05- MOVIMIENTO EN UNA DIMENSIÓN

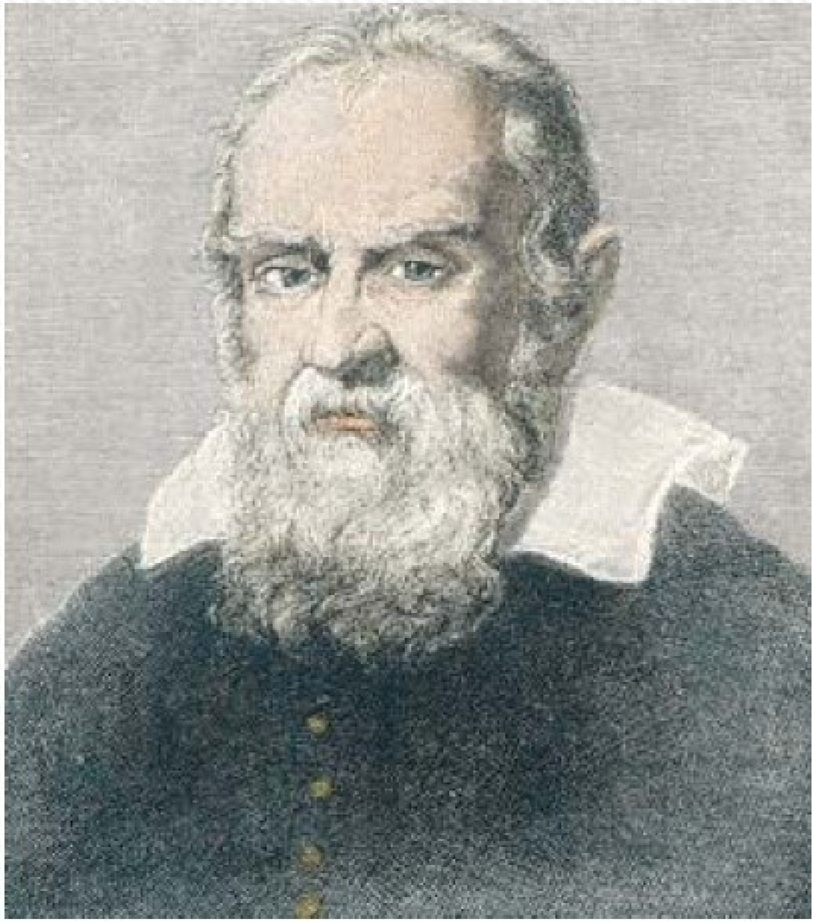
CAÍDA LIBRE Y SALTO VERTICAL

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Si despreciamos la resistencia del aire, todos los objetos caen bajo la influencia de la gravedad a la superficie de la Tierra cayendo hacia ella con la misma aceleración constante. Esto que parece hoy en día evidente, fue comprobado recién hacia el año 1600 por Galileo que tuvo que desterrar las ideas de Aristóteles (384-322 a.C.), que sostenían que los objetos pesados caían más rápido que los ligeros.

De acuerdo con la tradición, Galileo descubrió la ley de caída libre de objetos al observar que dos pesas diferentes se dejaban caer de manera simultánea desde la Torre inclinada de Pisa golpeando la superficie de la Tierra aproximadamente en el mismo tiempo.

Al caso idealizado del movimiento donde se omite la resistencia del aire, se le conoce como ***caída libre***.



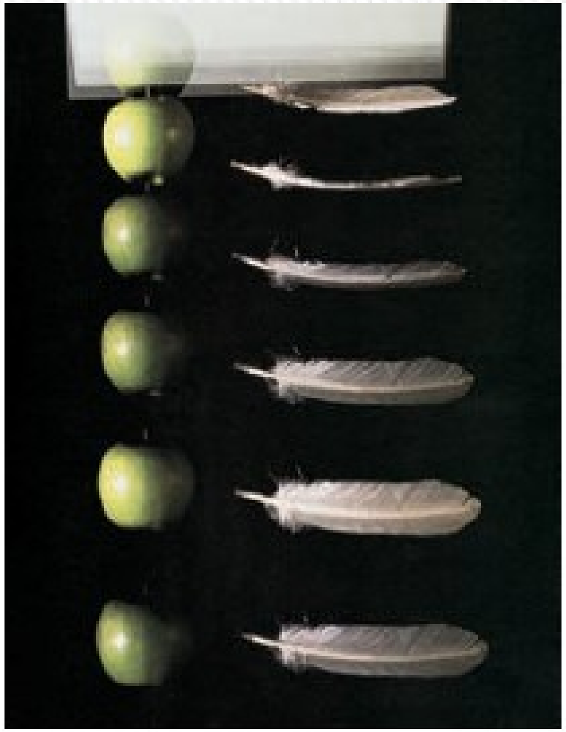
Galileo Galilei
Físico y astrónomo italiano
(1564-1642)

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Si dejamos caer simultáneamente un martillo y una pluma desde la misma altura, el martillo golpea primero el piso porque la fricción con el aire tiene un gran efecto sobre la pluma que es más ligera.
El 2 de agosto de 1971, este mismo experimento fue realizado en la Luna por el astronauta David Scott, y el martillo y la pluma cayeron exactamente con la misma aceleración, como se esperaba, golpeando la superficie lunar al mismo tiempo

Apolo XV: Martillo y pluma cayendo al mismo tiempo en la Luna:

https://www.youtube.com/watch?v=BNEI9wop1KM&ab_channel=Cibermitanios



En un vacío, la manzana y la pluma, liberadas simultáneamente desde el reposo, cae con idéntico movimiento

OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

Un objeto en caída libre es cualquier objeto moviéndose libremente bajo la influencia sólo de la gravedad, independientemente de su movimiento inicial.
Se indica la magnitud de la **aceleración en caída libre mediante el símbolo *g*.**
El valor de *g disminuye con el aumento de la altitud y también varía ligeramente con la latitud.* En la superficie de la Tierra, el valor de *g es aproximadamente 9,80 m/s*^{2}.
Si se pasa por alto la resistencia del aire y se supone que la aceleración en caída libre no varía con la altitud en una distancia vertical corta, entonces el movimiento de un objeto en caída libre es el mismo que el movimiento en una dimensión bajo aceleración constante.
Esto significa que pueden ser aplicadas las ecuaciones cinemáticas que hemos visto.
Convencionalmente se define hacia "arriba" como la dirección *y positiva,* y se usa a *y* como la variable posición.
En este caso sabemos que la aceleración g siempre va a estar dirigida hacia abajo

Por ejemplo, si consideramos que lanzamos un objeto desde una altura determinada (que designaremos con y_0,) hacia arriba con una velocidad inicial v_0 (que tiene por tanto sentido contrario a la aceleración g), la ecuación que me da la posición (la altura del objeto) en función del tiempo es:

$$y(t) = y_0 + v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

en tanto que la velocidad estará dada por:

$$v = v_0 - gt$$

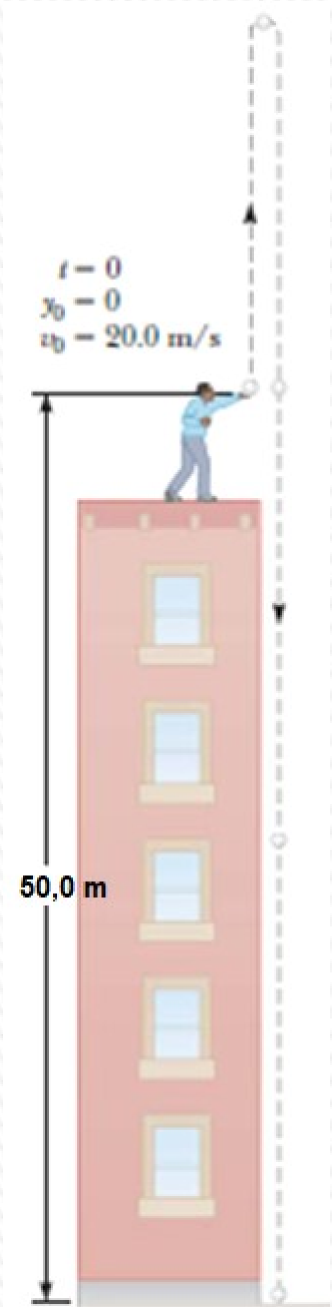
OBJETOS EN CAÍDA LIBRE

1. El signo de g: Tener en cuenta que *g es un número positivo. Es tentador* sustituir -9,80 m/s^2 por *g,* pero resista la tentación. La aceleración gravitacional descendente se indica explícitamente al establecer la aceleración como $a_y = -g$.

2. Aceleración en lo alto del movimiento: Un error común es considerar que la aceleración de un proyectil en lo alto de su trayectoria es cero. Aunque la velocidad en lo alto del movimiento de un objeto que se lanza hacia arriba. Momentáneamente va a cero, *la aceleración todavía corresponde a la gravedad en este punto. Si* la velocidad y la aceleración fuesen cero, el proyectil permanecería en lo alto.

Fotografía con múltiples destellos de una pelota en caída libre.

Ejemplo: lanzamiento de una piedra



Se lanza una piedra desde la parte superior de un edificio con una velocidad inicial de 20,0 m/s en una trayectoria rectilínea hacia arriba, desde una altura inicial de 50,0 m sobre el nivel del suelo. La piedra libra el borde del techo de su camino hacia abajo, como se muestra en la figura. Determine:
a) el tiempo necesario para que la piedra alcance su altura máxima; b) la altura máxima, c) el tiempo necesario para que la piedra regrese a la altura de la cual fue lanzada y la velocidad de la piedra en ese instante, d) el tiempo necesario para que la piedra alcance la superficie de la tierra y e) la velocidad y posición de la piedra en *t=5,00 s. Omita la resistencia* del aire.

Supondremos como sistema coordenado el eje y con sentido positivo hacia arriba y con el origen *en el nivel* en que se tira la piedra ($y_0 = 0$).
Para resolver el ejercicio plantearemos las ecuaciones cinemáticas de la velocidad y la posición para la piedra y sustituimos la información dada, todas las respuestas surgen de estas dos ecuaciones al usar álgebra mediante la sustitución del tiempo.
Tener en cuenta que la piedra llega al reposo por un instante en su altura máxima, por lo que puedo hacer *v=0 y calculo el tiempo en que llega a dicha altura máxima*

Ejemplo: lanzamiento de una piedra

Tenemos que considerar la velocidad inicial es hacia arriba (positiva) mientras que la aceleración es g hacia abajo (por tanto será negativa), entonces nuestras ecuaciones son:

$$v = v_0 - gt \qquad \Delta y = y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Que sustituyendo los valores numéricos resultan:

$$v = 20{,}0 - 9{,}80t \qquad \Delta y = y - 0 = 20{,}0t - \frac{1}{2} \times 9{,}80t^2 \qquad y = 20{,}0t - 4{,}90t^2$$

a) El tiempo que demora en llegar a la altura máxima lo determinamos a través de aquel que hace nula la velocidad:

$$v = 0 = 20{,}0 - 9{,}80t \qquad \Longrightarrow \quad t = \frac{-20{,}0}{-9{,}80} = 2{,}04\ s$$

b) La altura máxima que alcanza la piedra la hallamos sustituyendo este tiempo en la expresión que da la altura y:

$$y_{max} = 20{,}0(2{,}04) - 4{,}90(2{,}04)^2 = 20{,}4\ m$$

c) La piedra alcanza nuevamente a la altura de lanzamiento cuando y= 0:

$$y = 0 = 20{,}0t - 4{,}90t^2 = t(20{,}0 - 4{,}90t)$$

El tiempo que buscamos es: $t = \dfrac{20{,}0}{4{,}90} = 4{,}08\ s$

Observar que este tiempo es el doble que el que se necesita para alcanzar la altura máxima: el tiempo de subida es el mismo que el de bajada!!

Ejemplo: lanzamiento de una piedra

d) El tiempo que demora en llegar al piso, es aquel en el que y = - 50,0 m (que corresponde a la altura del edificio)

$$y = -50{,}0 = 20{,}0t - 4{,}90t^2$$

$$4{,}90t^2 - 20{,}0t - 50{,}0 = 0$$

$$t = \frac{20{,}0 \pm \sqrt{20{,}0^2 - 4 \times (4{,}90) \times (-50{,}0)}}{2 \times 4{,}90} = \frac{20{,}0 \pm \sqrt{400 + 980}}{9{,}80}$$

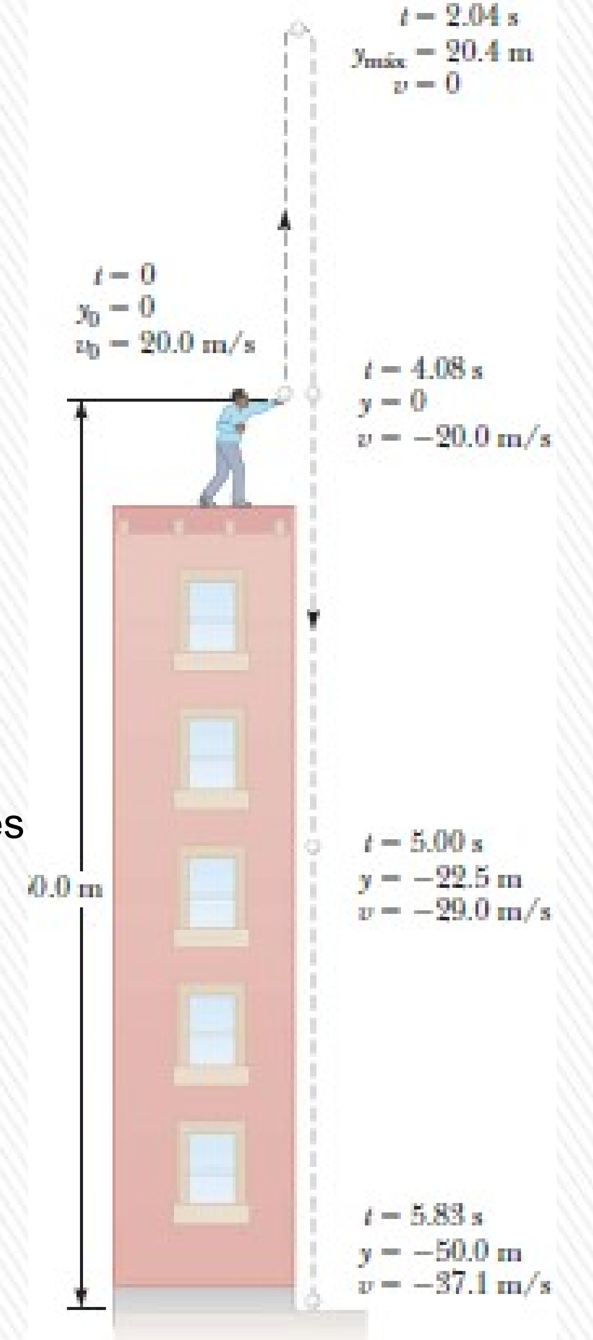
Como debo obtener un tiempo positivo:

$$t = \frac{20{,}0 + \sqrt{1380}}{9{,}80} = 5{,}83\ s$$

e) Finalmente en esta parte sustituyo t=5,0 en ambas ecuaciones

$$v\ (t = 5{,}00) = 20{,}0 - 9{,}80 \times 5{,}00 = -29{,}0\ m/s$$

$$y(t = 5{,}00) = 20{,}0 \times 5{,}00 - 4{,}90 \times 5{,}00^2 = -22{,}5\ m$$



Ejemplo: lanzamiento de una piedra (resolución simbólica)

Con referencia al ejemplo anterior, usaremos manipulación simbólica para calcular el tiempo $t_{máx}$ *que le toma a la piedra* alcanzar su altura máxima y determinar una expresión para la altura máxima independiente del tiempo.

Las respuestas se expresan sólo en términos de las cantidades v_0, g y y_0.

Como hicimos en el ejemplo numérico, imponemos que la velocidad se anula:

$$v = 0 = v_0 - g t_{máx} \qquad \Rightarrow \boxed{t_{máx} = \frac{v_0}{g}}$$

Tiempo que demora en alcanzar la altura máxima en un lanzamiento vertical

Ahora para calcular la altura máxima ($y_{máx}$) sustituyo este valor de $t_{máx}$:

$$y_{máx} = v_0 t_{máx} - \frac{1}{2} g {t_{máx}}^2 = v_0 \left(\frac{v_0}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{v_0}{g}\right)^2$$

$$y_{máx} = \left(\frac{{v_0}^2}{g}\right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{{v_0}^2}{g^2}\right) = \frac{{v_0}^2}{g} - \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2}{g} = \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2}{g}$$

$$\boxed{y_{máx} = h_{máx} = \frac{v_0^2}{2g}}$$

altura máxima que se alcanza en un lanzamiento vertical con velocidad inicial v_0