Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Álgebra Lineal y Geometría I
Primer semestre de 2022

Examen teórico (1 hora, 25 puntos). 17/02/22.

1. **(7 puntos).**

   a) Escribir las fórmulas del producto escalar y del producto vectorial en $\mathbb{R}^3$ (las fórmulas con coordenadas).

   b) Probar que si $u = (x_1, y_1, z_1)$, $v = (x_2, y_2, z_2)$ y $w = (x_3, y_3, z_3)$, entonces

   $$(u \times v) \cdot w = \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & z_1 \\ x_2 & y_2 & z_2 \\ x_3 & y_3 & z_3 \end{vmatrix}.$$

   c) Probar que para todo $u, v, w \in \mathbb{R}^3$ vale

   $$(u \times v) \cdot w = u \cdot (v \times w),$$

2. **(6 puntos).** Sean A, B, C matrices cuadradas de orden $n \geq 2$ arbitrarias. Para cada una de las afirmaciones siguientes, indicar si es verdadera o falsa, justificando la respuesta.

   a) Vale $\det(A + B) = \det(A) + \det(B)$.

   b) Vale $\det(2A) = 2\det(A)$.

   c) Vale $\det(AB) = \det(BA)$.

3. **(6 puntos).** Sea V un espacio vectorial.

   a) Definir conjunto linealmente dependiente (LD).

   b) Probar que un conjunto $A = \{v_1, \ldots, v_n\}$, $n \geq 2$ es LD si y solo si contiene un vector que es combinación lineal de los restantes,

4. **(6 puntos).**

   a) Definir transformación lineal entre dos espacios vectoriales.

   b) Dar un ejemplo de una transformación lineal inyectiva, justificando la respuesta.

   c) Dar un ejemplo de una transformación lineal sobreyectiva, justificando la respuesta.