Examen de Mecánica Clásica

Facultad de Ciencias

15 de Julio de 2022

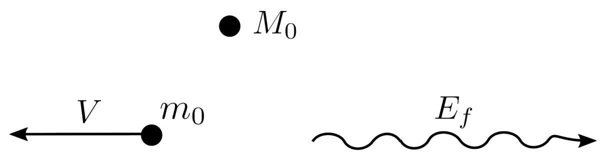
Ej. 1 Un átomo de masa en reposo M_0, inicialmente en reposo, emite un fotón de energía E_f.

a) Halle la velocidad V del átomo luego de la emisión. Bosqueje la función $V(E_f)$.

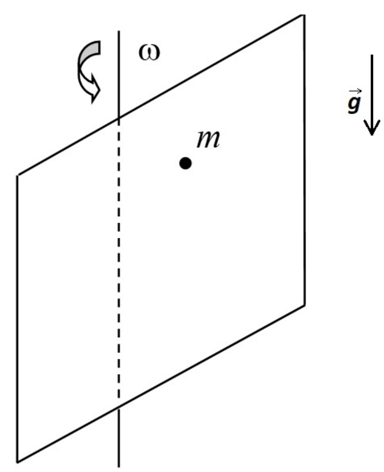
b) Halle la masa en reposo m_0 del átomo luego de la emisión. Bosqueje la función $m_0(E_f)$.

c) Muestre que existe un valor máximo posible, E_{fmax}, de la energía E_f. Escriba las expresiones para $V(E_{fmax})$ y $m_0(E_{fmax})$.

d) Interprete la situación para $E_f \to E_{fmax}$.



Ej. 2 Una partícula de masa m está obligada a moverse sobre un plano vertical que no ejerce fuerza de rozamiento sobre ella. El plano gira en torno a un eje vertical contenido en él con velocidad angular ω constante. La partícula se suelta con velocidad relativa al plano nula y a una distancia d desde el eje.



a) Halle la ecuación de movimiento de m.

b) Halle la velocidad y aceleración absoluta de m cuando esta ha descendido una altura h.

c) Halle el trabajo realizado por la reacción normal, entre el instante inicial y el instante en el cual ha descendido la altura h.

Sugerencia: Utilice coordenadas cilíndricas.

Ej. 3 Imagine que mediciones nuevas y estraordinariamente precisas revelasen un error en la ley de Coulomb. La fuerza real que se ejerce sobre una carga puntual q en la posición $\vec{r}$ debido a otra carga puntual Q ubicada en el origen se encuentra que es:

$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qQ}{r^2}\left(1+\frac{r}{\lambda}\right)e^{-\frac{r}{\lambda}}\hat{e}_r,$$

donde λ es una constante nueva de la naturaleza (con dimensiones de longitud y muy grande, digamos de la mitad del radio del universo. De esta forma la corrección es muy pequeña). Considere, para este problema que la interacción es de esta forma y la carga Q está fija en el origen.

a) Muestre que el potencial producido por una carga Q en el origen tiene la forma:

$$V(r) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r}e^{-\frac{r}{\lambda}},$$

y encuentre el potencial efectivo para la carga q (suponga que tiene una masa m) cuando se mueve bajo los efectos de esta fuerza (asuma la carga Q fija al origen).

b) En el caso en que las cargas sean de signo opuesto, a diferencia del caso de conocido de la fuerza dada por la ley de Coulomb (i.e. $\lambda = \infty$), para un momento angular $\vec{L}$ de módulo l dado, el sistema no siempre admite órbitas acotadas. Para probar esto:

i) Muestre que la derivada respecto a r de la velocidad radial al cuadrado puede escribirse como:

$$\frac{d\left(\dot{r}^2\right)}{dr} = \frac{2k\lambda}{mr^3}\left[\frac{l^2}{\lambda mk} - x(1+x)e^{-x}\right],$$

siendo $k = \frac{|q||Q|}{4\pi\varepsilon_0}$ y $x = r/\lambda$. Explique los razonamientos seguidos.

ii) Muestre que la función $x(1+x)e^{-x}$ presenta un máximo con $x > 0$ en $x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ y a partir de allí halle el valor crítico del momento angular l_{crit} por encima del cual el sistema no presenta órbitas acotadas.

iii) Bosqueje el potencial efectivo para valores del momento angular $l > l_{crit}$, $l < l_{crit}$ y $l = l_{crit}$ y explique los tipos de trayectorias posibles en cada caso discutiendo según la energía del sistema.