**Facultad de Ciencias**
**Centro de Matemática**

**Álgebra Lineal y Geometría I**
**Primer semestre de 2022**

**Prueba 2, parte práctica (45 puntos).** 04/06/22.

1. **(15 puntos).** Se consideran el punto $P = (9, 13, 21)$ y el plano $\pi :\ 2x + 3y + 5z = 10$.

   *a*) Hallar la ecuación de la recta $r$ que pasa por $P$ y es perpendicular a $\pi$.

   *b*) Hallar el punto $Q$ de intersección de $r$ con el plano $\pi$.

   *c*) Hallar la ecuación del plano $\pi'$ que contiene a $r$ y pasa por el origen $O = (0, 0, 0)$.

2. **(15 puntos).** Calcular los siguientes determinantes

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 13 & 26 & 0 \\ 4 & 4 & 5 & 4 \\ 11 & 11 & 11 & 11 \end{vmatrix}, \qquad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 14 & 0 & 14 & 14 \\ 13 & 13 & 0 & 13 \\ 12 & 0 & 12 & 12 \\ 11 & 11 & 11 & 22 \end{vmatrix}.$$

   *Sugerencia:* pensar antes de actuar ...

3. **(15 puntos).**

   *a*) Hallar la inversa de la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 4 & 5 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

   *b*) Se consideran las siguientes matrices

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 6 & 5 \\ 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad B_2 = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}.$$

   Encontrar una matriz $X$ que verifique

$$A_1 X + 2B_1 = A_2 X + B_2.$$

**Solución**

1. *a*) $r:\ (x,y,z)=(9,13,21)+t(2,3,5)$.

   *b*) $Q=(1,1,1)$.

   *c*) $\pi':\ 2x-3y+z=0$ ($\pi'$ es el plano que pasa por $O$, $P$ y $Q$).

2. Es $\Delta_1=143$ y $\Delta_2=0$.

3. *a*) $A^{-1}=\begin{pmatrix}1 & -2 & 8\\ 0 & 1 & -4\\ -1 & 1 & -3\end{pmatrix}$.

   *b*) Es $A_1-A_2=A$ y $B_2-2B_1=B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$. Luego

$$A_1X+2B_1=A_2X+B_2 \quad\Rightarrow\quad AX=B \quad\Rightarrow\quad X=A^{-1}B=\begin{pmatrix}7 & -2 & 7\\ -3 & 1 & -3\\ -1 & 1 & -3\end{pmatrix}.$$