

Prueba 1. 21/04/2018.

Teórico - 6 puntos

1. **(2 puntos)**. Probar que vale $\|a(x, y)\| = |a| \|(x, y)\|$, para todo escalar a y todo vector (x, y) .
2. **(3 puntos)**. A partir de la fórmula del producto escalar de los cursos de física, deducir la fórmula

$$(x_1, y_1) \cdot (x_2, y_2) = x_1x_2 + y_1y_2, \quad \forall (x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2.$$

3. **(1 puntos)**. Probar que si u y v son dos vectores no nulos, entonces su producto escalar verifica

$$u \cdot v = -\|u\|\|v\|$$

si y solo si el ángulo entre u y v es π (es decir, 180 grados).

Práctico - 19 puntos

1. (6 puntos). Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x + 2y - 3z = 1 \\ 2x - 3y + 2z = 2 \\ x - 12y + 13z = 1 \end{cases} .$$

2. (6 puntos).

Resolver el siguiente sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} 2x + y - 3z = 7 \\ x + 2y + z = 0 \\ 4x - y + 5z = -11 \\ -4x + 3y + 2z = -1 \end{cases} .$$

3. (3 puntos). Hallar el ángulo θ formado por los vectores $u = 4\mathbf{i} + 2\mathbf{j}$ y $v = (2 - \sqrt{3})\mathbf{i} + (1 + 2\sqrt{3})\mathbf{j}$.
4. (4 puntos). Se consideran los vectores $u = 3\mathbf{i} - 4\mathbf{j}$ y $v = 3\mathbf{i} + 4\mathbf{j}$.
- Hallar la proyección de v en la dirección de u .
 - Sea r la recta que pasa por el origen y el punto $(3, -4)$. Hallar la distancia del punto $(3, 4)$ a la recta r .

Nota: en la resolución de los ejercicios se deben justificar todas las afirmaciones e incluir todos los cálculos que fueron necesarios para la resolución.

Soluciones - Práctico

1. Sistema compatible indeterminado con un grado de libertad.
La solución es $x = \frac{5}{7}z + 1$, $y = \frac{8}{7}z$, z está libre.
2. Sistema compatible determinado. La solución es $x = 0$, $y = 1$, $z = -2$.
3. Es $\|u\| = \|v\| = 2\sqrt{5}$ y $u \cdot v = 10$; luego $\theta = \frac{\pi}{3}$.
4. a) Es $\|u\| = \|v\| = 5$ y $u \cdot v = -7$; luego $\Pi_u(v) = -\frac{7}{25}(3\mathbf{i} - 4\mathbf{j})$.
b) La distancia es $\|v - \Pi_u(v)\| = \left\| \frac{24}{25}(4\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \right\| = \frac{24}{5}$.