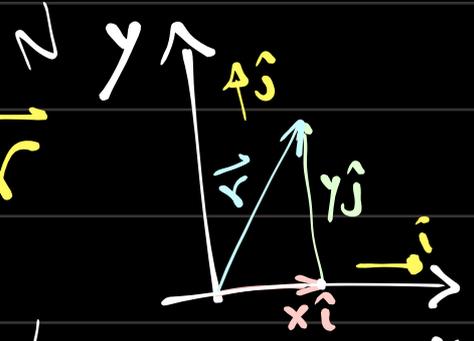


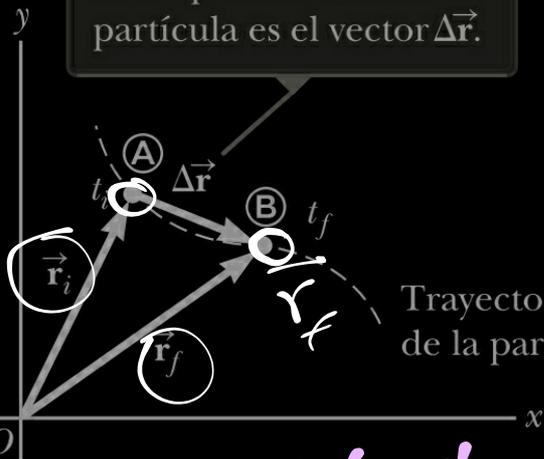
Movimiento en 2 dimensiones

Vector posición: \vec{r}

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j}$$



El desplazamiento de la partícula es el vector $\Delta\vec{r}$.



Trayectoria de la partícula

Es una magnitud vectorial para referirse a la ubicación de un objeto en un sistema de referencia de coordenadas cartesianas

Vector Desplazamiento $\Delta\vec{r}$

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \vec{r}_f - \vec{r}_i \\ &= (x_f\hat{i} + y_f\hat{j}) - (x_i\hat{i} + y_i\hat{j}) \\ &= (x_f - x_i)\hat{i} + (y_f - y_i)\hat{j} \\ &= \Delta x\hat{i} + \Delta y\hat{j}\end{aligned}$$

$$\Delta x = x_f - x_i$$

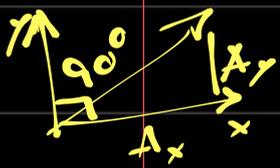
$$\Delta y = y_f - y_i$$

$$\Delta\vec{r} \text{ 2d}$$

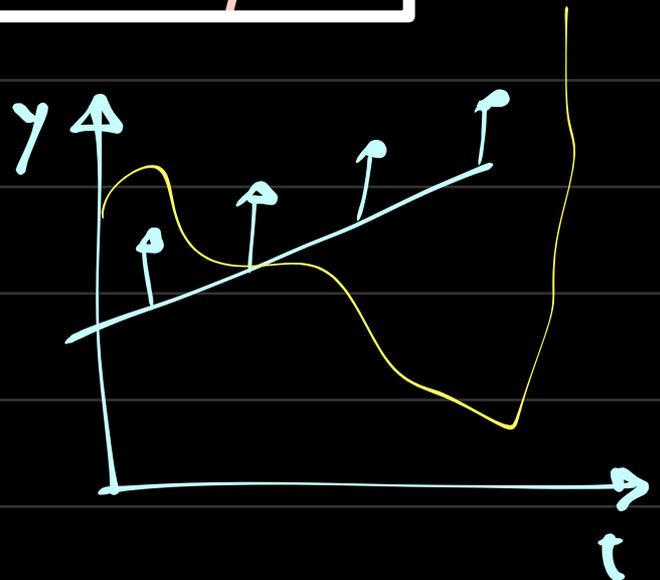
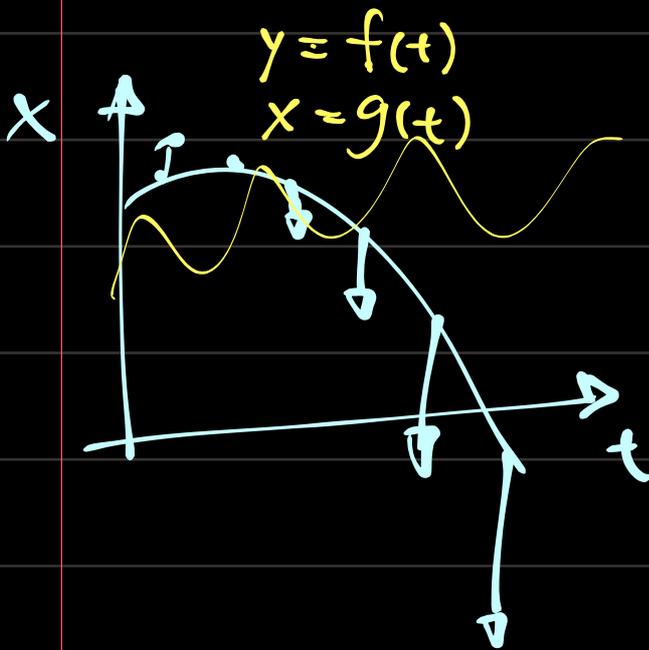
Velocidad instantánea \vec{v}

$$\vec{v} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{A} = A_x \hat{i} + A_y \hat{j} = \frac{dx}{dt} \hat{i} + \frac{dy}{dt} \hat{j}$$

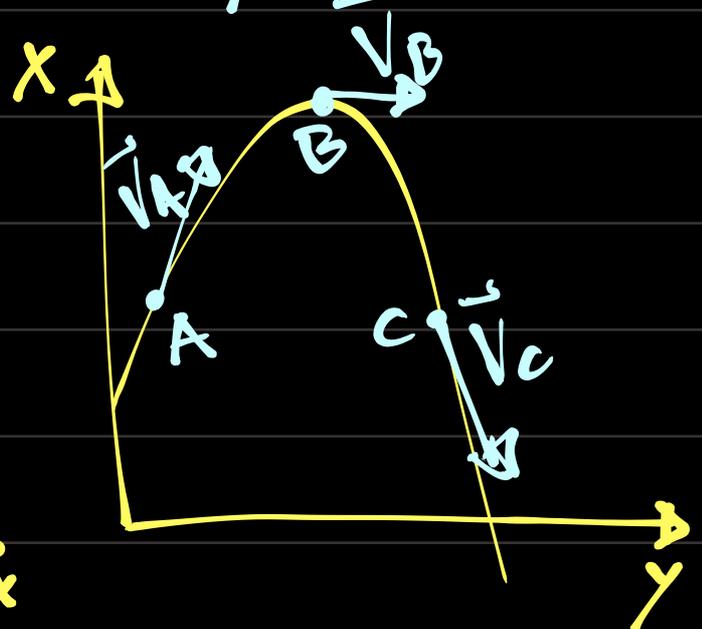
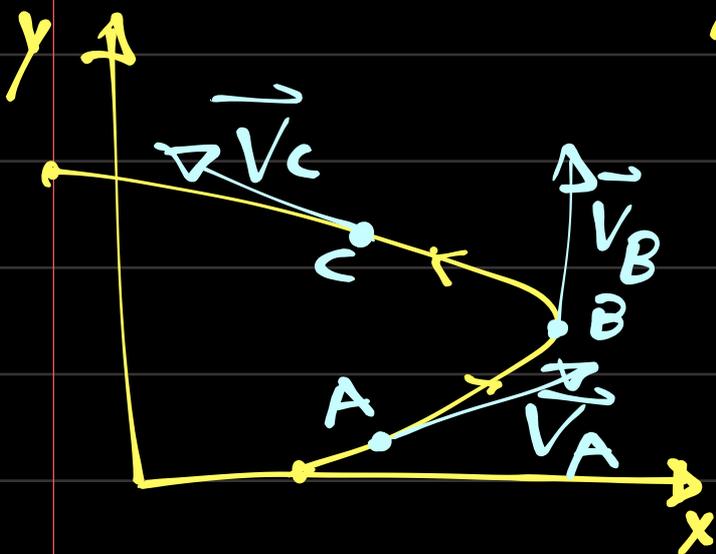


$$\vec{v} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j}$$

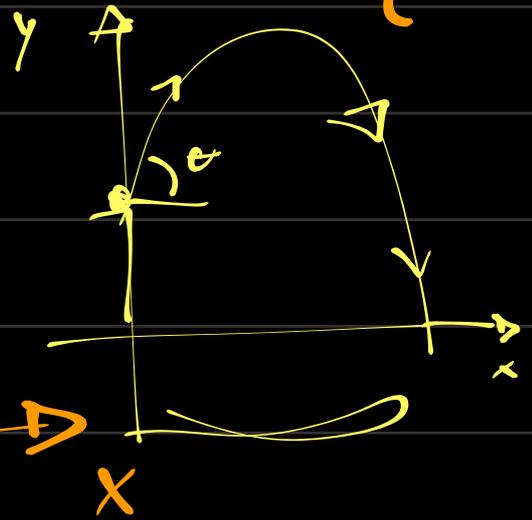
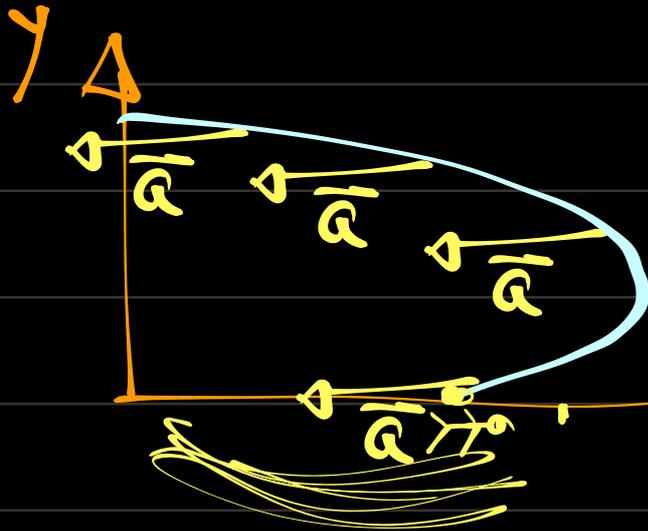
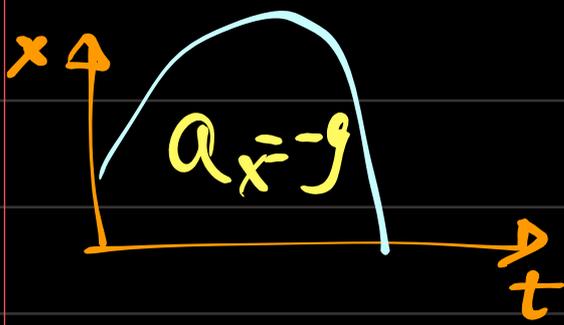


$$v_x = v_{xi} - g t$$

$$v_y = -const$$



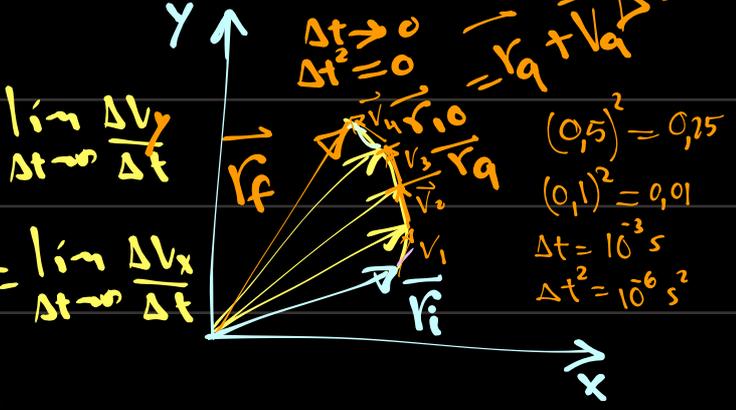
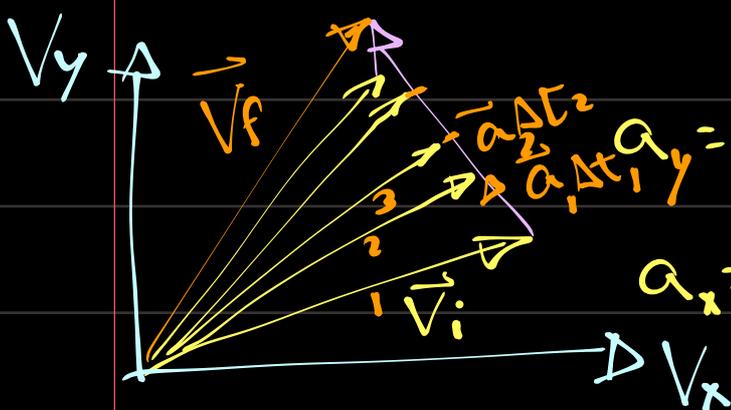
Aceleración



$$\vec{a} = -g \hat{i} + 0 \hat{j}$$

$$= -g \hat{i}$$

$$\vec{a} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$



Movimiento Uniformemente Acelerado

$$\vec{a} = \text{const}$$

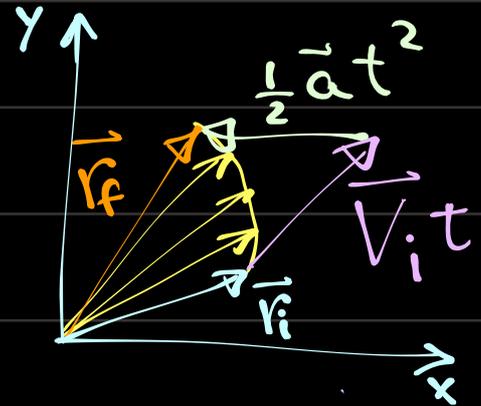
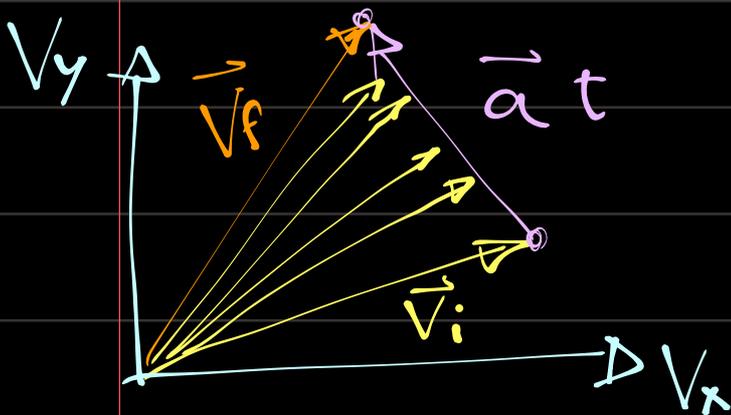
$$\vec{r} = \vec{r}_i + \vec{v}_i t + \frac{1}{2} \vec{a} t^2$$

$$\vec{r}_f = \vec{r}_i + \frac{1}{2} (\vec{v}_f + \vec{v}_i) t$$

$$\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a} t$$

$$\begin{cases} v_x^2 = v_{xi}^2 + 2a_x \Delta x \\ v_y^2 = v_{yi}^2 + 2a_y \Delta y \end{cases}$$

o componente por componente...



Ejemplo

Una partícula que se mueve en el plano xy , parte del origen en $t = 0$ con una velocidad inicial que tiene una componente x de 20 m/s y otra componente y de -15 m/s . La partícula experimenta una aceleración en la dirección x , dada por 4.0 m/s^2

Ejemplo

Una partícula que se mueve en el plano xy, parte del origen en $t = 0$ con una velocidad inicial que tiene una componente x de 20 m/s y otra componente y de -15 m/s. La partícula experimenta una aceleración en la dirección x, dada por 4.0 m/s².... Datos: $\vec{v}_i = \vec{0}$; $\vec{v}_i = 20\hat{i} - 15\hat{j}$
 $\vec{a} = 4.0\hat{i}$

(A) Determine el vector velocidad total en cualquier momento.

$$\vec{v} = \vec{v}_i + \vec{a}t = 20\hat{i} - 15\hat{j} + 4.0\hat{i}t$$
$$= \left[(20 + 4.0t)\hat{i} - 15\hat{j} \right] \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(B) Calcule la velocidad y la rapidez de la partícula en $t = 5.0$ s y el ángulo que el vector velocidad forma con el eje x.

$$\vec{v} = (40\hat{i} - 15\hat{j}) \frac{\text{m}}{\text{s}}; |\vec{v}| = \sqrt{40^2 + (-15)^2}$$
$$|\vec{v}| = 43 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\tan\theta = \frac{CO.}{ca.} = \frac{15}{40}$$
$$\theta = \tan^{-1} \frac{15}{40} = 21^\circ$$

(C) Determine las coordenadas x e y de la partícula en cualquier tiempo t y su vector de posición en este tiempo.

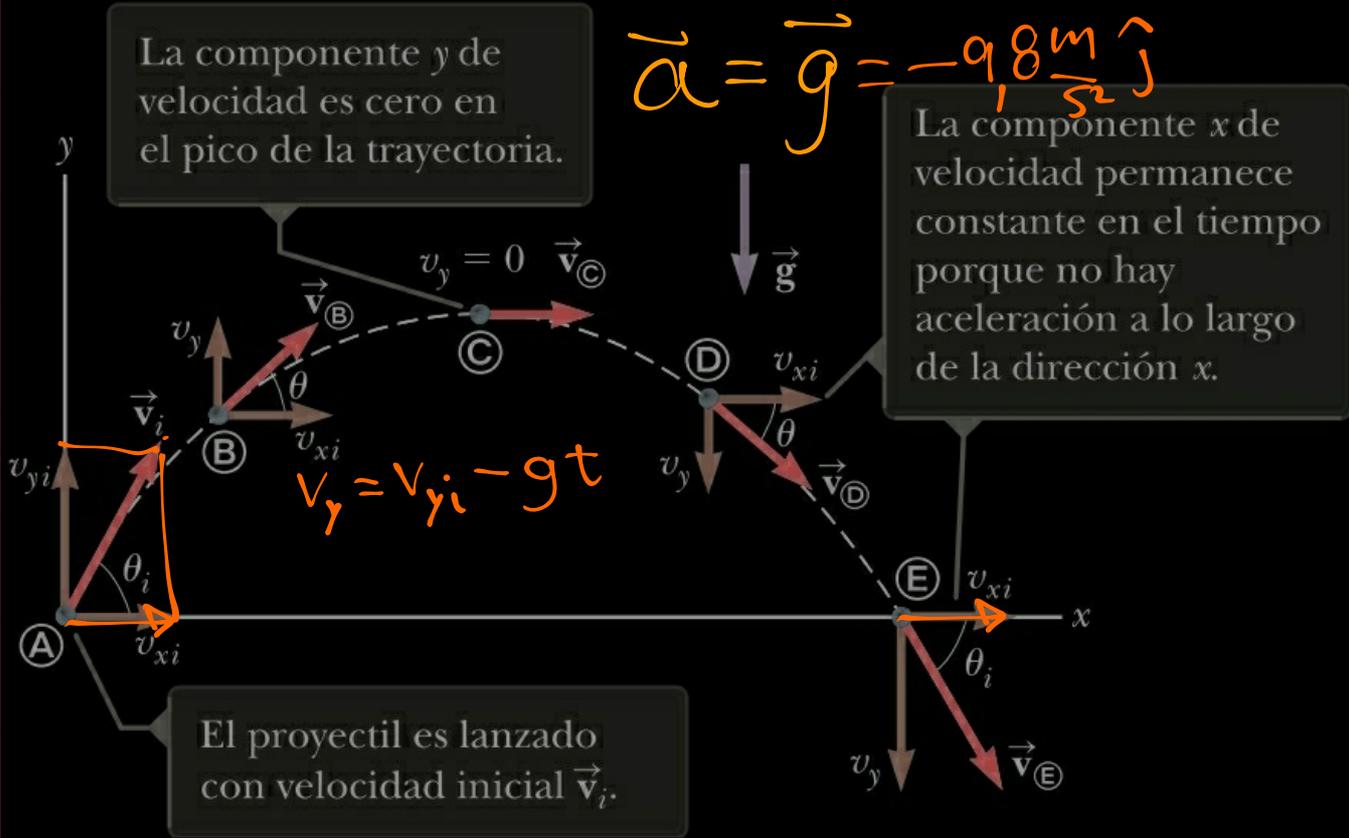
$$x = x_i + v_{xi}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = (20t + 2.0t^2) \text{ m}$$

$$y = y_i + v_{yi}t + \frac{1}{2}a_y t^2 = (-15t) \text{ m}$$

t se mide en segundos

$$\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} = (20t + 2.0t^2)\hat{i} + (-15t)\hat{j}$$

Movimiento de proyectil



$$V_{xi} = V_i \cos \theta_i \quad V_{yi} = V_i \sin \theta_i$$

$$V_i = \sqrt{V_x^2 + V_y^2} \quad \tan \theta_i = \frac{V_{yi}}{V_{xi}}$$

$$\rightarrow X = x_i + \underline{V_{xi} t} = x_i + \underline{V_i \cos \theta_i t}$$

$$y = y_i + V_{yi} t - \frac{g t^2}{2}$$

$$\frac{\Delta X}{V_{xi}} = t = \frac{x - x_i}{V_i \cos \theta_i} \Rightarrow y = y_i + \frac{V_{yi} \Delta X}{V_{xi}} - \frac{g}{2} \frac{\Delta X^2}{V_{xi}^2}$$

$$\rightarrow V_x = \text{const.}$$

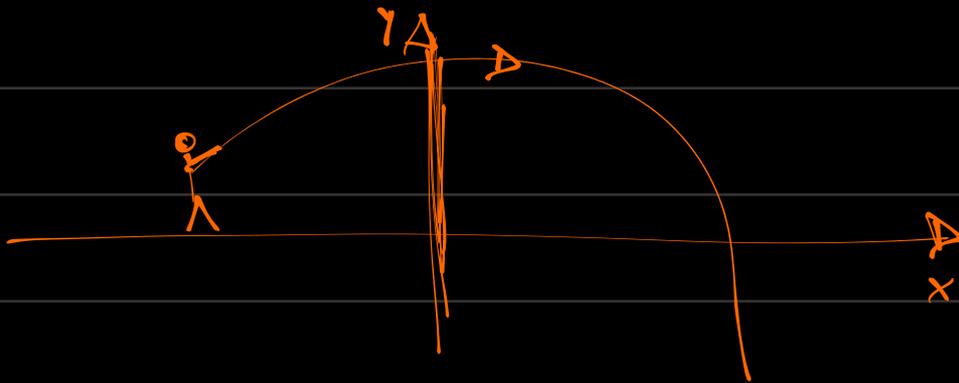
$$V_y = V_{yi} - g t$$

$$\rightarrow V_x^2 = V_{xi}^2 + 2a_x \Delta X$$

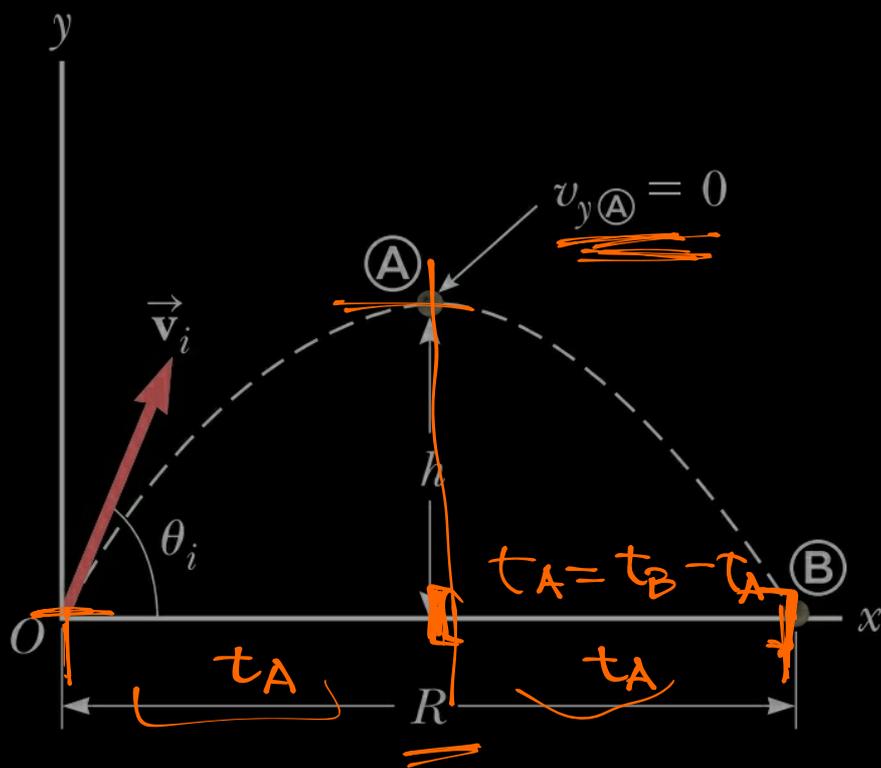
$$V_y^2 = V_{yi}^2 - 2g(y_f - y_i)$$

$$\text{SI } x_i = 0 \quad \Delta x = x$$

$$y = y_i + \frac{v_{yi}}{v_{xi}} x - \frac{g}{2v_{xi}^2} x^2$$



Alcance y altura máxima



h : altura máxima

R : alcance horizontal

$$v_{yA} = v_{yi} - g \cdot t_A$$
$$\Rightarrow t_A = \frac{v_{yi}}{g}$$

$$y_A = y_i + v_{yi} t_A - \frac{g t_A^2}{2}$$

$$\Rightarrow h = v_{yi} \cdot \left(\frac{v_{yi}}{g} \right) - \frac{g}{2} \left(\frac{v_{yi}^2}{g^2} \right)$$

$$h = \frac{v_y^2}{2g}$$

Alcance horizontal R

$$t_B = 2t_A$$

$$x_B = x_i + v_{x_i} t_B$$

$$\Delta x = R = \frac{2v_x v_y}{g}$$

$$v_{x_i} = v_i \cos \theta_i$$

$$v_{y_i} = v_i \operatorname{sen} \theta_i$$

también $h = \frac{v_i^2 \operatorname{sen}^2 \theta_i}{2g}$

$$R = \frac{v_i^2}{g} 2 \operatorname{sen} \theta_i \cos \theta_i$$

$$\operatorname{sen} 2\theta_i = 2 \operatorname{sen} \theta_i \cos \theta_i$$

$$\max(\operatorname{sen} 2\theta_i) = 1 \quad (\text{si } \theta_i = 45^\circ)$$

$$\Rightarrow h_{\max} (\text{si } \theta = 90^\circ) = \frac{v_i^2}{2g}$$

$$\underline{R_{\max}} (\text{si } \theta = 45^\circ) = \frac{v_i^2}{g}$$

Salto de longitud

Un atleta que participa en salto de longitud deja el suelo a un ángulo de 20.0° sobre la horizontal y con una rapidez de 11.0 m/s.

(A) ¿Qué distancia salta en la dirección horizontal?

(B) ¿Cuál es la altura máxima que alcanza?

$$\begin{aligned} \text{A) } R &= \frac{V_i^2}{g} \sin 2\theta_i = \frac{11.0^2}{9.81} \times \sin(40^\circ) \\ &= \frac{2 V_i^2 \sin \theta \cos \theta}{g} \end{aligned}$$

$$\text{B) } h = \frac{V_i^2 \sin^2 \theta_i}{2g} = \frac{11^2}{2 \cdot 9.81} \times \sin^2 20^\circ$$