Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Prueba 3 teórica (1/2 hora, 20 puntos). 28/07/22.

1. **(6 puntos).** Sea V un espacio vectorial.

   a) Definir conjunto LD.

   b) Sean $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$ dos subconjuntos finitos de V tales que $\mathcal{A} \subset \mathcal{B}$.
   Probar que si $\mathcal{A}$ es LD, entonces $\mathcal{B}$ también es LD.

2. **(6 puntos).** Sea V un espacio vectorial.

   a) Sean $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$ subconjuntos de V. Supongamos que $\mathcal{A}_1$ es LI y que $\mathcal{A}_2$ es un generador. ¿Hay alguna relación entre las cantidades de elementos de $\mathcal{A}_1$ y $\mathcal{A}_2$?

   b) Probar que si $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$ son dos bases de V, entones $\mathcal{B}$ y $\mathcal{C}$ siempre tienen la misma cantidad de elementos.

3. **(8 puntos).** Sean V y W dos espacios vectoriales.

   a) Definir *transformación lineal* $T : V \to W$.

   b) Probar que si $T : V \to W$ es inyectiva y $\{v_1, v_2\} \subset V$ es LI, entonces $\{T(v_1), T(v_2)\} \subset W$ es LI.

   c) Dar ejemplos (justificando las afirmaciones) de cada uno de los casos siguientes:

      1) una transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ que sea inyectiva.

      2) una transformación lineal $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ que no sea inyectiva.