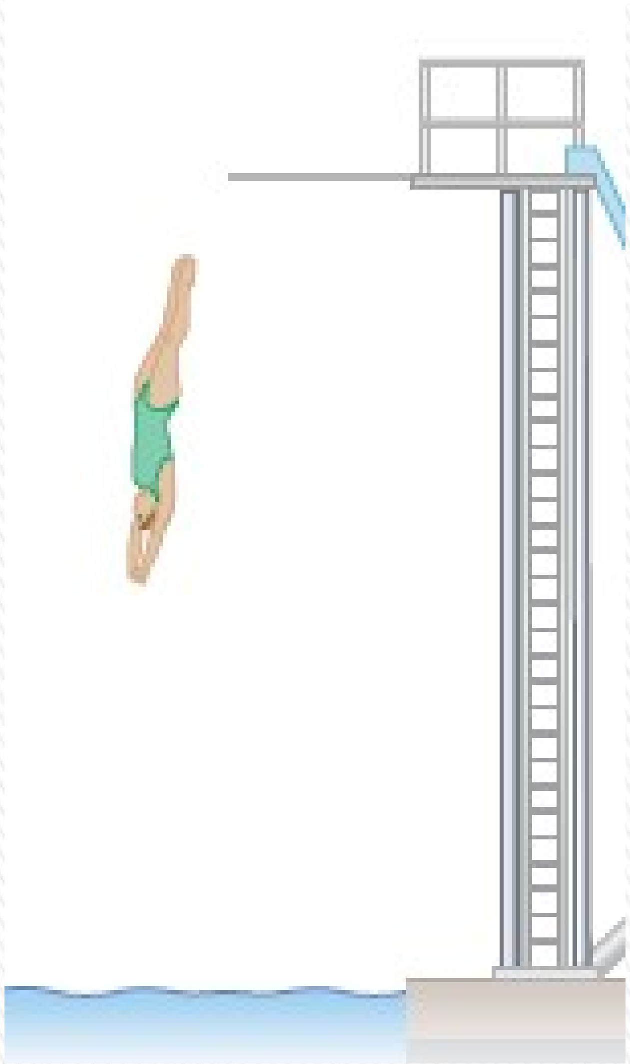
16- Trabajo, energía y potencia

- Fuerzas conservativas y no conservativas.
- Energía potencial gravitatoria.
- Conservación de la energía mecánica.
- Energía potencial elástica.
- Ley de conservación de la energía.

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

Existen dos tipos generales de fuerzas: **fuerza conservativas**, como el peso (fuerza gravitatoria), y **fuerza no conservativas** (fricción o disipativas).

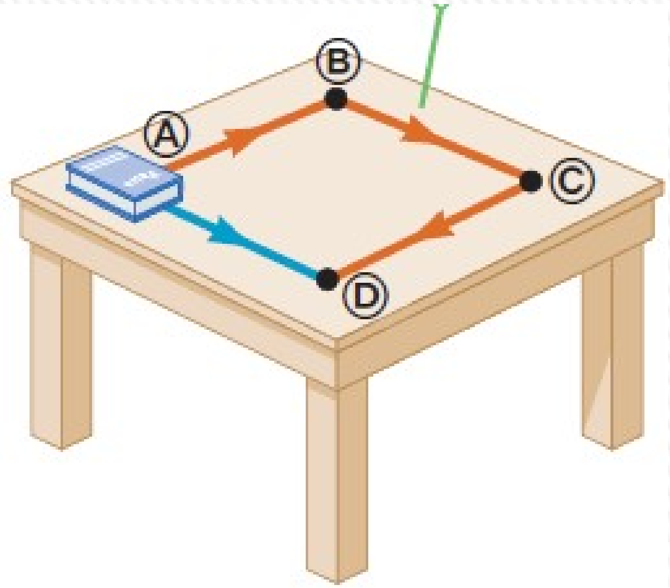
Pensemos en una clavadista que sube a la parte superior de una plataforma de 10 metros.
El clavadista tiene que realizar trabajo contra la gravedad, al escalar.
Sin embargo, una vez en la parte superior puede recuperar el trabajo, como energía cinética, al zambullirse.
Su velocidad, precisamente antes de entrar en el agua, le dará una energía cinética igual al trabajo que hizo contra la gravedad al escalar hasta la parte superior de la plataforma menos el efecto de algunas fuerzas no conservativas, como la fuerza de arrastre del aire y la fricción muscular interna.
Por lo general, una **fuerza no conservativa es disipadora, lo que significa que tiende a dispersar** aleatoriamente la energía de los cuerpos sobre los que actúa.



FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

La dispersión de energía con frecuencia toma la forma de calor o sonido.
La fricción cinética y la fuerza de resistencia del aire son buenos ejemplos.
Fuerzas propulsoras, semejantes a la fuerza ejercida por un motor de reacción en un avión o por la hélice en un navío, también son no conservativas.

Otra manera de caracterización: medir el trabajo que lleva a cabo una fuerza sobre un objeto desplazado entre dos puntos a lo largo de diferentes trayectorias.
El trabajo realizado por la gravedad sobre alguien que se desliza hacia abajo sin fricción, es igual al que se lleva a cabo sobre el clavadista desde la misma altura.
Esta igualdad no se cumple para fuerzas no conservativas.



Por ejemplo, desplazar un libro directamente desde el punto A hasta el punto D en la figura se necesita una cierta cantidad de trabajo contra la fricción, pero deslizar el libro a lo largo de los otros tres lados del cuadrado, desde A hasta B , de B hasta C y, por último, de C hasta D , necesita tres veces más trabajo.

FUERZAS CONSERVATIVAS Y NO CONSERVATIVAS

La observación anterior genera la siguiente definición de una fuerza conservativa:

Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado al mover un objeto entre dos puntos es el mismo sin importar qué trayectoria se considere.

Las fuerzas no conservativas no tienen esta propiedad.
El teorema trabajo-energía, se puede reescribir en términos del trabajo invertido por fuerzas conservativas *Wc y el trabajo gastado por fuerzas no conservativas Wnc ya que el trabajo neto* es precisamente la suma de éstas dos:

$$W_c + W_{nc} = \Delta K$$

Tenemos que las fuerzas conservativas poseen otra propiedad útil.
El trabajo que realizan se puede expresar a través de una variación de algo que se conoce como **energía potencial**, una cantidad que depende sólo de los puntos inicial y final de una curva, no de la trayectoria que sigue.

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

Un objeto con energía cinética puede hacer trabajo sobre otro objeto.
Un ladrillo en lo alto de una repisa también realiza trabajo: puede caer de la repisa, acelerar hacia abajo y golpear firmemente un clavo, clavándolo en un piso de madera.
Se dice que el ladrillo tiene asociada una **energía potencial gravitatoria,** debido a que desde su ubicación sobre la repisa puede hacer potencialmente trabajo.

La energía potencial es una propiedad de un **sistema, en lugar de un solo objeto,** ya que se debe a una posición física en el espacio relativa a un centro de fuerza, como el clavadista y la Tierra.
Podemos suponer a un sistema como un conjunto de objetos que interactúan vía las fuerzas u otros procesos al interior del sistema.
La energía potencial gravitatoria es otra manera de ver cómo la fuerza peso realiza trabajo.

Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

Para resolver problemas que involucran la gravitación podemos usar el teorema trabajo-energía, pero se requiere el cálculo del trabajo realizado por la gravedad (es decir por la fuerza peso).
Para la mayoría de las trayectorias, por ejemplo, para una pelota que recorre un arco parabólico, el determinar el trabajo gravitacional realizado sobre la pelota requiere técnicas complicadas de cálculo.
Por suerte, para campos conservativos existe una alternativa simple: la energía potencial.

El **peso**, es decir la fuerza gravitatoria es una **fuerza conservativa** y, para toda fuerza conservativa, se puede encontrar una expresión especial conocida como una **función de energía potencial**.
Al evaluar esa función en dos puntos cualesquiera en una trayectoria del objeto en movimiento y encontrando la diferencia nos dará como resultado el negativo del trabajo realizado por esa fuerza entre los dos puntos.

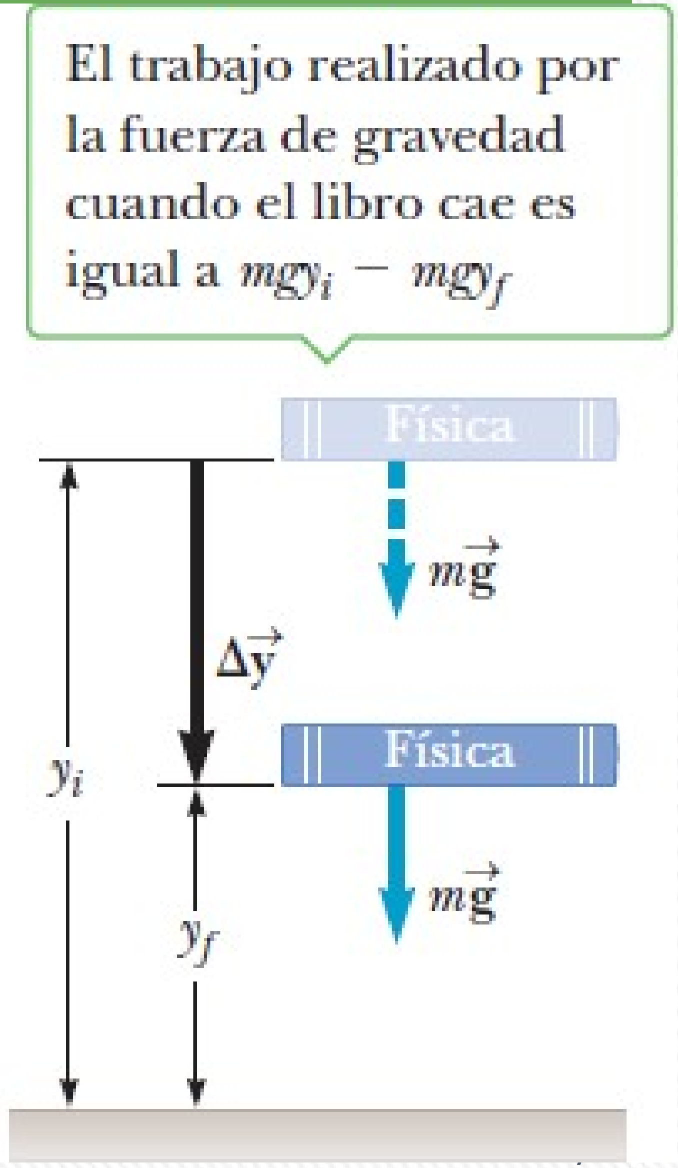
Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

En la figura un libro de masa *m cae desde una altura* y_i *hasta una altura* y_f, donde la coordenada *y positiva representa las posiciones por encima de la supericie del* suelo.
Se desprecia la fuerza de fricción del aire, de tal modo que la única fuerza que actúa sobre el libro es la de gravedad.

¿Cuánto trabajo se realizó?

Las magnitudes de la fuerza es *mg y la del desplazamiento es* $\Delta y = y_i - y_f$ *(un número positivo), mientras los dos* ***F*** y ***Δy*** están apuntando hacia abajo, de manera que el ángulo entre ellos es cero.
Aplicamos la definición de trabajo:

$$W_g = Fs\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0 = -mg(y_f - y_i)$$



Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

$$W_g = Fs\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0 = -mg(y_f - y_i)$$

Esta ecuación del trabajo gravitacional W_g se cumple para cualquier objeto, independientemente de su trayectoria en el espacio, ya que la fuerza gravitacional es conservativa. *W_g aparecerá como el trabajo realizado por la gravedad en el teorema* trabajo-energía.

$$\mathbf{W_{neto} = W_{nc} + W_g = \Delta K}$$

$W_{nc} - mg(y_f - y_i) = \Delta K$ Por lo que resulta: $W_{nc} = \Delta K + mg(y_f - y_i)$

Ahora, por definición, haremos la conexión entre trabajo gravitacional y energía potencial gravitacional.

La **energía potencial gravitacional (U_g)** de un sistema que consiste en la Tierra y un objeto de masa *m cerca de la superficie terrestre se define como:*

$$U_g \equiv mg\,y$$

donde *g es la aceleración de la gravedad e y es la posición vertical de la masa relativa* a la supericie de la Tierra (o algún otro punto de referencia).

Unidad SI: joule (J)

Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

$$U_g \equiv mg\,y$$

.

En esta definición, *y =0 corresponde a la superficie de la Tierra, pero esto no es estrictamente* necesario, como veremos, sino que sólo importan las *diferencias en la energía potencial.*

Por esto, la energía potencial gravitacional asociada con un objeto ubicado cerca de la supericie terrestre es el peso del objeto *mg por su posición vertical y sobre de la Tierra.*

De esta *definición, tenemos la correspondencia entre trabajo gravitacional y energía potencial* gravitacional:

$$W_g = -(U_{gf} - U_{gi}) = -(mgy_f - mgy_i)$$

El trabajo realizado por la gravedad es el mismo que el negativo del cambio en la energía potencial gravitacional.

El trabajo que realiza el peso es igual a menos la variación de la energía potencial gravitatoria

Trabajo gravitacional y energía potencial gravitatoria

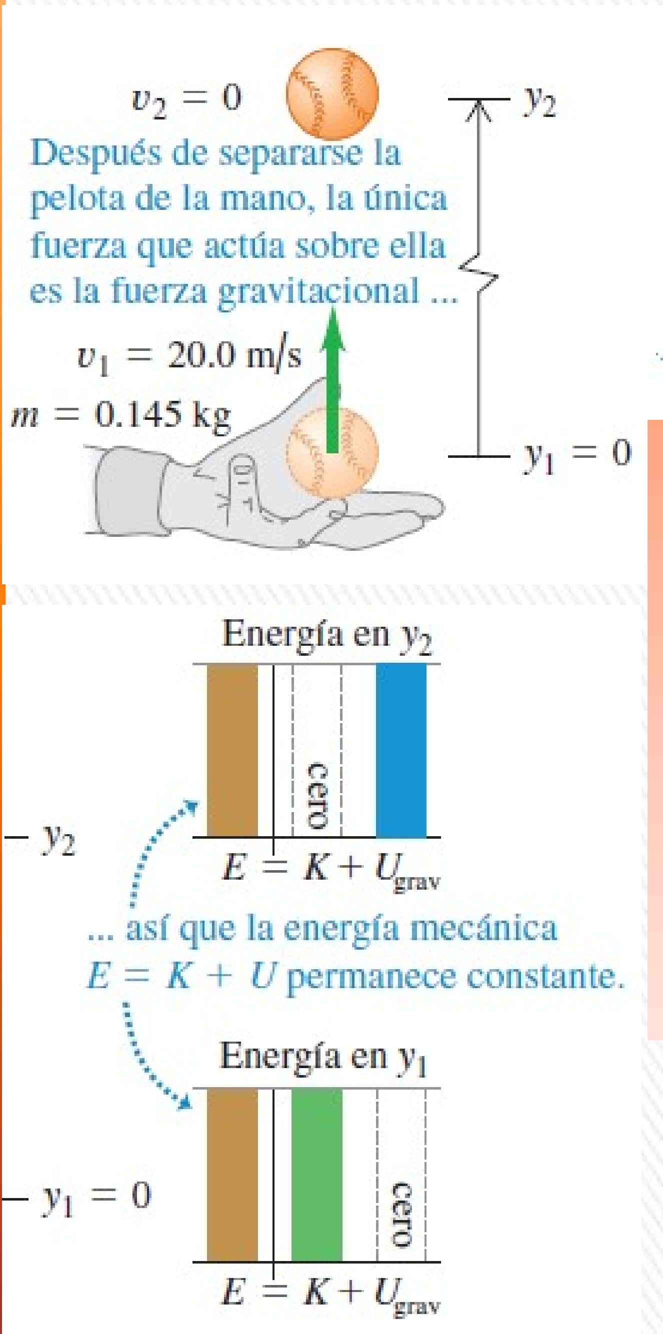
Niveles de referencia para la energía potencial gravitacional

En la solución de problemas que involucran a la energía potencial gravitacional, es importante optar por un punto de referencia en la cual la energía sea igual a cero.

La elección es completamente arbitraria ya que la cantidad importante es la *variación de cambio de energía* potencial, y ésta será independiente de la elección del punto de referencia.

De cualquier modo, una vez que se decide por esta posición, debe permanecer fija para un problema determinado.

Ejemplo



Se lanza una pelota con masa de 0,145 kg hacia arriba, dándole una velocidad inicial de magnitud igual a 20,0 m/s.

Determine qué altura alcanza, despreciando la resistencia del aire.

$W = \Delta K$ (por teorema trabajo-energía)

La única fuerza que realiza trabajo es el peso:

$W_g = \Delta K$ y $W_g = -\Delta U_g$

$\Delta U_g + \Delta K = 0$ $\quad U_{g1} + K_1 = U_{gr} + K_2$

Elijo que en $y_1=0$ por tanto $U_{g1} = 0$

La altura máxima se alcanza cuando la velocidad se anula, por tanto $K_2=0$

$K_1 = U_{g2}$

$$\tfrac{1}{2} m v_1^2 = m g y_2$$

$$y_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(20.0\ \mathrm{m/s})^2}{2(9.80\ \mathrm{m/s^2})} = 20.4\ \mathrm{m}$$

Energía potencial gravitatoria

Hemos visto la energía potencial en las proximidades de la superficie terrestre definiendo la misma como *mgh. Para ello supusimos* que la fuerza de la gravedad mg es constante.
Cuando el desplazamiento es una fracción significativa del radio terrestre *ya no es correcto* tratar la fuerza gravitatoria como constante, aunque se sigue cumpliendo que es una fuerza conservativa y por tanto el trabajo realizado depende sólo de las posiciones inicial y final.
Vimos *que la fuerza gravitacional* atractiva entre dos puntos o masas esféricas *M y m vale:*

$$F = G\frac{M.m}{r^2}$$

La energía potencial gravitacional asociada con un objeto de masa *m a una distancia r del centro de la Tierra, con r > R_T es:*

$$U(r) = -G\frac{M_T m}{r}$$

Donde R_T y M_T son el radio y la masa de la Tierra

Observar que cuando la separación *r* se hace muy grande, la fuerza gravitatoria tiene a cero, por lo cual la energía potencial de ambas masas debe ser nula cuando *r se* hace infinito.
A medida que los objetos se aproximan, la fuerza gravitatoria efectúa trabajo sobre ellos, aumentando su energía cinética y disminuyendo su energía potencial, por lo cual debe ser negativa.

Energía potencial gravitatoria

Energía de un satélite- Consideremos un satélite de masa *m* que gira en una órbita circular de radio *r* alrededor de la Tierra. Aplicando la 2da. Ley de Newton:

$$ma = F \qquad m\frac{v^2}{r} = G\frac{M_T.m}{r^2} \qquad mv^2 = G\frac{M_T.m}{r}$$

La energía cinética del satélite puede escribirse como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = G\frac{M_T.m}{2r} = -\frac{1}{2}U$$

La energía mecánica total (cinética más potencial) vale

$$E = K + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U = -G\frac{M_T.m}{2r} \qquad \boxed{E = -G\frac{M_T.m}{2r}}$$

Energía potencial gravitatoria

Velocidad de escape

La velocidad de escape es la mínima velocidad inicial v_0 *necesaria para que* un proyectil disparado verticalmente en la superficie de la Tierra pueda escapar de la fuerza gravitatoria terrestre.
En la superficie de la Tierra la velocidad es v_0, .

$$E_0 = K_0 + U_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M_T m}{R_T}$$

Si el proyectil ha de escapar permanentemente de la Tierra, *r llegará a alcanzar un valor muy grande, de* modo que U = O. Si tiene .la energía mínima necesaria para ello, su velocidad y su energía cinética serán también nulas a esta distancia. Entonces, la energía total necesaria para escapar de la Tierra es *E= K+U = O.*
Como la energía mecánica se conserva:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = 0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2 G M_T}{R_T}}$$

Esta es la velocidad mínima necesaria en la superficie de la Tierra para escapar de la atracción terrestre.
La velocidad de escape para cualquier planeta puede hallarse a partir de su masa y de su radio.

Para la Tierra la velocidad de escape vale 11,2 km/s (40.280 km/h).

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Energía potencial que no es de naturaleza gravitacional: la de un resorte.
El trabajo es efectuado por la fuerza que deforma el elemento y ese trabajo se almacena en dicho elemento hasta que se deja de deformar.

Proceso de **almacenar energía en un cuerpo deformable como *energía potencial elástica (U_{el}).***

Un cuerpo es *elástico si recupera su forma y tamaño originales después de deformarse.*

Consideraremos el almacenamiento de energía en un resorte ideal.

Experimentalmente se obtiene que para mantener un resorte ideal estirado una distancia *x, se debe ejercer una fuerza F = kx,* (ley de Hooke) donde ***k*** es la ***constante de fuerza* del resorte,** unidad: N/m

Esto significa que la fuerza ejercida por el resorte, $F_r = -kx$

Habitualmente a la fuerza F_r se le conoce como *fuerza de restitución debido a que el resorte siempre ejerce una fuerza en* una dirección opuesta al desplazamiento de su extremo, tendiente a restituir todo lo que está unido al resorte a su posición original.
Para valores positivos de *x, la fuerza es negativa,* apuntando de regreso hacia la posición de equilibrio en *x =0, y para x negativa, la fuerza* es positiva, una vez más apuntado hacia *x =0.*

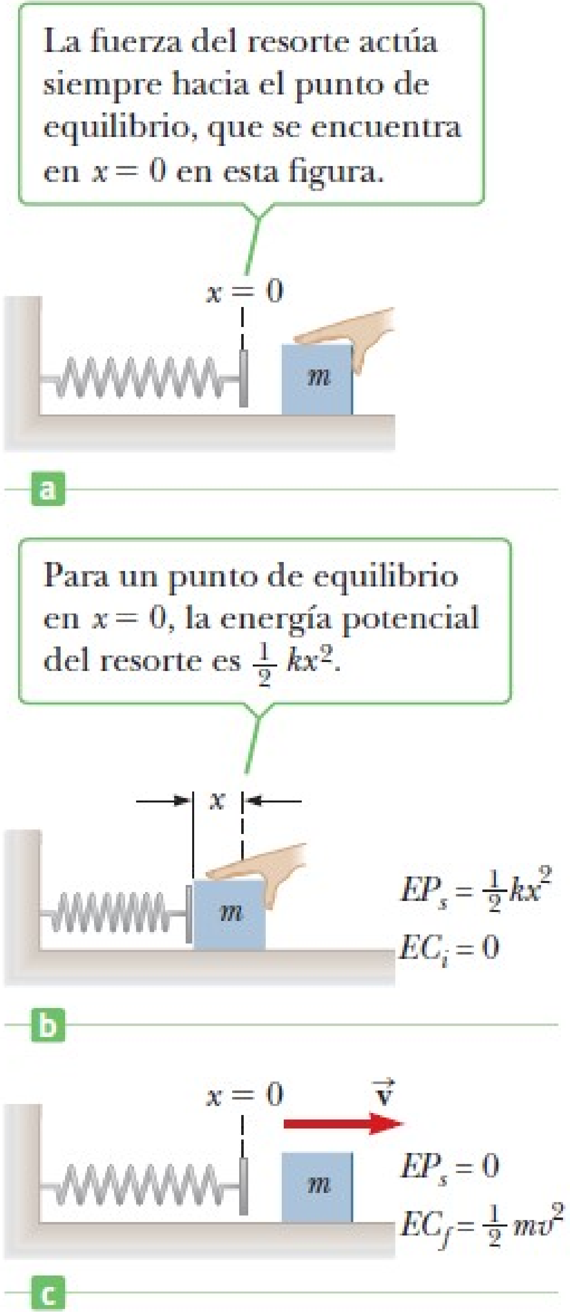
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Figura a): resorte en su posición de equilibrio (resorte ni comprimido ni estirado.
Figura b): Se empuja un bloque contra el resorte y se comprime una distancia *x* , que representa un desplazamiento desde la posición de equilibrio: *x =0.*
Figura c): se libera el bloque, la energía elástica almacenada se transfiere al bloque en la forma de energía cinética.

La energía almacenada se origina a causa del trabajo realizado al comprimir o estirar el resorte

Modelaremos al resorte como un elemento ideal, de masa despreciable y perfetamente elástico caracterizado por una constante k.

Vamos a calcular el trabajo realizado por el resorte cuando es comprimido por una fuerza aplicada desde el equilibrio hasta un desplazamiento *x* .
Consideremos un resorte horizontal y una masa *m en la posición de equilibrio.*
Siempre la fuerza del resorte apunta en el sentido opuesto al movimiento, por lo tanto el trabajo será negativo.



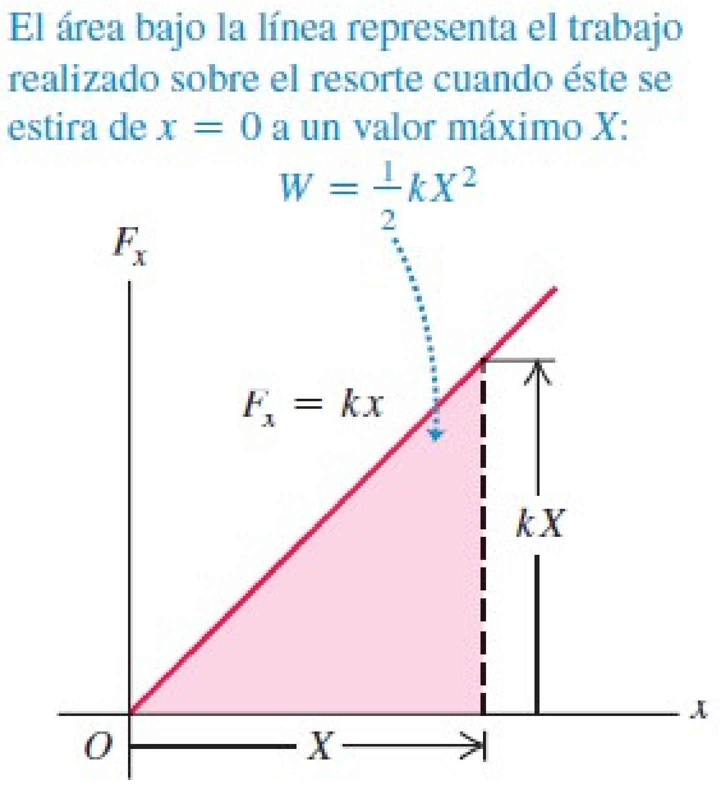
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Para calcular el trabajo que realiza el peso (fuerza constante de la gravedad cerca de la superficie de la Tierra) sobre un objeto simplemente multiplicamos el peso por el desplazamiento vertical del objeto.
Sin embargo, este procedimiento no puede ser aplicado con una fuerza variable, como la del resorle que varía linealmente con x: -kx.
Para calcular el trabajo calculamos la fuerza media:

$$F_{med} = \frac{F_o + F_f}{2} = \frac{0 - kx}{2} = \frac{kx}{2}$$

Por lo que el trabajo realizado por el resorte

$$W_r = F_{med}\, x = -\frac{kx^2}{2}$$



El mismo resultado obtenemos si lo calculamos como el área bajo la recta que representa la fuerza en función de la posición.

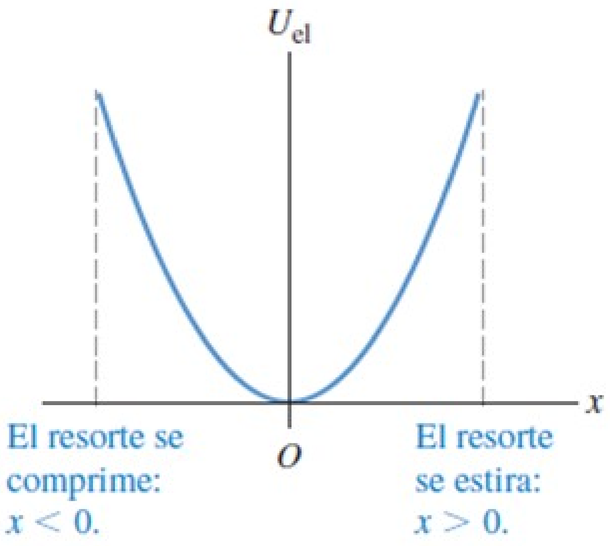
En general, cuando se estira o se comprime el resorte desde x_i *hasta* x_f, *el trabajo realizado* por el resorte es:

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Podemos expresar el trabajo del resorte en términos de una cantidad dada al principio y al final del desplazamiento.

$$U_{el} = \tfrac{1}{2}kx^2 \qquad \text{(energía potencial elástica)}$$



Expresamos entonces el **trabajo *W*** ***efectuado por el resorte sobre el objeto*** por la fuerza elástica en términos del **cambio en la energía potencial elástica:**

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right) = -U_{elf} + U_{eli} = -\Delta U_{el}$$

U_{el} siempre es positiva.

Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni comprimido.

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

CUIDADO!!! Energía potencial gravitacional contra energía potencial elástica

Una diferencia importante entre la energía potencial gravitacional U_{gr}= *mgy y la energía potencial elástica* $U_{el} = ½\ kx^2$ es que *no tenemos la libertad de elegir x = 0 donde queramos.*

***Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni* comprimido.**

En esa posición, tanto su energía potencial elástica como la fuerza que ejerce son iguales a cero.

El teorema trabajo-energía establece que $W_{tot} = K_f - K_i$, *sin importar qué tipo de* fuerzas actúan sobre el cuerpo.

Sea el punto inicial 1 y el final 2.

Si la fuerza elástica es la *única que realiza trabajo* sobre el cuerpo, entonces,

$$W_{tot} = W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2}$$

$$K_1 + U_{el,1} = K_2 + U_{el,2} \quad \text{(si solo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

$$\frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 = \frac{1}{2}mv_2^2 + \frac{1}{2}kx_2^2 \quad \text{(si solo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

Conservación de energía mecánica

Los **principios de conservación** desempeñan un papel muy importante en la física. Cuando una cantidad física se conserva, el valor numérico de la cantidad permanece igual en todo el proceso físico.

Aunque la forma de la cantidad puede cambiar en alguna forma, su valor final es igual a su valor inicial.

La energía cinética *K de un objeto que cae sólo bajo la influencia de la gravedad* cambia de manera constante, al igual que la energía potencial gravitacional U_g. *Por lo tanto,* es evidente que estas cantidades no se conservan.

No obstante, ya que todas las fuerzas no conservativas se suponen ausentes, y si además la única fuerza que actúa es el peso, se llega al siguiente resultado:

Como $W_{nc} = 0$, $W_{neto} = W_g$ $\qquad W_g = \Delta K$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0 \qquad K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

De acuerdo con esta ecuación, **la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitacional permanece constante todo el tiempo y, por lo tanto, es una cantidad que se conserva.**

Indicamos la energía mecánica total mediante ***$E = K + U_g$ y señala que la energía mecánica total se conserva.***

Conservación de energía mecánica

En cualquier sistema aislado de objetos que interactúan sólo a través de fuerzas conservativas, la energía mecánica total *E = K + U del sistema, permanece igual en* todo momento.

Si la fuerza de gravedad es la *única fuerza que hace trabajo dentro de un sistema, entonces* el principio de conservación de energía mecánica adquiere la forma:

$$\frac{1}{2}mv_i^2 + mgy_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + mgy_f$$

Esta forma de la ecuación es particularmente útil para resolver problemas que sólo involucran a la gravedad.
Términos nuevos tienen que adicionarse cuando se presenten otras fuerzas conservativas.
En general, debe haber términos de la energía cinética para cada objeto en el sistema y términos de energía potencial gravitacional para cada par de objetos.
Se deben sumar términos adicionales cuando otras fuerzas conservativas están presentes (como la elástica) u otras fuerzas que realicen trabajo (W_{otras}).
Entonces podemos escribir:.

$$K_1 + U_{\text{grav},1} + U_{\text{el},1} + W_{\text{otras}} = K_2 + U_{\text{grav},2} + U_{\text{el},2} \quad \text{(válida en general)}$$

Situaciones con energía potencial tanto gravitacional como elástica

$$K_1 + U_{\text{grav},1} + U_{\text{el},1} + W_{\text{otras}} = K_2 + U_{\text{grav},2} + U_{\text{el},2} \quad \text{(válida en general)}$$

$$K_1 + U_1 + W_{\text{otras}} = K_2 + U_2 \qquad \text{(válida en general)}$$

***Forma más general de la relación entre energía cinética,* energía potencial y trabajo realizado por otras fuerzas**:

El trabajo realizado por todas las fuerzas distintas de la elástica o la gravitacional es igual al cambio de energía mecánica total *$E = K + U$ del sistema, donde $U = U_g + U_{el}$ es la suma de la energía potencial gravitacional más la energía* potencial elástica.

Sistema: el cuerpo de masa *m, la Tierra con la que interactúa a través* de la fuerza gravitacional, y el resorte cuya constante de fuerza es *k.*

Si W_{otras} *es positivo, $E = K + U$ aumenta; si W_{otras} es negativo, E disminuye.*

***Si las* fuerzas gravitacional y elástica son las *únicas que efectúan trabajo sobre el cuerpo, entonces $W_{otras} = 0$ y la energía mecánica total (que incluye energías potenciales gravitacional* y elástica) se conserva.**

Situaciones con energía potencial gravitacional y elástica

Teorema trabajo-energía: $W = \Delta K$

Si sólo actúan fuerzas gravitatorias y elásticas:

$W = W_g + W_{el}$ pero: $W_g = -\Delta U_g$ y $W_{el} = -\Delta U_{el}$

$(-\Delta U_g) + (-\Delta U_{el}) = \Delta K$ o lo que es lo mismo:

$\Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{el} = 0$ análogamente: $K_1 + U_{gr} + U_{el1} = K_2 + U_{g2} + U_{el2}$

$K + U_g + U_{el}$ se llama E, la ***energía* mecánica total del sistema**

$$K + U = E$$

El "sistema" se compone del cuerpo de masa *m, la Tierra con la que interactúa a través* de la fuerza gravitacional, y el resorte cuya constante de fuerza es *k.*

Una ecuación *más general de la relación entre energía cinética,* energías potenciales y trabajo realizado por otras fuerzas:

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \quad \text{(válida en general)}$$

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Las fuerzas no conservativas no pueden representarse en términos de energía potencial; pero se pueden describir sus efectos en términos de energías distintas de la cinética y la potencial.

Cuando un automóvil con frenos bloqueados se derrapa hasta detenerse, se calientan los neumáticos y el camino. La energía asociada a este cambio en el estado de los materiales se denomina **energía interna**.

Cuando se eleva la temperatura de un cuerpo, aumenta su energía interna; si se reduce su temperatura, disminuye su energía interna.

Un bloque se desliza por una superficie áspera, la fricción realiza trabajo *negativo* sobre el bloque, y el cambio de la energía interna del bloque y de la superficie es *positivo* (ambos se calientan).
Experimentos meticulosos han demostrado que el aumento en la energía interna es *exactamente igual al valor absoluto del trabajo efectuado por* la fricción.

$$\Delta U_{int} = - W_{otras}$$

$$K_1 + U_1 - \Delta U_{int} = K_2 + U_2$$

$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$ Ley de conservación de la energía

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

En un proceso determinado, las energías cinética, potencial e interna de un sistema pueden cambiar; pero la *suma de todos esos cambios siempre es cero*.

Si ampliamos nuestra definición de energía para incluir la energía interna, la ecuación anterior indica que: ***la energía nunca se crea ni se destruye, solo cambia de forma*.**
No se ha observado aún una excepción a esta regla.

La relación entre la energía interna, los cambios de temperatura, el calor y el trabajo son temas de estudio del campo de la física llamado *termodinámica*.