

Respuestas N°1 - Medidas, Análisis Dimensional, Escalas y Problemas de Fermi

- 1) ¿Por qué no pueden ser muy pequeños los mamíferos? Los mamíferos son animales de sangre caliente, deben mantener su temperatura corporal por encima de la ambiente. Regulan su temperatura mediante la producción de energía en sus células, y el intercambio de calor con el ambiente por su piel. Por ende tenemos:
- Producción de calor \propto volumen
 - Pérdida de calor \propto superficie
- Si el tamaño del cuerpo se hace muy pequeño, la proporción superficie/volumen aumenta, i.e., tendría más superficie en relación a su volumen que si fuera más grande (ley cuadrática-cúbica) y por ende pierde más calor del que produce.
- ¿Por qué no pueden ser demasiado grandes? Debido a que la fuerza que pueden hacer los animales, es proporcional a la sección transversal de sus músculos, i.e., proporcional a la superficie, pero el peso de los mismos crece de forma lineal con su masa ($P = mg$), que a su vez es proporcional al volumen ($m = \rho V$). Como el volumen crece más rápidamente que el área, con el crecimiento de las proporciones lineales, llega un momento en que no podrían sostener su propio peso porque no poseen la suficiente fuerza.
- 2) Asumimos que la célula madre se divide en dos células hijas, semejantes a la madre, e iguales entre sí. Además suponemos que la densidad es constante. El radio de la célula madre es R_{madre} y el de las células hijas es R_{hija}
- $R_{madre} = 2^{2/3} R_{hija} \approx 1.26 R_{hija}$
 - $\frac{Sup_{madre}}{Sup_{hija}} = 2^{2/3} \approx 1.59$
 - $\frac{Vol_{madre}}{Vol_{hija}} = \frac{R_{madre}^3}{R_{hija}^3} = 2$
- 3) La masa de la mujer sería $66kg$, y su peso, $6,5 \times 10^2 N$
- 4) La persona de 165 cm podría levantar 1.61 veces el peso máximo que podría levantar la persona de 130 cm .
- 5)
- $v = 97\text{ km/h} = 27\text{ m/s}$
 - $v = 40\text{ km/h}$
 - $Vol = 2.50 \times 10^{-4}\text{ m}^3$
 - Entran 10^4 cm^2 en 1 m^2
 - Entran 10^6 cm^3 en 1 m^3
- 6) Usando trigonometría, llegamos a $y = x \cdot \tan(\theta) = 70.0\text{ m}$
- 7) Mediante análisis dimensional:
 $[v] = LT^{-1}$, pero $\left[\sqrt{\frac{2h}{g}}\right] = T$ luego no puede ser la expresión para la velocidad, porque tiene dimensiones de tiempo.
- 8) Redefinimos $T = \tau$ para no confundir con la dimensión temporal
- $[\tau] = k\sqrt{\frac{l}{g}}$ con k una constante a determinar.
 - Más adelante en el curso, veremos como puede hallarse k , hallando la ecuación de movimiento del péndulo. Sin conocimientos más avanzados de física, un método válido es medir experimentalmente τ para varios l

9) Mediante análisis dimensional, concluimos que la combinación que da la longitud de Planck es:

$$l_P = \sqrt{\frac{hG}{c^3}}$$

10) Para este ejercicio, no hay una respuesta única. A modo de ejemplo, asumimos un salón de dimensiones: largo $L = 20$ m; ancho $A = 8$ m; altura $h = 3$ m. Buscando el dato para la densidad del oro, tomándola en $\rho = 19300 \text{ kg/m}^3$, concluimos que se ha extraído oro suficiente para llenar ~ 18 salones.

11) Tomando como datos: vida media ~ 70 años y que se respira ~ 10 veces por minuto, estimamos:

$$\begin{aligned} N^\circ \text{ total de respiraciones} &= 70 \text{ años} \times 365 \frac{\text{días}}{\text{año}} \times 24 \frac{\text{horas}}{\text{día}} \times 60 \frac{\text{min}}{\text{hora}} \times 10 \frac{\text{respiraciones}}{\text{min}} \\ &= 3.7 \times 10^8 \text{ respiraciones} \end{aligned}$$

Como se trata de un ejercicio de estimación, tomaremos como respuesta: $\sim 10^8$ respiraciones.

12) Asumimos que:

- i) Una persona pasa enferma 2 semanas al año
- ii) 1 año = 52 semanas
- iii) Población total $\sim 7000 \times 10^6$

$$\Rightarrow \text{Total de enfermos} \sim 10^8$$

13) $V_{pir} = 1/3 \cdot \text{base} \cdot \text{altura} = 2.59 \times 10^6 \text{ m}^3 \Rightarrow \text{Largo muro} = \frac{V_{pir}}{3,0 \text{ m}^2} \approx 8,6 \times 10^2 \text{ km}$

Buscando en Wikipedia, obtenemos que el perímetro de Francia es $\approx 5.8 \times 10^3 \text{ km}$. Claramente el matemático no hizo bien sus cálculos.

14) Este ejercicio puede encararse de varias formas. Supongamos que:

- i) Masa cuerpo = 70 kg
- ii) Composición cuerpo = 100% H_2O
- iii) Masa molécula H_2O : $m_{H_2O} = 2.992 \times 10^{-26} \text{ kg}$

$$\Rightarrow N^\circ \text{ átomos} \sim 7 \times 10^{27}$$

Tomando otras composiciones, el número varía, pero siempre en el orden de 10^{27} .

15)

a) Suponemos:

- i) Volumen ocupado por bacterias y procariotas $\sim 10^{-7}$ volumen Tierra
- ii) Volumen microbios: $\sim (10^{-6})^3 \text{ m}^3$
- iii) Radio Tierra $\sim 10^6 \text{ m}$, volumen Tierra $\sim R^3$
 $\Rightarrow N^\circ \sim 10^{29} \text{ microbios}$

b) Suponemos densidad microbios = $\rho_{agua} = 1000 \text{ kg/m}^3 \rightarrow \text{masa total} = \rho \times \text{volumen} = 10^{14} \text{ kg}$