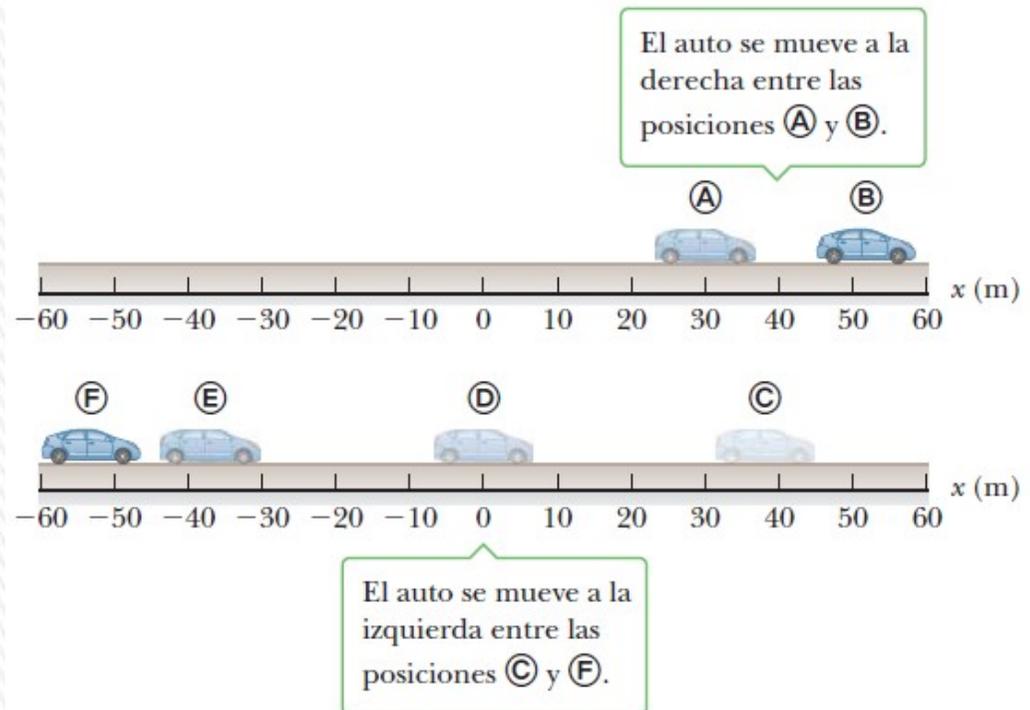
En la figura, un automóvil se traslada a lo largo del eje x.

Las coordenadas del auto en cualquier momento describen su posición en el espacio y lo más importante, su **desplazamiento** en algún tiempo de interés dado.

El **desplazamiento  $\Delta x$  de un objeto se define como su cambio de posición:** y está

**dado por  $\Delta x = x_f - x_i$**

$x_i$  es la posición inicial del auto y  $x_f$  la *posición final*



**Se usa la letra griega delta  $\Delta$ , para indicar un cambio en cualquier cantidad física**

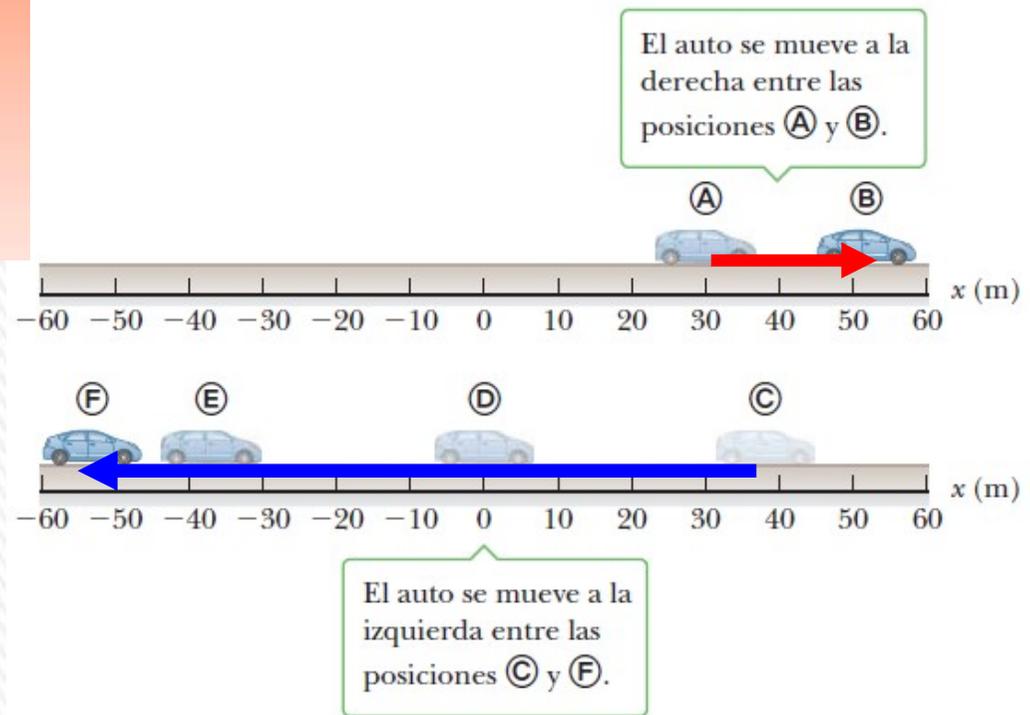
A partir de la definición de desplazamiento, vemos que  $\Delta x$  (se lee "delta equis") es *positiva* si  $x_f$  es mayor que  $x_i$  ( $x_f > x_i$ ) y *negativa* si  $x_f$  es menor que  $x_i$ .

Por ejemplo, si el auto se mueve desde el punto A hasta el punto B de modo que la posición inicial es  $x_i = 30 \text{ m}$  y la posición final es  $x_f = 52 \text{ m}$ , tenemos que  $\Delta x = x_f - x_i = 52 \text{ m} - 30 \text{ m} = 22 \text{ m}$ . Sin embargo, si el automóvil se mueve desde el punto C hasta el punto F, en tal caso la posición inicial es  $x_i = 38 \text{ m}$  y la posición final es  $x_f = -53 \text{ m}$ , entonces  $\Delta x = x_f - x_i = -53 \text{ m} - 38 \text{ m} = -91 \text{ m}$

# Desplazamiento

Si  $\Delta x$  es positivo indica un desplazamiento en la dirección  $x$  positiva, mientras que un valor negativo indica desplazamiento en la dirección  $x$  negativa.

Podemos decir que el desplazamiento es la distancia en línea recta entre dos puntos, junto con la dirección del punto de partida a la posición final.



Por lo tanto, el desplazamiento es una **magnitud vectorial**: un vector tiene tanto magnitud (o módulo) como dirección y sentido.

Por ejemplo, en el primer caso el auto realiza un desplazamiento de 22 m según la dirección del eje  $x$ , en el sentido positivo (de izquierda a derecha), mientras que en el segundo caso el auto realiza un desplazamiento de 91 m según la dirección del eje  $x$ , en el sentido negativo (de derecha a izquierda).



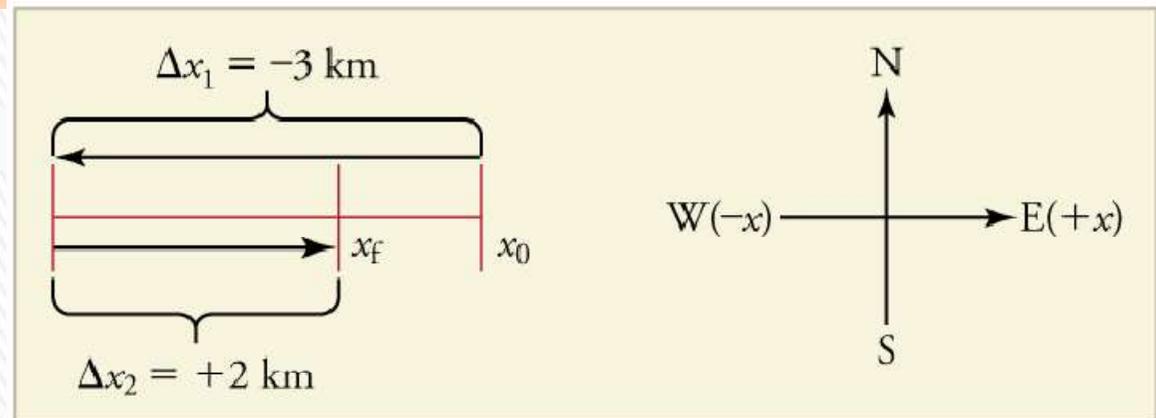
# Distancia

**Distancia** es la *longitud total del trayecto* recorrido al moverse de un lugar a otro.

El desplazamiento se describe en términos de dirección, la distancia no. La distancia es una **cantidad escalar**, sólo tiene magnitud, o tamaño.

El desplazamiento de un objeto *no* es lo mismo que la distancia que recorre. Si lanzamos una pelota hacia arriba y la vuelvo a atrapar, la pelota recorre una *distancia* igual a dos veces la altura máxima que alcanza, pero su *desplazamiento* es cero

**Ejemplo:** Un ciclista se traslada primero 3,0 km hacia el oeste, luego retrocede 2,0 km hacia el este y se detiene. ¿Qué desplazamiento realiza y qué distancia recorre?



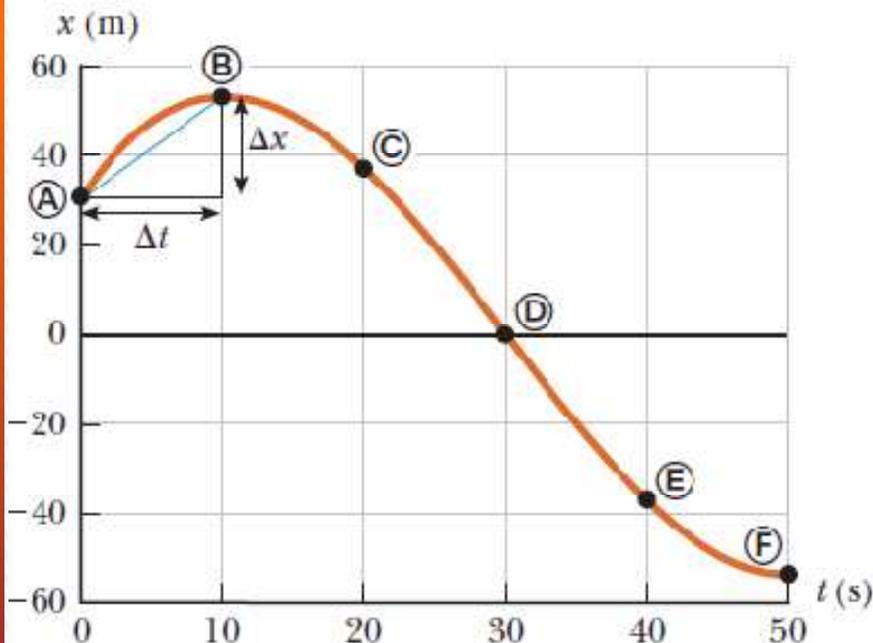
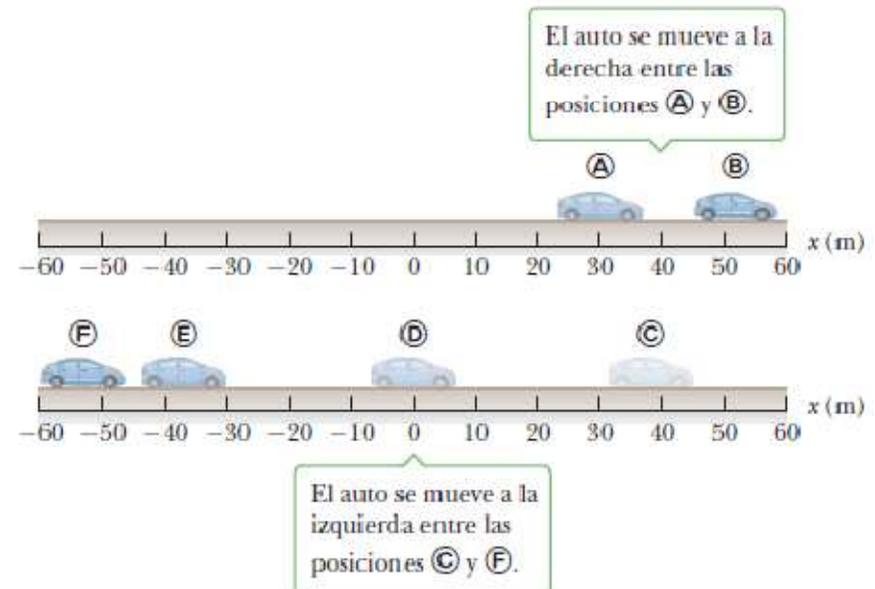
Si considero el origen en el punto de partida:  $x_i = 0,0 \text{ km}$        $x_f = -1,0 \text{ km}$   
realiza un desplazamiento  $\Delta x = x_f - x_i = -1,0 - 0,0 = -1,0 \text{ km}$   
El desplazamiento es de 1,0 km según  $x$ , en el sentido negativo (de derecha a izquierda).

La distancia recorrida es de 5,0 km

# Posición en función del tiempo

Supongamos un automóvil que se desplaza en línea recta hacia adelante y hacia atrás. Ubicamos un eje  $x$  en la dirección en que se mueve.

Para distintos instantes (diferentes  $t$ ), el automóvil está en distintas posiciones  $x$ , por lo que la posición  $x$  depende del instante  $t$  considerado, es decir que  $x$  es una función de  $t$ , podemos escribir que:  $x(t)$  a esta función se le llama **ley horaria**



Podemos representar gráficamente esta función  $x(t)$  que me da las distintas posiciones (valores de  $x$ ) para los diferentes instantes (valores de  $t$ ).



# Rapidez y velocidad media

En nuestro uso cotidiano, los términos *rapidez* y *velocidad* los usamos en forma indistinta. Sin embargo, en física existe una distinción evidente entre ellos: rapidez es una cantidad escalar, sólo tiene magnitud, mientras que la velocidad es un vector, pues tiene magnitud y dirección.

**¿Por qué la velocidad es un vector?** Si quiero ir a una ciudad a 70 km de distancia en el tiempo de una hora, no es suficiente conducir con una rapidez de 70 km/h; también necesito viajar en la dirección y sentido correctos.

La **rapidez media o promedio** de un objeto en un intervalo de tiempo determinado es la distancia total recorrida dividida entre el tiempo total transcurrido

$$\text{Rapidez media} = \frac{\text{distancia total}}{\text{tiempo total}}$$

La **velocidad media o promedio** es una cantidad vectorial, definida como el cociente entre el desplazamiento y el intervalo de tiempo  $\Delta t$  en el que se realiza el mismo:

$$v_m \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

Tanto la rapidez como la velocidad media tienen como unidad en el S.I. el m/s

# Interpretación gráfica de la velocidad

Si un automóvil se mueve a lo largo del eje  $x$  desde A hasta B y luego hasta C, y así sucesivamente, se pueden dibujar las posiciones de estos puntos como una función del tiempo transcurrido desde el inicio del movimiento.

El resultado es una

**representación gráfica de la posición vs. tiempo** como se muestra en la figura.

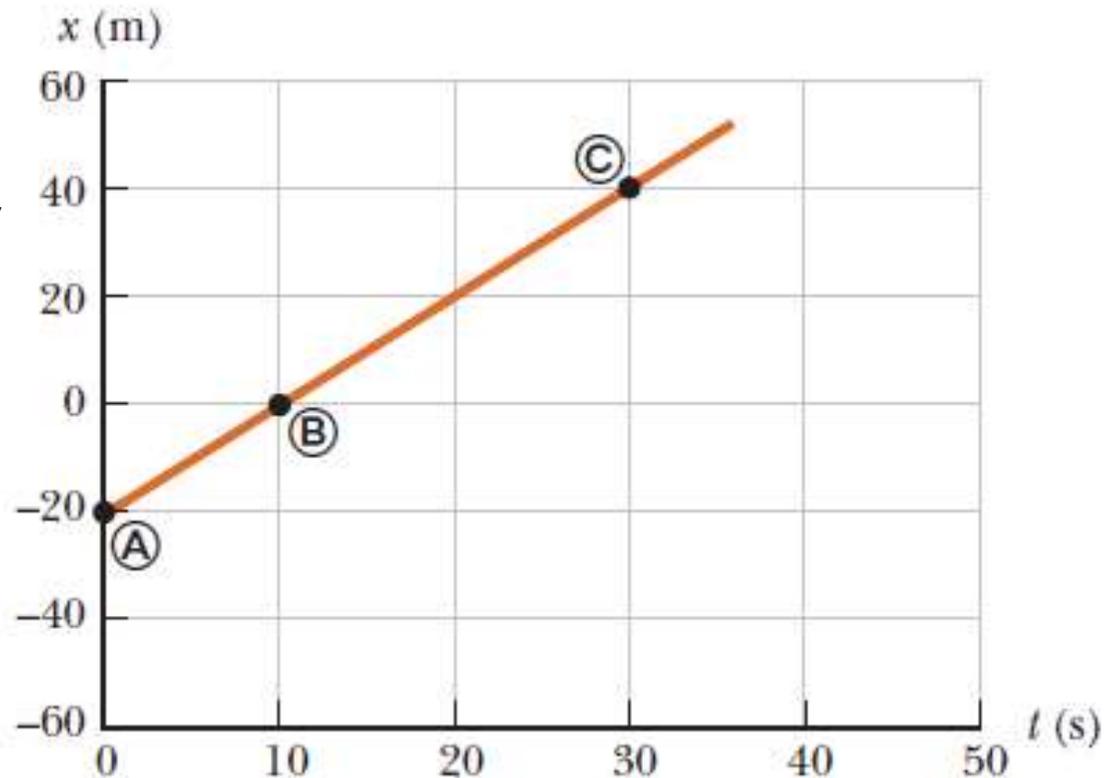
Se representa la ley horaria  $x(t)$ .

En esta figura, la gráfica es una **línea recta** si el automóvil se mueve con velocidad constante.

El mismo desplazamiento  $\Delta x$  se presenta en cada intervalo de tiempo  $\Delta t$ . En este caso, la **velocidad media** siempre es la misma y es igual a  $\Delta x/\Delta t$ .

Este cociente entre la variación de ordenadas (en nuestro caso  $\Delta x$ ) y la *variación de abscisas* (en este caso  $\Delta t$ ) se llama **pendiente de la recta**.

Desde el punto de vista geométrico es una medida de la inclinación de la recta, si la pendiente vale cero, la recta es horizontal, a mayor pendiente más se inclina la recta hacia la vertical....



# Interpretación gráfica de la velocidad

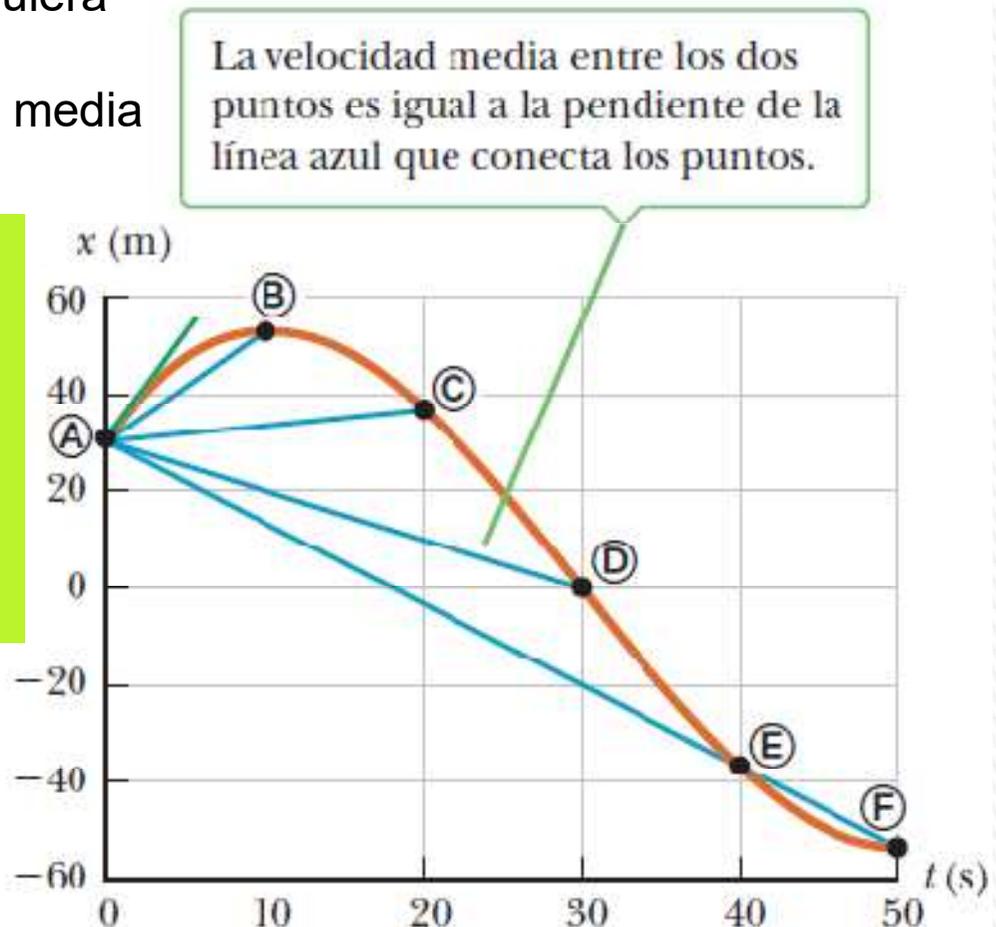
Supongamos que un automóvil tiene las distintas posiciones A, B, C, D, E y F según el siguiente cuadro. Representamos estas posiciones en la siguiente gráfica. Ahora la gráfica posición vs. tiempo no es una línea recta ya que la velocidad del auto está cambiando

Posición	$t$ (s)	$x$ (m)
Ⓐ	0	30
Ⓑ	10	52
Ⓒ	20	38
Ⓓ	30	0
Ⓔ	40	-37
Ⓕ	50	-53

No obstante, entre dos puntos cualesquiera se puede dibujar una línea recta, y la pendiente de esa recta es la velocidad media  $\Delta x / \Delta t$  en ese intervalo de tiempo.

En general, la velocidad media de un objeto durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$  es igual a la pendiente de la línea recta que une los puntos inicial y final en una gráfica de la posición del objeto en términos del tiempo.

El auto se mueve en la dirección  $x$  positiva cuando viaja desde A hasta B, alcanza una posición de 52 m en el tiempo  $t = 10$  s, después invierte la dirección y se dirige de regreso.



# Interpretación gráfica de la velocidad media

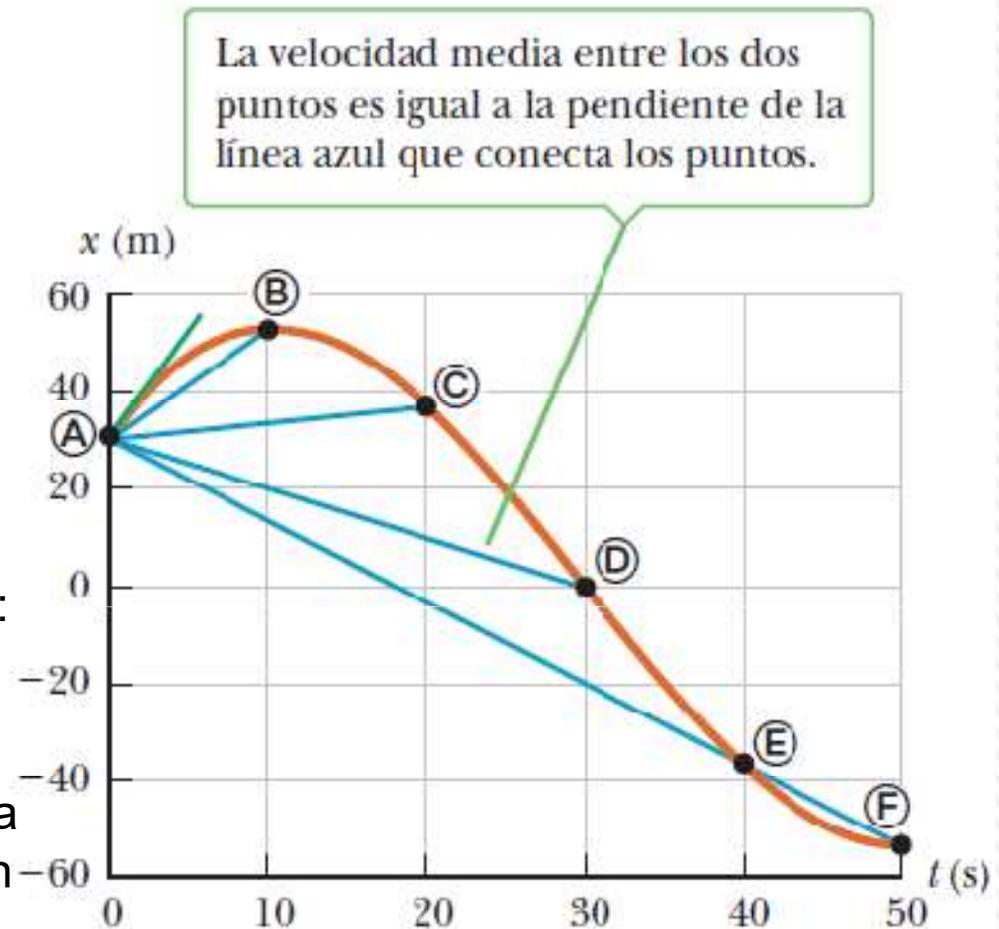
Posición	$t$ (s)	$x$ (m)
(A)	0	30
(B)	10	52
(C)	20	38
(D)	30	0
(E)	40	-37
(F)	50	-53

En los primeros 10 s de su movimiento, conforme el automóvil viaja desde A hasta B, su velocidad media es 2,2 m/s:

$$v_{mAB} \equiv \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_B - x_A}{t_B - t_A} = \frac{52 - 30}{10 - 0} = \frac{22 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 2,2 \text{ m/s}$$

En los primeros 40 segundos, el auto va desde A hasta E, la velocidad media en este intervalo, que es igual a la pendiente de la recta azul desde A hasta E:

$$v_{mAE} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_E - x_A}{t_E - t_A} = \frac{-37 - 30}{40 - 0} = \frac{-67 \text{ m}}{40 \text{ s}} = -1,7 \text{ m/s}$$



**Observar que la rapidez media para este intervalo es distinta!**

De A a B recorre una distancia de 22m, mientras que de B a E recorre una distancia de 89 m, por tanto la rapidez media vale:  $(22+89)\text{m}/40 \text{ s} = 2,8 \text{ m/s}$

# Velocidad instantánea

La velocidad promedio no considera los detalles de lo que sucede durante un intervalo de tiempo.

Por ejemplo, un automóvil puede aumentar o disminuir su velocidad tantas veces en respuesta al tráfico u otras condiciones.

Interesa conocer la rapidez, dirección y sentido que el auto tiene en un instante particular del tiempo, que determinan su **velocidad instantánea**.

Al conducir un automóvil entre dos puntos, la velocidad promedio debe calcularse en un intervalo de tiempo, pero la magnitud de la velocidad instantánea puede leerse en el velocímetro del automóvil.

La **velocidad instantánea  $v$**  es igual a la velocidad media cuando el intervalo de tiempo  $\Delta t$  se hace muy pequeño (estrictamente es prácticamente nulo).

Una forma matemática más precisa de definirla es como el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo  $\Delta t$  se hace infinitesimalmente pequeño:

$$v \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Esta expresión se lee como “la velocidad instantánea es igual al límite de  $\Delta x / \Delta t$  cuando  $\Delta t$  se aproxima a cero”.

El intervalo de tiempo  $\Delta t$  nunca llega a cero; pero se *aproxima* a cero. Técnicamente la velocidad instantánea aún es una velocidad media; sin embargo, un  $\Delta t$  tan pequeño es básicamente un promedio “en un instante de tiempo” y, por ello, la llamamos velocidad *instantánea*

# Velocidad instantánea

Para comprender mejor esta definición formal, consideremos la información que se obtiene de un vehículo por radar:

En  $t = 1,00$  s, el vehículo está en  $x = 5,00$  m y en  $t = 3,00$  s, está en  $x = 52,5$  m. La velocidad media calculada para este intervalo  $\Delta x / \Delta t = (52,5 \text{ m} - 5,00 \text{ m}) / (3,00 \text{ s} - 1,00 \text{ s}) = 23,8 \text{ m/s}$ .

Este resultado podría ser utilizado como una evaluación para la velocidad en  $t = 1,00$  s, pero no sería muy exacto ya que los cambios de rapidez son considerables en el intervalo de tiempo de 2 segundos.

Usando el resto de la información podemos construir esta tabla:

$t$ (s)	$x$ (m)
1.00	5.00
1.01	5.47
1.10	9.67
1.20	14.3
1.50	26.3
2.00	34.7
3.00	52.5

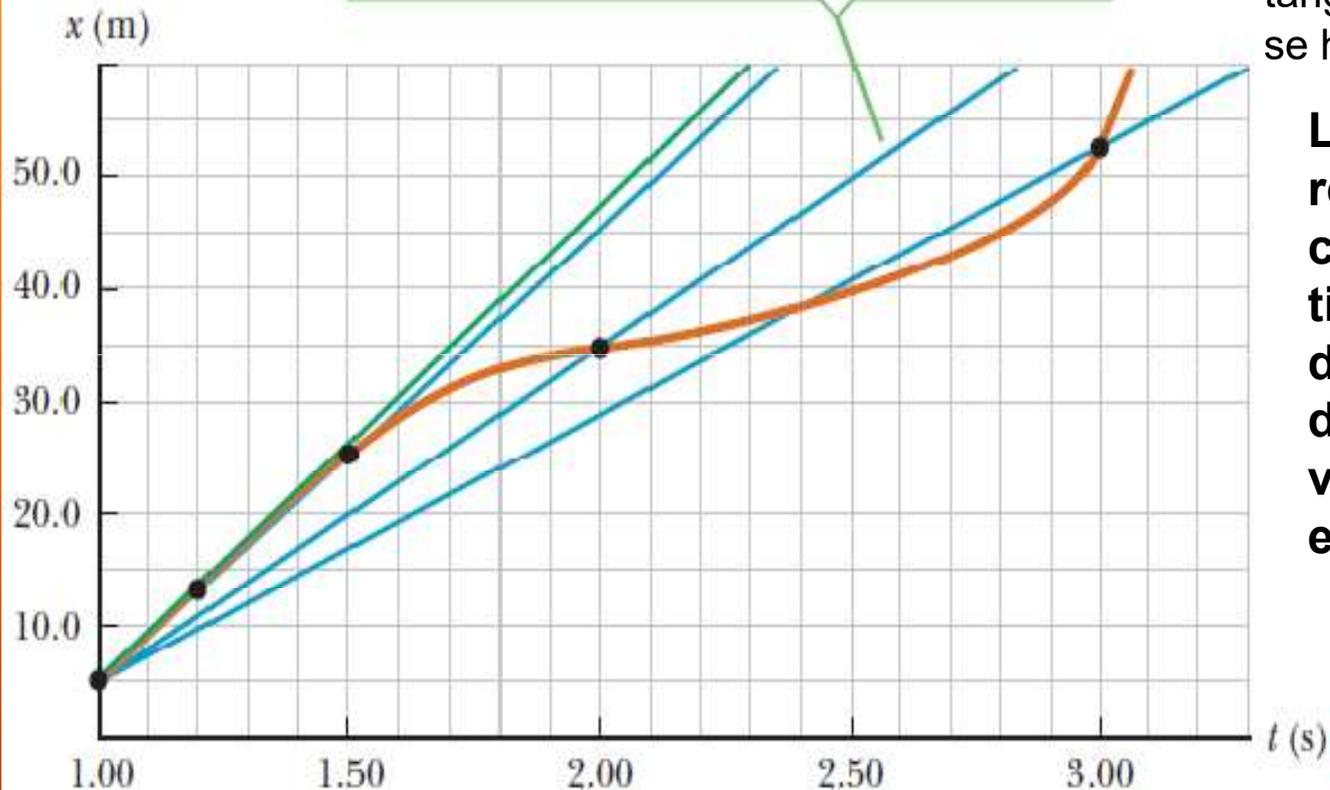
Intervalo de tiempo (s)	$\Delta t$ (s)	$\Delta x$ (m)	$\bar{v}$ (m/s)
1.00 a 3.00	2.00	47.5	23.8
1.00 a 2.00	1.00	29.7	29.7
1.00 a 1.50	0.50	21.3	42.6
1.00 a 1.20	0.20	9.30	46.5
1.00 a 1.10	0.10	4.67	46.7
1.00 a 1.01	0.01	0.470	47.0

Cuando el intervalo de tiempo es más pequeño, la velocidad media es más cercana y se aproxima a la velocidad instantánea.

Utilizando el intervalo final de sólo 0,0100 s se determina que la velocidad media es  $v_m = \Delta x / \Delta t = 0,470 \text{ m} / 0,0100 \text{ s} = 47,0 \text{ m/s}$ , ya que 0.0100 s es un intervalo de tiempo muy breve, probablemente la velocidad instantánea real es muy cercana a este valor medio.

# Velocidad instantánea

La pendiente de la recta azul representa la velocidad promedio que se aproxima a la pendiente de la recta tangente verde.



En la figura se ve cómo las cuerdas formadas por las líneas azules gradualmente se aproximan a una recta tangente a medida que el  $\Delta t$  se hace más pequeño.

**La pendiente de la recta tangente a la curva posición vs. tiempo en un “tiempo determinado” se define como la velocidad instantánea en ese tiempo.**

La **rapidez instantánea** de un objeto, que es una cantidad escalar, se define como la **magnitud de la velocidad instantánea**. Similar a la rapidez promedio, la rapidez instantánea (que por lo general llamaremos, simplemente “rapidez”) no tiene dirección asociada.

# Velocidad instantánea

*Vimos que la velocidad instantánea es el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo se acerca a cero:*

$$v \equiv \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

El módulo de la velocidad instantánea es la la rapidez instantánea o **rapidez** (a secas).

Cuando expresemos la “velocidad”, implícitamente estaremos indicando que hablamos de la velocidad instantánea.



# Velocidad instantánea

Vimos que la velocidad instantánea es el límite de la velocidad media cuando el intervalo de tiempo se acerca a cero:

$$v = \frac{dx}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_m = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

En notación de cálculo, este límite se llama *derivada de x respecto a t*, que se escribe  $dx/dt$  :

$$v = \frac{dx}{dt} \equiv \dot{x}$$

En física se acostumbra a escribir la derivada de una cierta variable respecto al tiempo, con la notación de colocar un punto sobre la variable.

Desde el punto de vista matemático, esto significa que **la velocidad instantánea es la derivada respecto al tiempo de la ley horaria  $x(t)$** .

Ejemplo si la posición de un móvil está dado por la expresión  $x(t) = 4t^2 - 3t + 10$  (donde  $x$  se expresa en metros y  $t$  en segundos), podemos calcular la expresión de la velocidad instantánea para cualquier instantánea,  $v(t)$ , derivando con la expresión de  $x$  respecto al tiempo:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(4t^2 - 3t + 10) = 8t - 3$$

Esta expresión me determina cuánto vale la velocidad instantánea en cualquier instante  $t$