

### Repartido 4: Cardinalidad

1. Sean  $A, B$  conjuntos finitos. Probar que
  - a) Si existe una función inyectiva  $f : A \rightarrow B$ , entonces la cantidad de elementos de  $A$  es menor o igual que la de  $B$ .
  - b) Si existe una función sobreyectiva  $f : A \rightarrow B$ , entonces la cantidad de elementos de  $A$  es mayor o igual que la de  $B$ .
  - c) Si existe una biyección  $f : A \rightarrow B$ , entonces  $A$  y  $B$  tienen la misma cantidad de elementos.
2. Sea  $B$  conjuntos finito.
  - a) Probar que si  $A \subseteq B$  entonces  $A$  es finito y  $\text{card}(A) \leq \text{card}(B)$ .
  - b) Probar además que si la inclusión es estricta entonces la desigualdad entre cardinales también.
3. Sean  $A, B$  conjuntos con  $n$  elementos y  $f : A \rightarrow B$  una función. Probar que son equivalentes:
  - $f$  es inyectiva
  - $f$  es sobreyectiva
  - $f$  es biyectiva
4. Probar que dados 5 puntos dentro de un triángulo equilátero de lado 2, existe al menos un par de ellos que están a una distancia menor o igual a 1.
5. Probar esta versión más general del principio del palomar: si se meten  $n \cdot m + 1$  palomas en  $n$  jaulas, entonces hay una jaula que tiene por lo menos  $m + 1$  palomas.
6. Consideremos una colección de conjuntos  $\mathcal{X}$ . La relación:

$$X \preceq Y \Leftrightarrow \text{Existe } f : X \rightarrow Y \text{ inyectiva,}$$

¿es de orden?