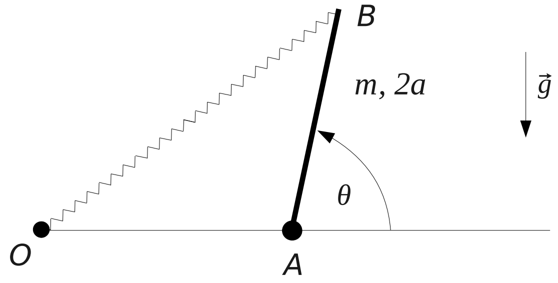
Mecánica clásica – Curso 2011

Segundo parcial - 4/7/2011

Ejercicio 1

Una barra de masa m y longitud $2a$ pivota libremente en torno a su extremo A fijo a una superficie horizontal. Un resorte de constante k y longitud natural nula une el extremo B de la barra con un punto fijo O de la superficie horizontal. Se verifica que OA = $2a$.



a) Halle la ecuación de movimiento de la barra en términos del ángulo θ indicado.

Si inicialmente $\theta = 0$ y se le imprime a la barra una velocidad angular despreciable:

b) Encuentre las expresiones para las componentes radial y tangencial de la reacción que actúa sobre la barra en el punto A en términos de θ.

Pueden ser útiles las identidades: $\operatorname{sen}\theta = 2\operatorname{sen}\theta/2\cos\theta/2$ y $\cos\theta = \cos^2\theta/2 - \operatorname{sen}^2\theta/2$.

Ejercicio 2

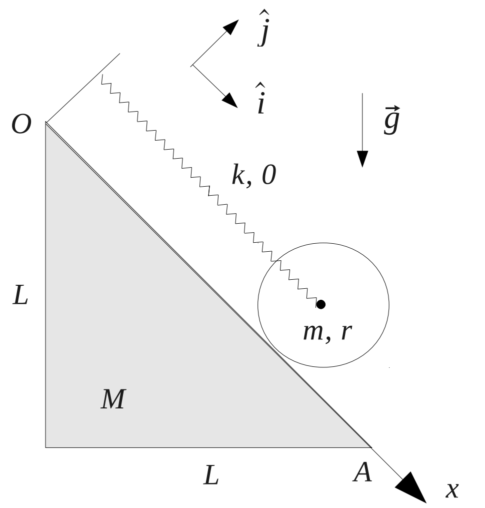
Un disco de masa m y radio r rueda sin deslizar sobre la hipotenusa de una placa triangular de lado L, masa M, isósceles y recta, apoyada sobre una superficie horizontal. El disco es impulsado por un resorte con longitud natural nula y constante k, unido a su centro y a la placa. La unión del resorte con la placa es mediante un soporte sin masa perpendicular a la hipotenusa, tal que el resorte es paralelo a ésta en todo instante.

El disco parte del reposo con su centro en $x = \sqrt{2}\,L$ y comienza a subir por la placa. Se supondrá que siempre es $x > 0$.

a) Halle la fuerza de rozamiento y la normal ejercidas por la placa sobre el disco, en términos de x.

b) Determine la condición que deben cumplir los parámetros del problema para que la placa no vuelque para ningún valor de la posición x del centro del disco en el movimiento de éste.

Se supondrá que el disco nunca se desprende de la placa y que ésta no se desprende de la superficie en la que está apoyada, ni desliza sobre ella.



Ejercicio 3

Un cilindro hueco de radio *r* y altura 2*r* gira en torno a su eje, el cual es vertical, con una velocidad angular Ω constante. Una barra de masa *m* y longitud 2*l* está unida al centro de simetría ***O*** del cilindro por medio de una articulación esférica lisa. El punto ***O*** permanece fijo respecto a un sistema inercial. La barra se apoya sobre el borde del cilindro en su punto medio y desliza sobre éste con coeficiente de fricción dinámica *f*.

El ángulo ϕ de la figura es el que forma el plano que contiene a la barra y al eje de giro con un dirección *x* fija en un sistema inercial.

Inicialmente la barra está en reposo respecto a un sistema de referencia inercial.

a) Escriba el momento angular de la barra respecto al punto ***O***.

b) Halle la ecuación diferencial que verifica el ángulo ϕ .

c) i) Halle la función $u(\phi)=\dot{\phi}^2$ a partir de la ecuación obtenida en b).
ii) ¿Es posible que sea $\dot{\phi}=\Omega$ en algún instante? de ser así, halle el ángulo ϕ para el cual $\dot{\phi}=\Omega$.