# CLASE 20

# Estática:

Como ya mencionamos anteriormente y venimos utilizando hace tiempo, cuando un sistema tiene su movimiento restringido de alguna forma llamamos a esta restricción vínculo.

En general, el tratamiento que realizamos de sistemas vinculados se basa en 2 principios que venimos utilizando (en gral) de forma implícita:

I) Principio de liberación: La acción de un vínculo puede reemplazarse por un sist. de fuerzas que denominamos reacciones.

II) Principio de pasividad de los vínculos: Si existe un sist. de fuerzas, que denominamos reacciones, vinculares compatibles con el movimiento y los vínculos $\Rightarrow$ el movimiento del sistema es tal que permanece vinculado.

T

En estática, al estudiar los cuerpos el vínculo va a ser la ausencia de mov. (al menos relativo) y esto lleva a que el equilibrio se rompe cuando no pueden ser satisfechos estos principios.

Para que la situación sea de equilibrio debe ser:

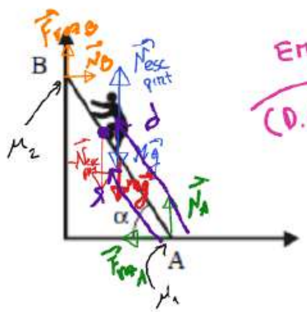
$$\vec{F}^{(ext)}_{Neta} = 0 \quad y \quad \vec{\tau}^{(ext)}_{Neto,Q} = 0 \qquad (Q \text{ es arbitrario})$$

$$\vec{\tau}^{(ext)}_{Neto,P} = \vec{\tau}^{(ext)}_{Neto,Q} + \vec{F}^{(ext)}_{Neta} \times (\vec{r}_P - \vec{r}_Q)$$

De esta forma el sist. si estaba en reposo ($\vec{V}_{CM} = 0$ ; $\vec{\omega} = 0$) $\Rightarrow$ se mantiene en reposo.

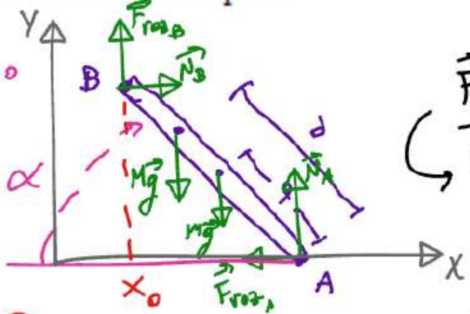
Ejercicio:

Una escalera de longitud $2l$ y masa $m$ esta apoyada sobre el piso con coeficiente de fricción $\mu_1$ y sobre la pared con coeficiente $\mu_2$ y forma un ángulo $\alpha$ con la horizontal. Un pintor de masa $M=2m$ está subiendo por la escalera y se encuentra a una distancia $d$ del piso.




En limpio

(D.C.L.)




$$\vec F^{(ext)}_{Neta} = 0$$

$$M\vec g + m\vec g + \vec N_B + \vec F_{roz_B} + \vec N_A + \vec F_{roz_A} = 0$$

$\hat i)$ $-F_{roz_A} + N_B = 0 \Rightarrow \boxed{N_B = F_{roz_A}}$ (I)

$\vec F_{roz_A} = -F_{roz_A}\hat i$ $\qquad$ $\vec N_B = N_B\hat i$

$\hat j)$ $-Mg - mg + N_A + F_{roz_B} = 0$

$\vec g = -g\hat j$ $\qquad$ $\vec N_A = N_A\hat j$ $\qquad$ $\vec F_{roz_B} = F_{roz_B}\hat j$

$\Rightarrow \boxed{N_A + F_{roz_B} = 3mg}$ (II)

$$\vec\tau_{neto,A} = \cancelto{0}{(\vec r_{N_A} - \vec r_A)} \times \vec N_A + \cancelto{0}{(\vec r_{F_{roz_A}} - \vec r_A)} \times \vec F_{roz_A}$$
$$+ (\vec r_{mg} - \vec r_A) \times m\vec g + (\vec r_{Mg} - \vec r_A) \times M\vec g$$
$$+ (\vec r_{N_B} - \vec r_A) \times \vec N_B + (\vec r_{F_{roz_B}} - \vec r_A) \times \vec F_{roz_B} = 0$$

$$\vec r_{N_A} = \vec r_{F_{roz_A}} = \vec r_A = 2l\cos\alpha\,\hat i + x_0\,\hat i$$

$$\vec{r}_{N_A} = \vec{r}_{Froz_A} = \vec{r}_A = 2\ell\cos\alpha\,\hat{i} + X_0\,\hat{i}$$

$$\vec{r}_{mg} = \vec{r}_A + \ell\,\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - \ell\cos\alpha\,\hat{i}$$

$$\vec{r}_{Mg} = \vec{r}_A + d\,\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - d\cos\alpha\,\hat{i}$$

$$\vec{r}_{N_B} = \vec{r}_{Froz_B} = \vec{r}_A + 2\ell\,\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - 2\ell\cos\alpha\,\hat{i}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_A + Froz_B = 3mg} \quad (\text{II})$$

$M = 2m$

$$\Rightarrow \vec{\tau}_{Neto,A} = \ell(\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - \cos\alpha\,\hat{i}) \times (-mg)\,\hat{j} \quad = \ell mg\cos\alpha$$

$$+\, d\,(\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - \cos\alpha\,\hat{i}) \times (-2mg)\,\hat{j} \quad = 2d\,mg\cos\alpha$$

$$+\, 2\ell(\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - \cos\alpha\,\hat{i}) \times N_B\,\hat{i} \quad = -2\ell N_B\,\text{sen}\,\alpha$$

$$+\, 2\ell(\text{sen}\,\alpha\,\hat{j} - \cos\alpha\,\hat{i}) \times Froz_B\,\hat{j} \quad = -2\ell Froz_B\cos\alpha$$

$$= 0$$

$$\Rightarrow \boxed{mg(\ell + 2d) = 2\ell\,(Froz_B + N_B\,tg\,\alpha)} \quad (\text{III})$$

$$\boxed{N_B = F_{roz_A}} \quad (I)$$

$$\boxed{N_A + F_{roz_B} = 3mg} \quad (II)$$

restricciones

$N_A \geq 0 \quad (a)$

$N_B \geq 0 \quad (b)$

$|F_{roz_A}| \leq \mu_1 N_A \quad (c)$

$|F_{roz_B}| \leq \mu_2 N_B \quad (d)$

combinando (b) (c) y (I)

$$\boxed{0 \leq F_{roz_A} \leq \mu_1 N_A} \quad (c')$$

$$\boxed{-\mu_2 N_B \leq F_{roz_B} \leq \mu_2 N_B} \quad (d')$$

de (III) $\dfrac{mg}{2}\left(1 + \dfrac{2d}{\ell}\right) = F_{roz_B} + N_B \operatorname{tg}\alpha \leq (\mu_2 + \operatorname{tg}\alpha) N_B$

(d')

combinando (b) (c) y (d)

$$\boxed{0 \leq F_{roz_A} \leq \mu_1 N_A} \quad (c')$$

$$\boxed{-\mu_2 N_B \leq F_{roz_B} \leq \mu_2 N_B} \quad (d')$$

de (III) $\frac{mg}{2}\left(1+\frac{2d}{\ell}\right) = F_{roz_B} + N_B \, tg\alpha \underset{(d')}{\leq} (\mu_2 + tg\alpha) N_B$

$\frac{mg}{2}\left(1+\frac{2d}{\ell}\right) \geq (tg\alpha - \mu_2) N_B$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} tg\alpha \geq \frac{mg}{2N_B}\left(1+\frac{2d}{\ell}\right) - \mu_2 \\ tg\alpha \leq \frac{mg}{2N_B}\left(1+\frac{2d}{\ell}\right) + \mu_2 \end{array}} \quad \begin{array}{l} R1 \\ R2 \end{array}$$

$$\left(\vec{\tau}_B = 0 \Rightarrow \frac{mg}{2}\left(5 - \frac{2d}{\ell}\right) = N_A - F_{roz_A} tg\alpha\right)$$

combino (III) con (II) y (I)

$$mg(\ell + 2d) = 2\ell\,(\underbrace{F_{roz_B}}_{(II)\ 3mg - N_A} + \underbrace{N_B tg\alpha}_{(I)\ F_{roz_A}})$$

$\times(-1)$ $\Rightarrow \frac{mg}{2}\left(1+\frac{2d}{\ell}\right) - 3mg = -N_A + F_{roz_A} tg\alpha$

de (I) es $N_B = F_{roz_A} \underset{(c')}{\leq} \mu_1 N_A = \mu_1 \left( F_{roz_A} tg\alpha + \frac{mg}{2}\left(5 - \frac{2d}{\ell}\right)\right)$

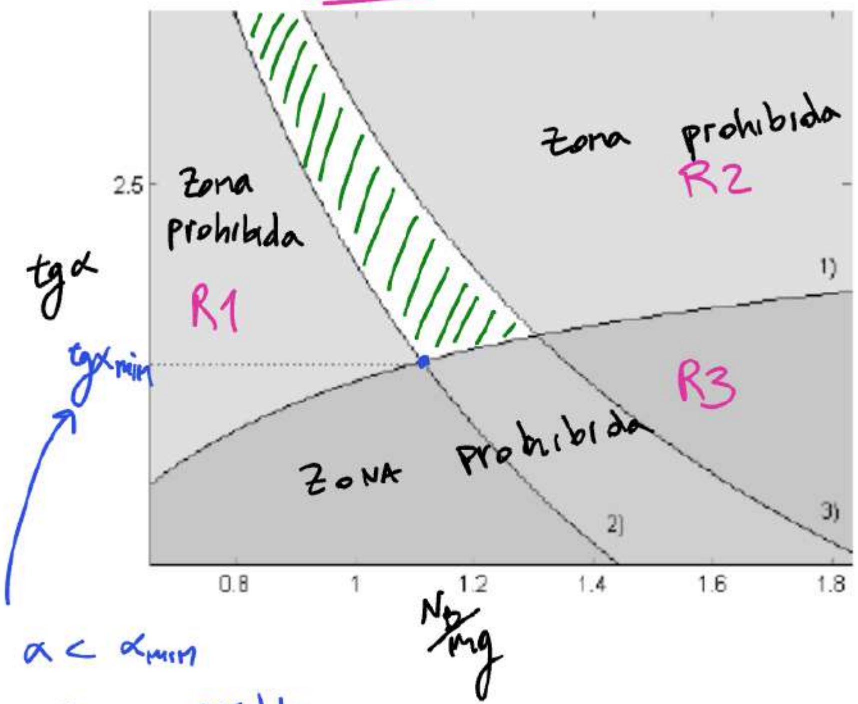
$F_{roz_A} \overset{(I)}{\longleftrightarrow} N_B$

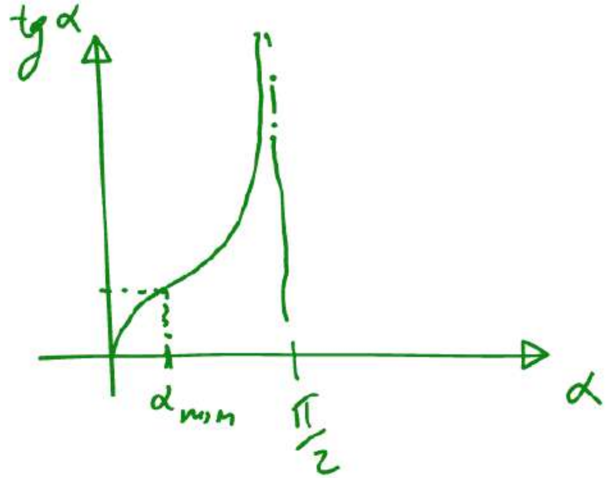
$$\Rightarrow N_B \leq \mu_1 \left( N_B \, tg\alpha + \frac{mg}{2}\left(5 - \frac{2d}{\ell}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{tg\alpha \geq \frac{1}{\mu_1} - \frac{mg}{2N_B}\left(5 - \frac{2d}{\ell}\right)} \quad R3$$

$d = 2\ell$

$d = 2\ell$




si $\alpha < \alpha_{min}$

$\Rightarrow$ Es imposible satisfacer los vínculos

# Resumen hasta el momento

(Unidades I y II)