Segundo Parcial de Mecánica Clásica

28/6/2016

Ejercicio 1

El tensor de inercia de un cubo de lado l y masa M respecto a un vértice O, II_O, tiene momentos de inercia todos iguales a 2/3 Ml^2 y productos de inercia todos iguales entre sí de $-1/4Ml^2$.

a) Calcule el tensor de inercia II_G respecto a su baricentro respecto a ejes perpendiculares a las caras del cubo.

b) ¿Cómo cambia II_G bajo una rotación de los ejes coordenados?

c) Obtenga ahora al el tensor de inercia en ejes principales por O, $II'_{O,}$ aplicándole a II_O una rotación que lleve a coincidir al eje x_1 con la diagonal del cubo. [Ayuda: la matriz de rotación se puede obtener como el producto de una matriz de rotación de 45º o alrededor del eje x_3 y luego otra rotación de arc cos ($\sqrt{2/3}$) alrededor del eje x_2.

d) Explique las diferencias y similitudes entre II_G y $II'_{O,}$

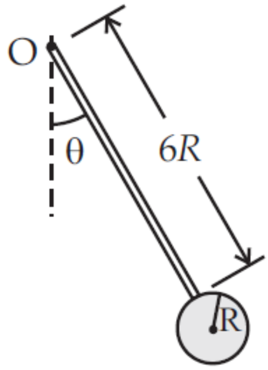
Ejercicio 2

El cuerpo rígido de la figura, conocido como un péndulo físico, consta de una varilla delgada de masa $m1$ y un disco de masa m_2. La varilla tiene una longitud $6R$ y el disco un radio R.
El péndulo rota alrededor de un eje que pasa por el extremo O, una vez que se suelta desde una posición angular inicial $\theta_o < 90^o$.

a) Calcule el momento de inercia del péndulo físico respecto a O y plantee la ecuación de movimiento.

b) Determine, en función del ángulo θ, la aceleración angular del péndulo, la aceleración del centro de masa de la varilla y la aceleración del centro de masa del disco.

c) Calcule, en función de θ, a la velocidad angular ω del péndulo físico. ¿Para qué ángulo θ ω es máxima?



Ejercicio 3

Una barra de longitud L y masa m está obligada a moverse sobre un plano liso que gira en torno a un eje horizontal con velocidad angular constante ω. El extremo O de la barra está unido al eje de giro del plano por medio de una articulación esférica lisa. El ángulo θ es el que forma la barra con una recta del plano de máxima pendiente.

a) Escriba la velocidad angular de la barra en la base solidaria ***u, v, k.***
b) Halle el momento angular de la barra.
c) Encuentre la ecuación de movimiento y determine el momento que ejerce el plano sobre la barra en términos de $\theta(t)$.