SEGUNDO PARCIAL DE INTRODUCCIÓN A LA COMPUTACIÓN      Miércoles 7 de julio de 2021

Ejercicio 1 (33 puntos)

El método de integración Montecarlo, consiste en general muchos puntos aleatorios (xa,ya), distribuidos aletoriamente de forma uniforme dentro de un área  predeterminada, por ejemplo un rectángulo. La razón entre la cantidad de puntos interiores a una curva (contenida en el rectángulo) y los puntos totales generados, se aproxima a la razón del área interior a la curva y el área del rectángulo. De esta forma podemos estimar el área encerrada por una curva:

$$area-curva=\frac{cantidad-puntos-interiores}{cantidad-puntos-totales}*area-rectangulo$$

Consideremos la Leminiscata de Bernoulli, la curva dada por:

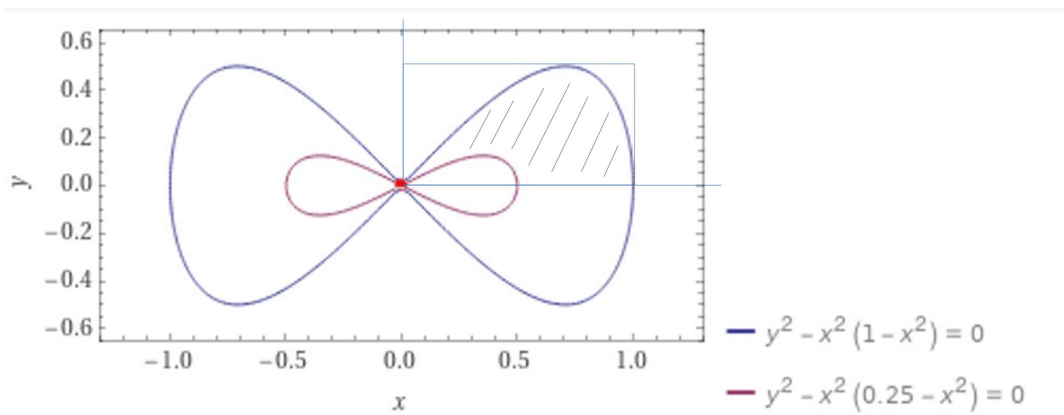
$y^2-x^2.(a^2-x^2)=0$   siendo ***a*** un parámetro real dado

Por ejemplo en la figura se muestran dos Leminiscatas para a=1 (azul) y a=0.5 (rojo), ambas curvas dentro del rectángulo [0,1]x[0,0.5] (solo consideramos el cuadrante positivo). Es válido los siguiente: los puntos (x,y) interiores (entre la curva y la abscisa) a una Leminiscta cumplen:

$$y^2-x^2.(a^2-x^2)<0$$

y los exteriores (por arriba y/o a la derecha del x máximo) cumplen:

$$y^2-x^2.(a^2-x^2)>0$$




Se pide un programa Montecarlo que calculo el área de la figura limitada por dos Leminiscatas, con a=1 y a=0.5 (ver figura).

Ejercicio 2 (33 puntos)

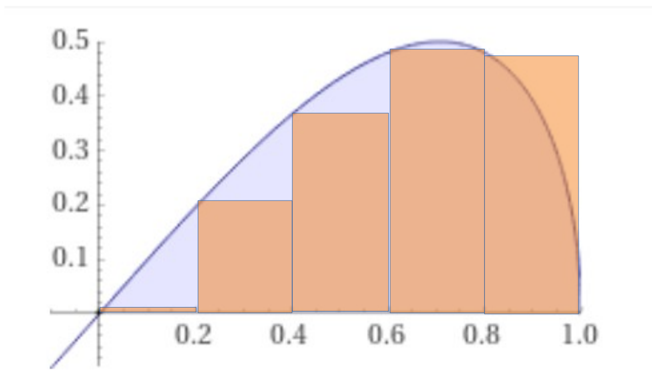
La ecuación explícita de la Leminiscata para a = 1 (en el cuadrante positivo) es:

$$y(x)=x*\sqrt{1-x^2}$$

Una forma de calcular la integral definida entre x = 0 y x = 1:

$$\int_0^1 x \,.\, \sqrt{1-x^2}\, dx$$

es la aproximar de forma discreta la función por rectángulos que subdividen al intervalo de integración, luego el área aproximada será la suma de las áreas de dichos rectángulos:




La altura de cada rectángulo es la ordenada de la función en su extrema izquierdo, cuantos más rectángulos subdividan al intervalo de integración x=[0,1], mejor es la aproximación. Se pide un programa que calcule la aproximación de la integral para un número de rectángulos N = 20.

Ejercicio 3 (34 puntos)

El siguiente árbol:

```
         1
      1/   \2
      2     3
    3/ \1
    4   5
        | 1
        6
```

tiene pesos, esto es los ejes que conectan un nodo hijo con su padre están ponderados por un número entero. Se pide un programa que calcule el peso total del camino que va desde cada hoja (nodos del árbol que no tienen hijos) hasta el nodo raiz (el nodo 1). Se sugiere las estructuras de datos siguientes para representar el árbol, una matriz de conectividad, en la que la primera fila son los nodos del árbol y para cada columna, las filas de 2 adelante, contiene a los nodos hijos de la columna en cuestión:

```
| 1 2 3 4 5 6 |
| 2 4 0 0 6 0 |
| 3 5 0 0 0 0 |
```

y una matriz de pesos, donde la primera fila son los nodos del árbol y la segunda fila contiene el peso que une el nodo (dado por la columna) con su padre:

| 1 2 3 4 5 6 |
| 0 1 2 3 1 1 |

Criterios de corrección:
Prolijidad: 5%
Variables: 10%
Resolución correcta: 70%
Resolución óptima: 15%

Todos los códigos fuente deben compilar o se calificarán con cero punto.