

CLASSE 20

Estática:

Como ya mencionamos anteriormente y venimos utilizando hace tiempo, cuando un sistema tiene su movimiento restringido de alguna forma llamamos a esta restricción vínculo.

En general, el tratamiento que realizamos de sistemas vinculados se basa en 2 principios que venimos utilizando (en gral) de forma implícita:

- I) Principio de liberación: La acción de un vínculo puede reemplazarse por un sist. de fuerzas que denominamos reacciones.
- II) Principio de pasividad de los vínculos: Si existe un sist. de fuerzas, que denominamos reacciones, vinculadas compatibles con el movimiento y los vínculos \Rightarrow el movimiento del sistema es tal que permanece vinculado.

1

En estática, al estudiar los cuerpos el vínculo va a ser la ausencia de mov. (al menos relativo) y esto lleva a que el equilibrio se rompa cuando no pueden ser satisfechos estos principios.

Para que la situación sea de equilibrio debe ser:

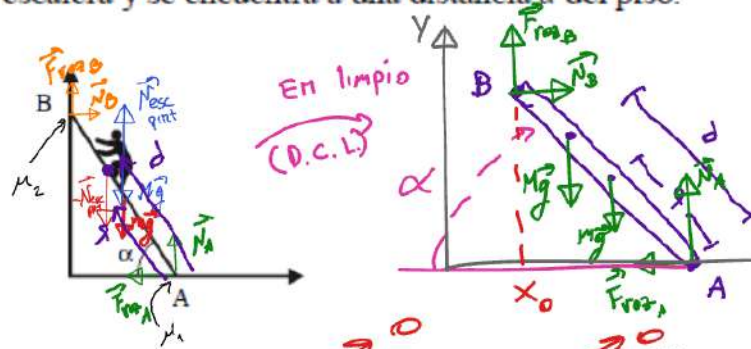
$$\vec{F}_{\text{neto}}^{(\text{ext})} = 0 \quad \text{y} \quad \vec{\tau}_{\text{neto}, Q}^{(\text{ext})} = 0 \quad (Q \text{ es arbitrario})$$

$$\vec{\tau}_{\text{neto}, P}^{(\text{ext})} = \vec{\tau}_{\text{neto}, Q}^{(\text{ext})} + \vec{F}_{\text{neto}}^{(\text{ext})} \times (\vec{r}_P - \vec{r}_Q)$$

De esta forma el sist. si estaba en reposo ($\vec{v}_{\text{CM}} = 0$; $\vec{\omega} = 0$) \Rightarrow se mantiene en reposo.

Ejercicio:

Una escalera de longitud $2l$ y masa m esta apoyada sobre el piso con coeficiente de fricción μ_1 y sobre la pared con coeficiente μ_2 y forma un ángulo α con la horizontal. Un pintor de masa $M=2m$ está subiendo por la escalera y se encuentra a una distancia d del piso.



En limpio
(D.C.L)

$$\vec{\tau}_{neton} = (\vec{r}_{N_A} - \vec{r}_A) \times \vec{N}_A + (\vec{r}_{F_{rozA}} - \vec{r}_A) \times \vec{F}_{rozA} + (\vec{r}_{mg} - \vec{r}_A) \times m\vec{g} + (\vec{r}_{Mg} - \vec{r}_A) \times M\vec{g} + (\vec{r}_{N_B} - \vec{r}_A) \times \vec{N}_B + (\vec{r}_{F_{rozB}} - \vec{r}_A) \times \vec{F}_{rozB} = 0$$

$$\vec{r}_{N_A} = \vec{r}_{F_{rozA}} = \vec{r}_A = 2l \cos \alpha \hat{i} + x_0 \hat{i}$$

$$\vec{F}_{neton} = 0$$

$$M\vec{g} + m\vec{g} + \vec{N}_B + \vec{F}_{rozB} + \vec{N}_A + \vec{F}_{rozA} = 0$$

$$i) -F_{rozA} + N_B = 0 \Rightarrow \boxed{N_B = F_{rozA}} \quad (I)$$

$$\vec{F}_{rozA} = -F_{rozA} \hat{i} \quad \vec{N}_B = N_B \hat{i}$$

$$j) -Mg - mg + N_A + F_{rozB} = 0$$

$$\vec{g} = -g\hat{j} \quad \vec{N}_A = N_A \hat{j} \quad \vec{F}_{rozB} = F_{rozB} \hat{j}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_A + F_{rozB} = 3mg} \quad (II)$$

$$\vec{r}_{NA} = \vec{r}_{Froz_A} = \vec{r}_A = 2l \cos \alpha \hat{i} + x_0 \hat{i}$$

$$\vec{r}_{mg} = \vec{r}_A + l \sin \alpha \hat{j} - l \cos \alpha \hat{i}$$

$$\vec{r}_{mg} = \vec{r}_A + d \sin \alpha \hat{j} - d \cos \alpha \hat{i}$$

$$\vec{r}_{NB} = \vec{r}_{Froz_B} = \vec{r}_A + 2l \sin \alpha \hat{j} - 2l \cos \alpha \hat{i}$$

$$\Rightarrow \boxed{N_A + F_{roz_B} = 3mg} \quad (\text{II})$$

$$M = 2m$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \vec{\tau}_{\text{net},A} &= l (\sin \alpha \hat{j} - \cos \alpha \hat{i}) \times (-mg) \hat{j} \\ &+ d (\sin \alpha \hat{j} - \cos \alpha \hat{i}) \times (-2mg) \hat{j} \\ &+ 2l (\sin \alpha \hat{j} - \cos \alpha \hat{i}) \times N_B \hat{i} \\ &+ 2l (\sin \alpha \hat{j} - \cos \alpha \hat{i}) \times F_{roz_B} \hat{j} \\ &= 0 \end{aligned} \quad \left(\begin{array}{l} = 2mg \cos \alpha \\ = 2dmg \cos \alpha \\ = -2l N_B \sin \alpha \\ = -2l F_{roz_B} \cos \alpha \end{array} \right)$$

$$\Rightarrow \boxed{mg(l+2d) = 2l(F_{roz_B} + N_B \tan \alpha)} \quad (\text{III})$$

$$\boxed{N_B = F_{rozA}} \quad (I)$$

$$\boxed{N_A + F_{rozB} = 3mg} \quad (II)$$

de (III) $\frac{mg}{2} \left(1 + \frac{2d}{r}\right) = F_{rozB} + N_B \tan \alpha \leq (M_2 + \tan \alpha) N_B$

\swarrow (d)
 \swarrow (d')

Restricciones

$$N_A \geq 0 \quad (a)$$

$$N_B \geq 0 \quad (b)$$

$$|F_{rozA}| \leq \mu_1 N_A \quad (c)$$

$$|F_{rozB}| \leq \mu_2 N_B \quad (d)$$

combinando (b) (c) y (I)

$$\boxed{0 \leq F_{rozA} \leq \mu_1 N_A} \quad (c')$$

$$\boxed{-\mu_2 N_B \leq F_{rozB} \leq \mu_2 N_B} \quad (d')$$

de (III) $\frac{mg}{2l} (1 + \frac{2d}{r}) = F_{rozB} + N_B \operatorname{tg} \alpha \leq (\mu_2 + \operatorname{tg} \alpha) N_B$ (d')

combinando (b) (c) y (d)

$$\left| \begin{array}{l} 0 \leq F_{rozA} \leq \mu_1 N_A \quad (c) \\ -\mu_2 N_B \leq F_{rozB} \leq \mu_2 N_B \quad (d') \end{array} \right.$$

$\frac{mg}{2l} (1 + \frac{2d}{r}) \geq (\operatorname{tg} \alpha - \mu_2) N_B$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \operatorname{tg} \alpha \geq \frac{mg}{2N_B} (1 + \frac{2d}{r}) - \mu_2 \quad R1 \\ \operatorname{tg} \alpha \leq \frac{mg}{2N_B} (1 + \frac{2d}{r}) + \mu_2 \quad R2 \end{array} \right.$

$(\sum \tau_B = 0 \Rightarrow) \frac{mg}{2l} (5 - \frac{2d}{r}) = N_A - F_{rozA} \operatorname{tg} \alpha$

de (I) es $N_B = F_{rozA} \leq \mu_1 N_A = \mu_1 (F_{rozA} \operatorname{tg} \alpha + \frac{mg}{2l} (5 - \frac{2d}{r}))$

$\Rightarrow N_B \leq \mu_1 (N_B \operatorname{tg} \alpha + \frac{mg}{2l} (5 - \frac{2d}{r}))$

$\Rightarrow \operatorname{tg} \alpha \geq \frac{1}{\mu_1} - \frac{mg}{2N_B} (5 - \frac{2d}{r}) \quad R3$

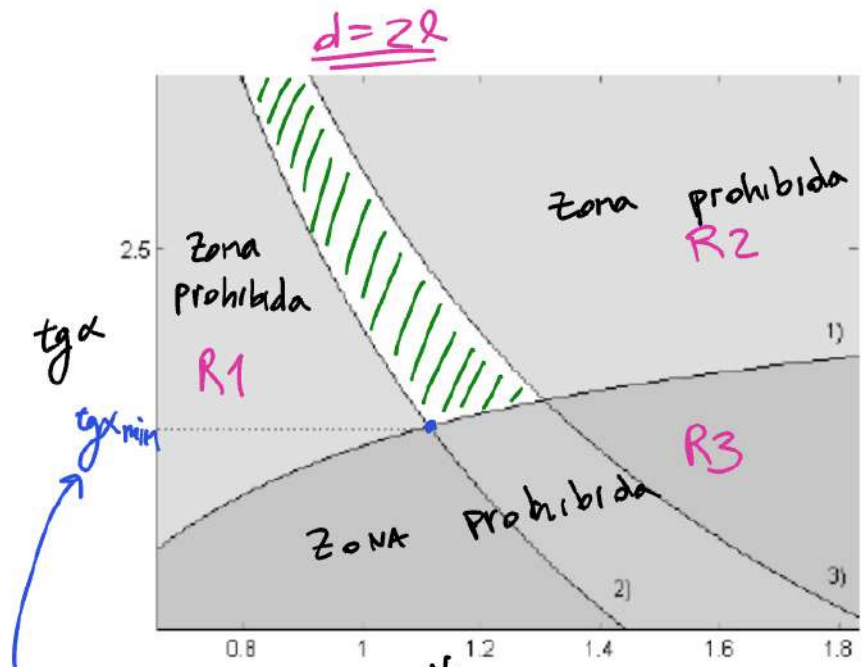
$d = 2l$

comino (III) con (II) y (I)

$$mg(2+2d) = 2l (F_{rozB} + N_B \operatorname{tg} \alpha)$$

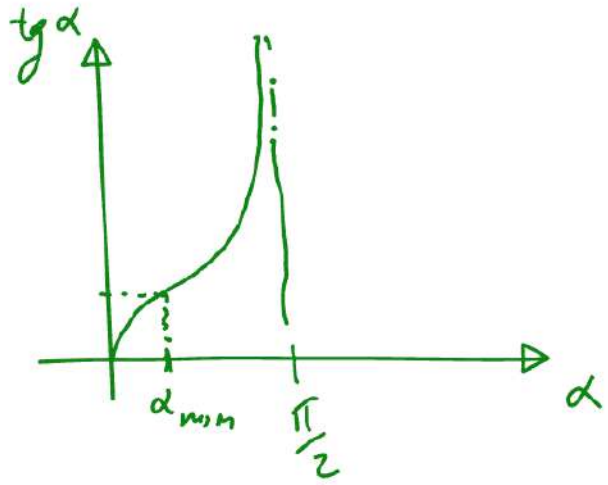
$\Rightarrow \frac{mg}{2} (1 + \frac{2d}{r}) - 3mg = -N_A + F_{rozA} \operatorname{tg} \alpha$

x(-1)



Si $\alpha < \alpha_{\min}$
 \Rightarrow Es imposible
 Satisfacer los vínculos

$\frac{N_2}{mg}$



Resumen hasta el momento

(Unidades I y II)

¿Validez? ¿Límites?

A nivel clásico

La clase que viene

Mecánica

en qué consiste?

El estudio del movimiento de los cuerpos/part.

¿Cómo lo estudiaremos?

Una partícula

generalizaremos

sist. de partículas

Mecánica Estadística
tratamiento estadístico

Fluidos (ver mec. de los fluidos)

descripción del movimiento
Cinemática

causas del movimiento
Dinámica

concepto herramienta útil
Energía

¿cómo?
Sist. de ref. de coord.
cambios entre sist. de ref.
Mov. relativo
Esp. inercial
No inercial

Herramientas
Espacio vectorial
relaciones
Leyes de Newton
Axiomas

Fuerzas
clasificación
derivadas o no de un potencial
cons. / no cons.
caso part.

dependencia
tiempo / velocidad / posición
Fuerzas centrales
Dispersión de Routh
mov. planetario

origen cinemático

generalidades

descripción promedio del mov.
centro de masas (posición, vel, accl.)
cantidad de mov. total
cantidad de roov. angular (6 ec.)

causas promedio

ecuaciones cardinales 1^{ra} y 2^{da}

caso particular

Rígido defl. $(\vec{r} - \vec{r}_j) = cte_j$

surgen conceptos tensor de inercia

desc. del mov. para usos

Planos

ecuaciones cardinales promedio para el rígido (nuevamente 6)

caso part. Estática

dist. de vel. y aceleración
Necesito 6 Variables para definir su estado

Sist de ref absoluto y solidario al rígido