Mecánica Clásica (2022)

Práctico 2

Dinámica de la Partícula y Sistemas no Incerciales

1. Una partícula de masa m se desplaza por un tubo que contiene un fluido viscoso. Dicho fluido ejerce sobre la partícula una fuerza $\vec{F} = -bv^n\hat{v}$, con $b > 0$. En cierto instante se mide que la partícula tiene una velocidad v_0.

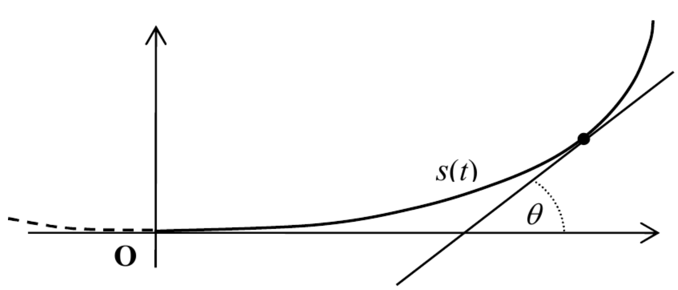
   a) Encuentre la expresión de la velocidad y la posición en función del tiempo tomando como origen de tiempo el instante de medición y como origen de coordenadas el lugar de medición para el caso en que $n = 1$

   b) ¿Cómo sería $v(t)$ para el caso genérico de n? ¿Qué conclusiones pueden sacarse, dependiendo del valor de n?

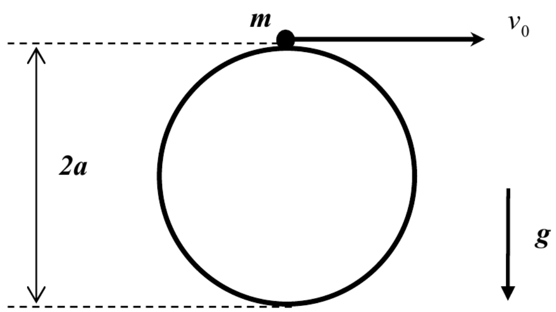
   Una bala de masa m es disparada hacia arriba con una velocidad inicial v_0 vertical. Asumiendo que la misma está sometida a su peso y a una fuerza viscosa del tipo anterior con $n = 2$:

   c) Plantee la ecuación de movimiento e intégrela para hallar el tiempo que demora en detenerse y la altura máxima a la que llega. ¿Cuál es la velocidad con la que vuelve a pasar por el lugar en que se hizo la medición inicial de v_0?

2. Un objeto pequeño se mueve, con una velocidad inicial v_0, sobre una guía fija y lisa contenida en un plano vertical. La guía es una cicloide, en la cual el ángulo que forma la tangente a la curva con la horizontal varía siguiendo la ley $\text{sen}(\theta) = ks$, donde $k > 0$ es una constante y s es la distancia medida a lo largo de la pendiente, a partir de su parte inferior. Halle la máxima distancia s_m que alcanza el objeto hacia arriba de la curva y el tiempo que demora en detenerse.

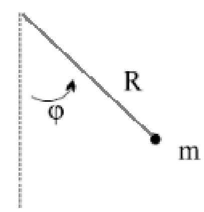


3. En el exterior de una guía vertical circular lisa de radio a se mueve, apoyado sobre ella, un punto material P de masa m, que en un cierto instante se encuentra en el punto superior con velocidad v_0 (tangente a la guía).



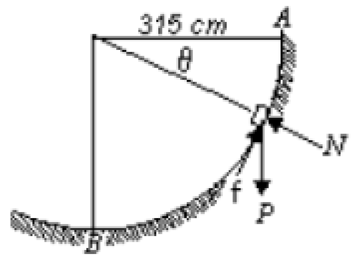
   a) Halle la ecuación de movimiento.
   b) Integrando la ecuación anterior, halle la velocidad en función de la posición.
   c) Analice físicamente el resultado discutiendo qué sucede para diferentes valores de v_0.

4. Una partícula de masa m está unida a un hilo de longitud R cuyo otro extremo está atado a un punto fijo. Uno de los movimientos posibles de la partícula, llamado péndulo simple, es cuando la partícula permanece en un plano vertical, sometida solamente a su peso y a la tensión del hilo, moviéndose sobre una circunferencia.

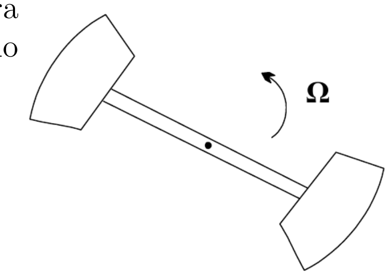


   a) Halle la ecuación del movimiento de un péndulo simple.
   b) Suponiendo que el péndulo se lanza con una velocidad v_0 tangente a la circunferencia desde el punto inferior a la misma ($\varphi = 0$), integre una vez la ecuación del movimiento, hallando la velocidad angular en función de la posición.
   c) Suponga ahora que el vínculo es bilateral (en lugar de un hilo, la unión de la partícula con el punto fijo es a través de una barra rígida, de masa despreciable):
      i. demuestre que si $v_0 < 2\sqrt{gR}$ la partícula se detiene cuando alcanza un cierto ángulo $\varphi = \varphi_0$ y, eventualmente, retrocederá.
      ii. En caso de que no se cumpla la condición anterior observe que tendremos un movimiento giratorio. ¿Por qué?
      iii. Si $v_0 = 2\sqrt{gR}$, ¿cuál es el ángulo φ_0 y cuánto demora la partícula en llegar allí?
      iv. Halle la tensión de la barra.
   d) Suponga nuevamente que la partícula se encuentra unida al punto fijo por medio de un hilo, que supondremos flexible, inextensible y sin masa. Estudiando el signo de la tensión hallada previamente vea que, como el hilo sólo puede ejercer tensión en un sentido, puede existir un cierto ángulo de desprendimiento φ_{des}, en el cual la partícula deja de moverse en una circunferencia. Halle dicho ángulo.
   e) Estudiando cómo varían φ_0 y φ_{des} con la velocidad v_0 discuta los diferentes tipos de movimiento posibles. Para eso considere que el vínculo es unilateral (es decir, que puede haber desprendimiento).

5. Se suelta desde el reposo un objeto pequeño en el punto A y desliza con rozamiento por un camino circular hacia abajo. Si el coeficiente de rozamiento es $f = 1/5$, determine la velocidad del objeto al pasar por B. *Sugerencia: halle la ecuación de movimiento en función de* θ *y resuélvala haciendo el cambio de variable* $\dot{\theta}^2 = u(\theta)$.



6. Una estación espacial posee dos compartimentos, como indica la figura correspondiente. La estación gira a Ω revoluciones por minuto, de modo que en los compartimentos se experimenta una "gravedad" ficticia.



   a) Calcule Ω para que en cada compartimento su habitante trabaje en un ambiente con *gravedad*.

   b) Una manzana se deja ahora caer desde el techo del compartimento. ¿Qué fuerzas (incluyendo las ficticias) actúan sobre la manzana mientras ésta cae?

7. Una partícula P de masa m y carga q se mueve bajo la acción de una fuerza $\vec{F}(\vec{r})$ y un campo magnético $\vec{B} = B\hat{k}$, por lo que la ecuación del movimiento es:

$$m\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}) + q\vec{v} \times \vec{B}$$

   a) Muestre que el segundo término desaparece en un sistema no inercial rotando con respecto al sistema inercial original con velocidad angular $\vec{\omega} = \Omega\hat{k}$, para un cierto valor de Ω.

   b) Si $\vec{F}(\vec{r}) = -C\vec{r}$, con C una constante, pruebe que en el sistema no inercial hay soluciones correspondientes a órbitas circulares (las cuales también son órbitas circulares en el sistema inercial). Muestre que en el sistema inercial estas órbitas tienen dos frecuencias distintas y determine dichas frecuencias.

8. Del techo de un vagón, que se mueve con una aceleración a, cuelga por medio de un resorte (de constante k y longitud natural l_0) un objeto de masa m.

   a) Calcule el ángulo que forma el resorte con la vertical.

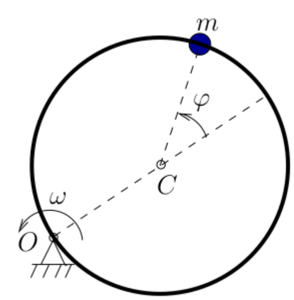
   b) Calcule el estiramiento del resorte.

9. Un bloque pequeño, de peso P, se coloca sobre la superficie horizontal de un disco circular, a una distancia radial r del eje de giro. Si f es el coeficiente de rozamiento estático y el disco parte del reposo con aceleración angular α constante:

   a) Halle la velocidad angular ω a la cual empieza a deslizar el bloque.

   b) ¿Bajo qué condiciones deslizará desde el comienzo?

10. Una partícula de masa m está ligada a una circunferencia lisa de radio R sobre la que puede deslizar libremente. A su vez, la circunferencia se mueve en un plano horizontal, girando con velocidad de rotación uniforme (impuesta) ω, alrededor de un punto O de su perímetro.



   a) Empleando como parámetro el ángulo φ (ver figura), determine la aceleración absoluta de la partícula en un instante genérico.

   b) Obtenga la ecuación de movimiento.

   c) Obtenga la fuerza de la circunferencia sobre la partícula.

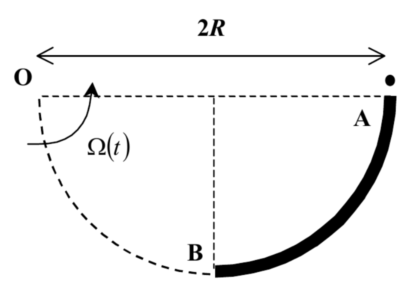
11. Una esfera de radio r rueda sin deslizar cerca del fondo de un cilindro de radio R.

   a) Escriba las ecuaciones de movimiento del sistema.

   b) Halle la frecuencia de las pequeñas oscilaciones en torno al fondo del cilindro.

   c) ¿Qué sucede en el límite $r \to R$? Interprete.

12. Un tubo liso AB, en forma de cuadrante de circunferencia de diámetro $OA = 2R$ gira con velocidad angular variable $\Omega(t)$ en un plano alrededor de 0. En el instante inicial, el extremo A del tubo captura una partícula que se hallaba en reposo. Considerando que no actúa el peso en este problema:



   a) Determine $\Omega(t)$ en función de $\Omega(0)$ de modo que la velocidad relativa de la partícula en el tubo sea de módulo constante.

   b) Halle la normal $\vec{N}(t)$ que actúa sobre la partícula.