

Repartido 6: Combinatoria

1. Para un conjunto A con n elementos, contar la cantidad de relaciones de A en A que verifiquen lo que se indica en cada caso:
 - a) ser simétricas,
 - b) ser antisimétricas,
 - c) ser asimétricas,
 - d) ser reflexivas y simétricas.
2. Una cantidad n de personas se sientan alrededor de una mesa circular para jugar un juego de cartas. La silla ocupada por cada persona no tiene ninguna injerencia en el juego, sin embargo la persona que cada jugador tenga a la derecha o a la izquierda sí la tiene.
 - a) ¿Cuántas configuraciones posibles hay? El número hallado se conoce como el número de **permutaciones circulares** de n elementos, y se nota por PC_n .
 - b) Observar que $P_n = PC_n \cdot n$, de forma algebraica y de forma combinatoria (esto último es sin usar las fórmulas para PC_n y para P_n).
3.
 - a) A partir de la idea de permutaciones circulares de n elementos, definir los *arreglos circulares de n elementos tomados de k* . Calcular una fórmula para esto.
 - b) Deducir que para k, n enteros cualesquiera, se tiene que k divide a $n(n-1) \cdots (n-k+1)$
4. Si Óscar Tabárez convoca para un partido amistoso de la selección a 2 goleros, 6 defensas, 7 mediocampistas y 4 delanteros. ¿De cuántos modos es posible formar el equipo con un golero, 4 defensas, 4 mediocampistas y 2 delanteros?
5. ¿Cuántas relaciones de orden total admite un conjunto con n elementos?
6. ¿Cuál es la probabilidad de ganar el 5 de oro?
7. Sean $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{x, y, z\}$.
 - a) ¿Cuántas funciones $f: A \mapsto B$ cumplen $f(1) = x$?

- b) ¿Cuántas funciones $f: A \mapsto B$ sobreyectivas cumplen $f(1) = f(2) = x$?
- c) ¿Cuántas funciones sobreyectivas $f: A \mapsto B$ cumplen $f(1) = x$ y $f(2) = y$?
8. De cuántas formas se puede elegir 5 cartas de una baraja común (de 48 cartas) y obtener:
- a) Cinco cartas del mismo palo.
- b) Cuatro ases.
- c) Al menos cuatro cartas del mismo valor.
- d) Tres ases y dos sotas.
- e) Tres ases y una carta par (número 2,4,6,8).
9. Probar la fórmula de Stiefel, usando la fórmula de C_k^n .
10. Escribir el desarrollo de $(x - y)^n$.
11. ¿De cuántas maneras podemos ordenar tres 'x', tres 'y' y tres 'z' sin que aparezca tres veces consecutivas la misma letra?
12. a) Hallar la cantidad de palabras que pueden obtenerse permutando las letras de

MATEMATICA

- b) ¿Y si la primera letra debe ser E?
- c) ¿Cuántas de ellas incluyen la palabra MATE?
13. Calcule cuántas permutaciones de los dígitos de 123456789 cumplen que:
- a) Ningún dígito está en su posición original.
- b) Los pares no están en su posición original.
- c) Los pares no están en su posición original y la secuencia debe empezar con los dígitos 1, 2, 3, 4 en algún orden.
14. ¿Cuántas palabras de longitud 6 existen que no tengan dos consonantes o dos vocales juntas?
15. a) ¿De cuántas maneras se puede partir un conjunto de 6 elementos en tres subconjuntos de cardinal 3, 2 y 1 respectivamente? ¿Y en tres subconjuntos de cardinal 2?
- b) ¿De cuántas formas es posible hacer una partición de un conjunto de $2n$ elementos, en n conjuntos de 2 elementos?

16. a) ¿Cuántas formas hay de sentar 5 niños distinguibles en 12 sillas puestas en línea?
b) Idem al anterior pero debido a las medidas sanitarias los niños no deben quedar sentados uno junto al otro.
17. ¿Cuántos recorridos posibles a pie hay desde Blanes y Chaná hasta Paullier y Charrúa, si no caminamos “hacia atrás”? (ayudarse con un mapa de Montevideo)
18. En un plano hay dibujadas n rectas de forma tal que
- no hay pares de rectas paralelas, y
 - no hay tres que rectas que concurran en un mismo punto.

Calcular el n sabiendo que el número de intersecciones es 21.

19. a) ¿Cuántas soluciones tiene la ecuación

$$x + y + z + t = 15$$

donde x, y, z y t son números naturales?

- b) ¿Y si además pedimos $x, y, z, t > 0$?