

Ejercicio 1 (33 puntos)

La derivada segunda de una función $f(x)$ en el punto x , se puede aproximar como límite de un cociente incremental:

$$f''(x) \approx \frac{f(x+h) - 2f(x) + f(x-h)}{h^2} \quad \text{con } 0 < h$$

cuanto más pequeño es h , mejor es la aproximación. Se pide un programa que calcule la aproximación para la función $f(x) = \sin(x)$, en $x = \pi/2$ y con h inicial igual a 0.8. El programa debe continuar aproximando con un h igual a la mitad del paso anterior y detenerse cuando la diferencia (en valor absoluto) entre una aproximación y la anterior no supere a un $\epsilon = 0.00001$.

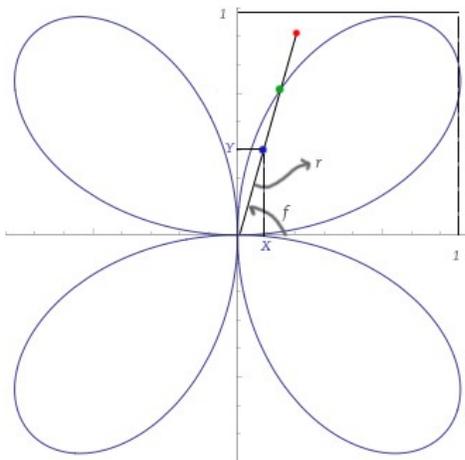
Ejercicio 2 (33 puntos)

El método de integración Montecarlo consiste en generar puntos aleatorios en el plano (x,y) con una distribución uniforme en $[0,1] \times [0,1]$ dentro de un área conocida como puede ser el cuadrado unidad positivo. Si una curva encierra un área determinada y está contenida dentro del cuadrado, el cociente entre los puntos interiores a la curva y los puntos totales generados en el cuadrado, se aproxima (para una cantidad grande de puntos) al cociente entre el área que encierra la curva y el área del cuadrado:

$$\left(\frac{\text{Nro. Ptos. Interiores}}{\text{Ntotal en cuadrado}} \right) \sim \left(\frac{\text{área dentro curva}}{\text{área cuadrado}} \right)$$

El trebol de 4 pétalos está dado por la curva en coordenadas polares:

$$r(f) = \sin(2*f)$$



Un punto (x,y) en coordenadas cartesianas cumple:

$$f = \text{atan}(y/x)$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

Un punto interior al pétalo como el de la fig. cumple:

$$r < \sin(2*f)$$

Se pide un programa Montecarlo que calcule el área del trebol (la cuarta parte del cuadrante positivo).

Ejercicio 3 (34 puntos)

Un lenguaje formal es un conjunto de símbolos y reglas que vinculan los símbolos. Los símbolos en minúscula son parte del “*alfabeto*” del lenguaje y los símbolos en mayúscula (producciones) son los que permiten las sustituciones según las reglas del lenguaje. Por ejemplo:

$S \rightarrow aS$ (regla 1, lea S implica el símbolo a seguido de una producción S)

$S \rightarrow bS$ (regla 2)

$S \rightarrow cF$ (regla 3)

$F \rightarrow \{\}$ (regla 4, el símbolo F implica conjunto vacío y termina las producciones)

Se dice que una cadena dada de símbolos que pertenecen al alfabeto es reconocida por el lenguaje si uno a uno, sus símbolos pueden derivarse de las reglas y finalizar con la producción F .

Por ejemplo, para la cadena: a,b,a,c :

- el primer símbolo “ a ” es aceptado inicialmente por la regla 1 (pues tiene una a en su producción a la izquierda)
- El segundo símbolo “ b ” debe ser generado por una producción S (pues la generó la regla 1) y es también aceptado pues la regla 2 cumple con el criterio.
- El tercer símbolo “ a ” debe ser generado por una producción S (pues lo genera la regla 2) y nuevamente es aceptado pues la primera regla cumple el criterio.
- El cuarto símbolo “ c ” debe ser generado por una producción S y estar en las reglas, la tercera cumple y como la producción que implica luego del “ c ” es una “ F ”, se termina el reconocimiento y en este caso la entrada se dice que es **reconocida** por el lenguaje .

Otro ejemplo: la cadena a,b,c,a no pertenece al lenguaje pues no se puede seguir una secuencia con todos sus símbolos que terminen en “ a ”

Criterios de corrección:

Prolijidad: 5%

Variables: 10%

Resolución: 65%

Resolución óptima: 20%

Aclaración: El código fuente entregado debe compilar o se calificará con cero puntos.