ANUNCIOS

1- 1er. Parcial: ¿Qué les pareció?
Críticas, sugerencias, opiniones?

2- Cuarta evaluación corta: Desde el jueves 26 de mayo hasta el sábado 28 de mayo a la medianoche. Unidad 4 (Movimiento circular, rotaciones, dinámica de rotaciones, gravitación)

3- Consultas: Clase de consultas: sábados de 9:00 a 10:30 por Zoom. Enlace en EVA:
https://salavirtual-udelar.zoom.us/j/85497553389?pwd=TUFHY2c1Z3hvNnFycjNVZUw1b2Y2QT09

Me voy a conectar 30 minutos antes de cada clase virtual por si tienen consultas a realizar, en todo caso puedo ampliar el rango o eventualmente poner una clase especial a coordinar.

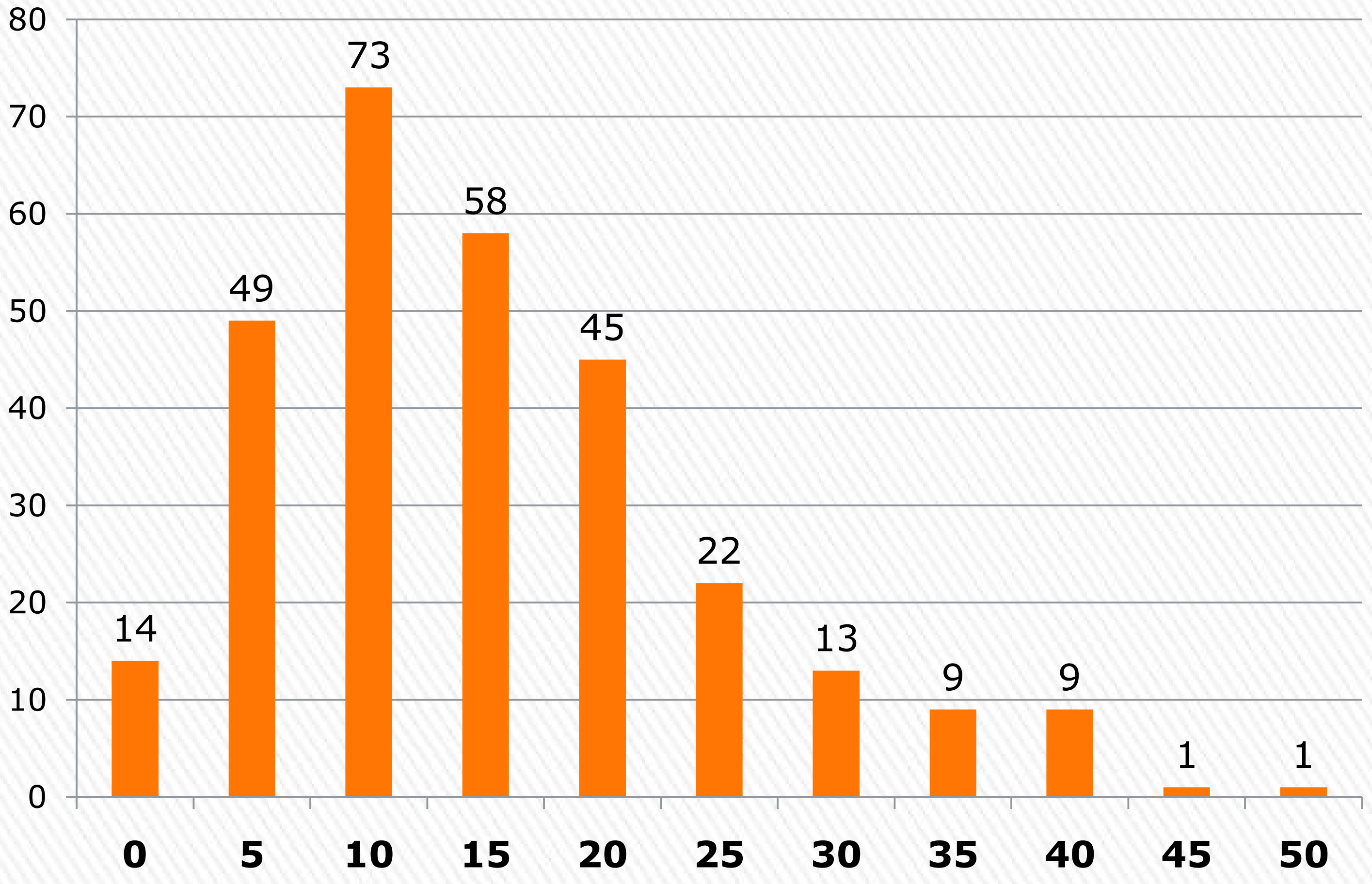
Primer parcial 2022

294 parciales

Promedio general: **15,15**

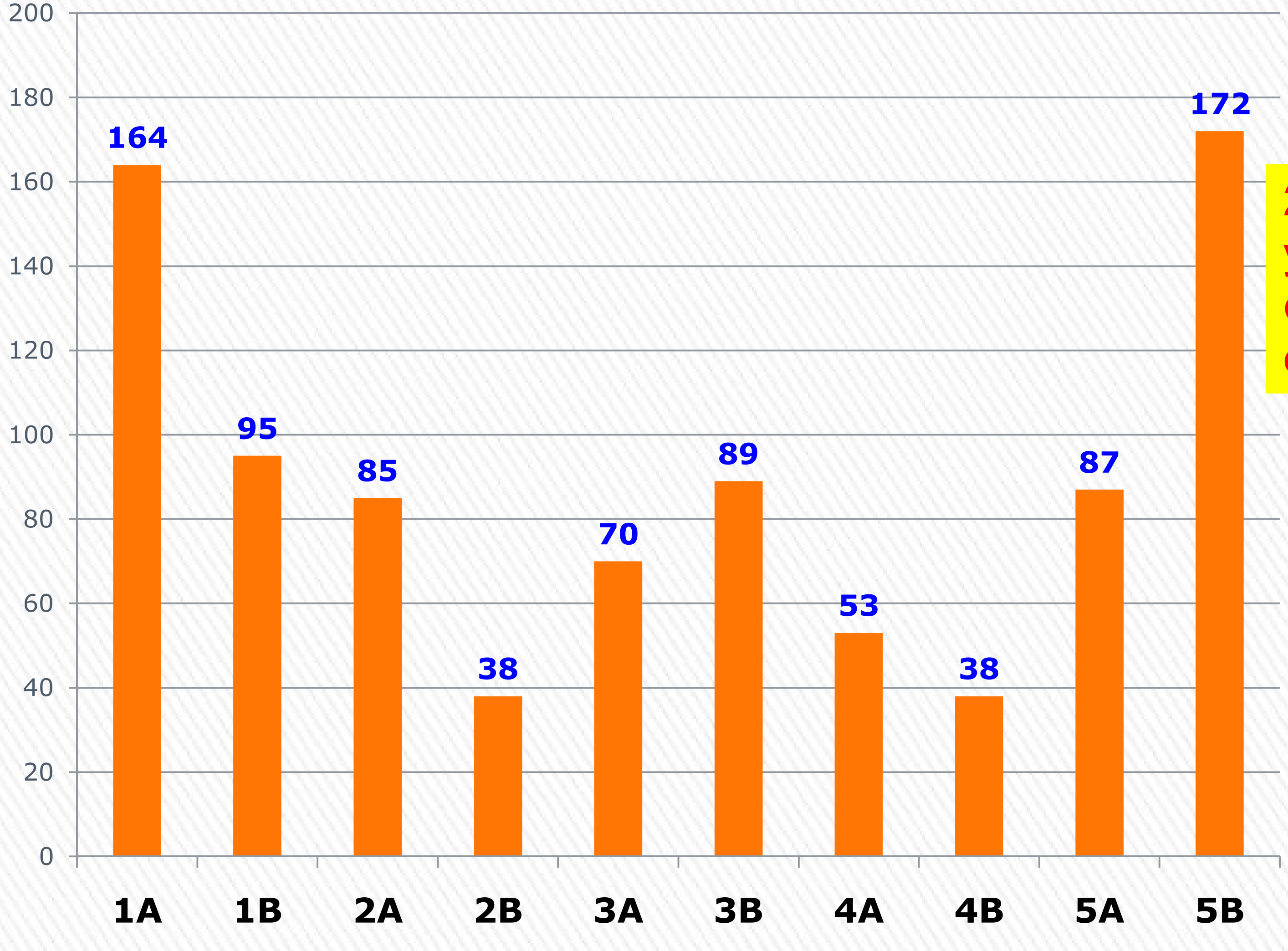
2021: 13,03

Distribución de puntos obtenidos



Primer parcial 2022

Distribución de preguntas bien contestadas



21 estudiantes ya ganaron el derecho a examen (> 40)

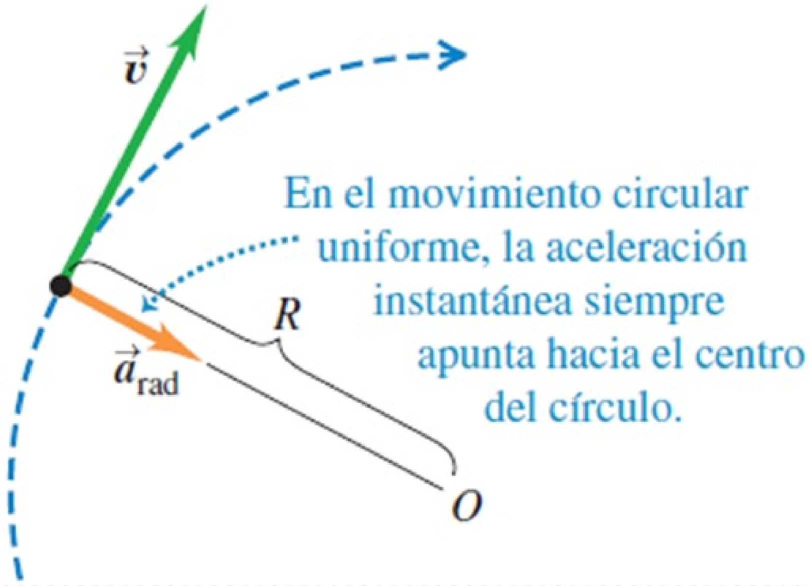
Resultados parciales del curso

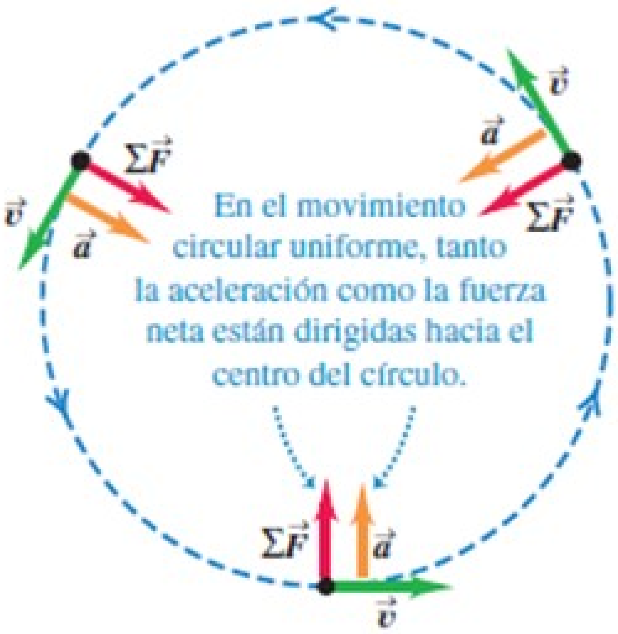
- 444 inscriptos.
- 335 hicieron por lo menos una evaluación corta.
- 308 hicieron la EC1; 256 la EC2, 210 la EC3 y 294 el parcial.
- 172 hicieron las 4 evaluaciones.
- 37 hicieron sólo una evaluación corta.
- 21 estudiantes ya ganaron el derecho a examen (> 40)!!!

REPASO DE CLASE PASADA

Movimiento circular uniforme: el cuerpo describe una trayectoria circular con *rapidez constante y el* vector aceleración es perpendicular al vector velocidad, se dirige al centro del círculo **(aceleración centrípeta)** y vale:

$$a = a_{radial} = \frac{v^2}{R}$$





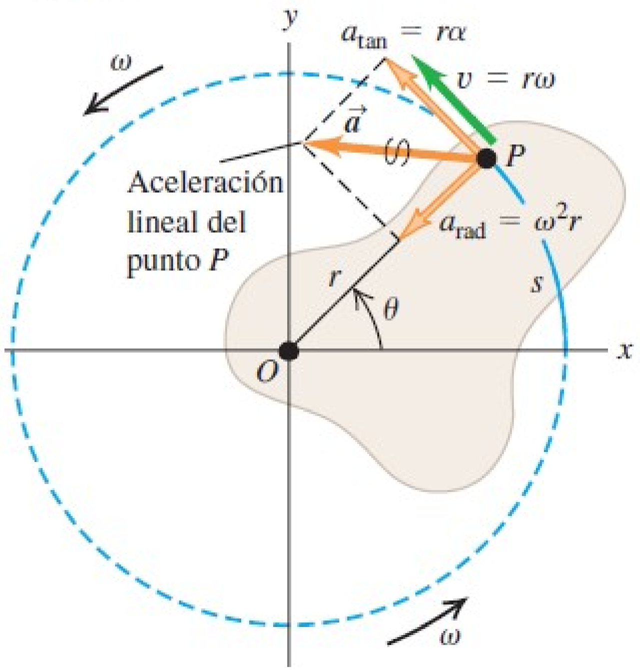
2da. Ley de Newton aplicada al MCU:
La fuerza neta tiene dirección radial y aplicada en ella se tiene:

$$F_{neta} = ma_{rad} = m\frac{v^2}{R}$$

Cinemática de movimiento rotacional:
Similar a la rectilínea con variables angulares: ángulo θ, velocidad angular ω y aceleración angular α

REPASO DE CLASE PASADA

Componentes de aceleración radial y tangencial:
- $a_{rad} = \omega^2 r$ es la aceleración centrípeta del punto P.
- $a_{tan} = r\alpha$ significa que la rotación de P está aumentando (el cuerpo tiene aceleración angular).



Rotación de un rígido alrededor de un eje fijo:

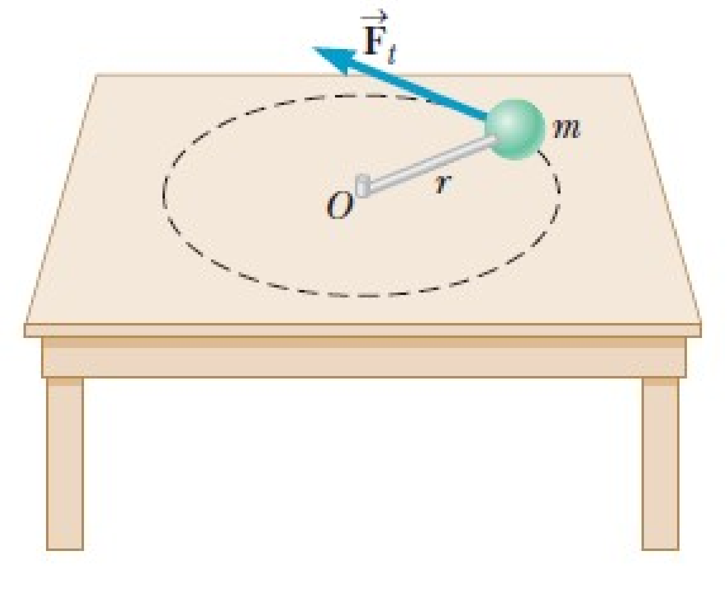
Para un cuerpo rígido, tanto la velocidad angular ω como la aceleración angular son los mismos para cualquier punto del mismo.

Se relacionan con la velocidad lineal y la aceleración tangencial de la siguiente forma:

$$v = r\,\omega$$

$$a_t = r\alpha_z$$

Cada punto sobre el objeto rígido tiene la misma rapidez *angular, pero no todo punto tiene la misma rapidez tangencial porque r no es el* mismo para todos los puntos sobre el objeto.



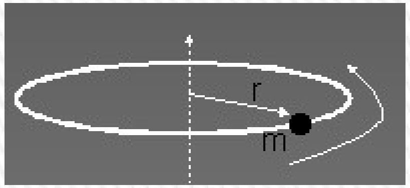
Relación entre el torque (τ) y la aceleración angular (α):

$m.a_t = F_t$ $\quad$ $m.\alpha.r^2 = F_t.r$

$$I.\alpha = \tau$$

REPASO DE CLASE PASADA

Momento de inercia de una partícula: $I = mr^2$



Momento de inercia de un sistema de partículas:

$$I = \sum_i m_i . r_i^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \cdots$$

El **momento de inercia de un sistema depende de cómo la masa se distribuye y de la ubicación del eje respecto al cual se calcula I .**

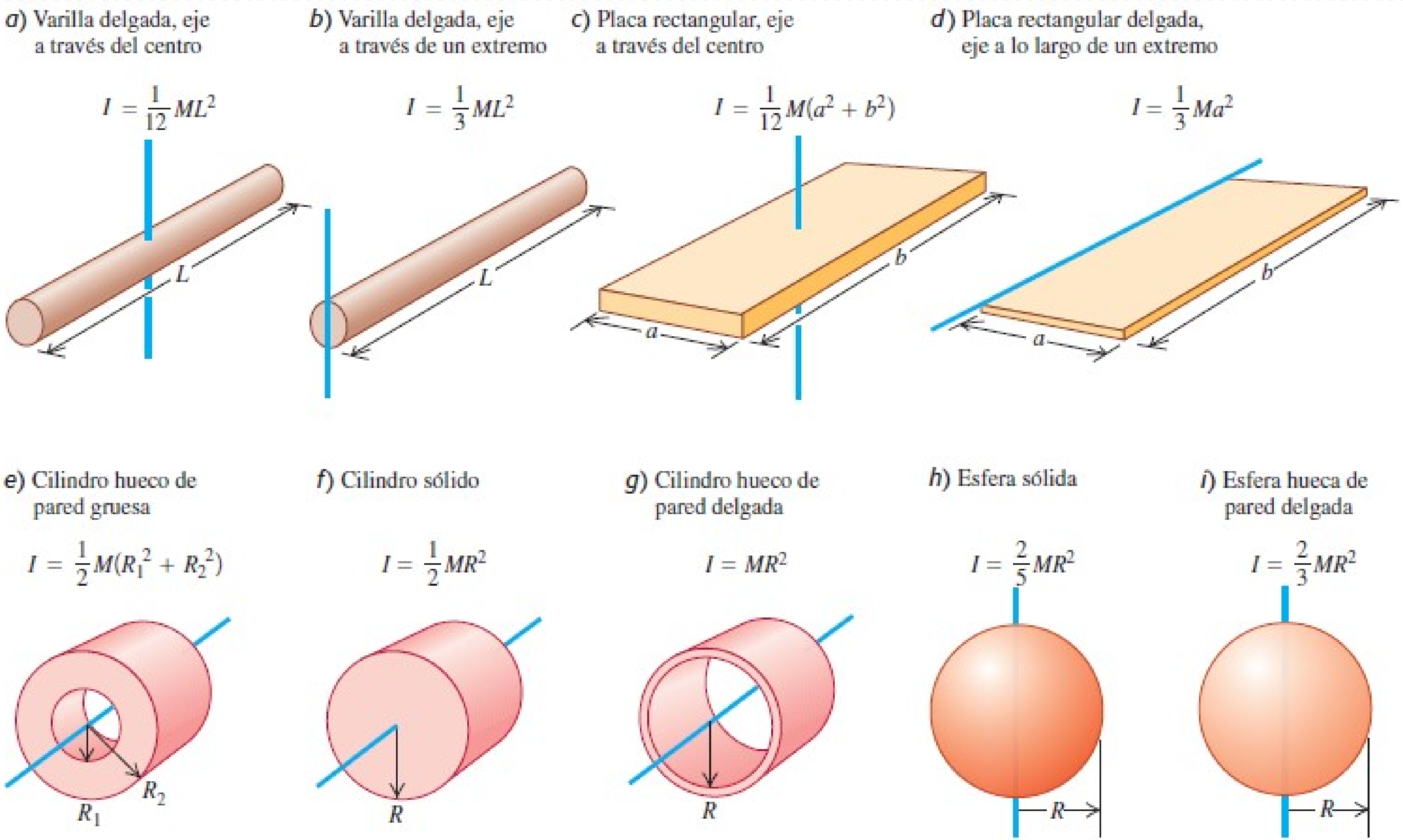
$$\sum \tau = I\alpha$$

La **aceleración angular de un objeto rígido es proporcional al torque neto que actúa sobre él,** **análogo rotatorio de la 2da. Ley de Newton.**

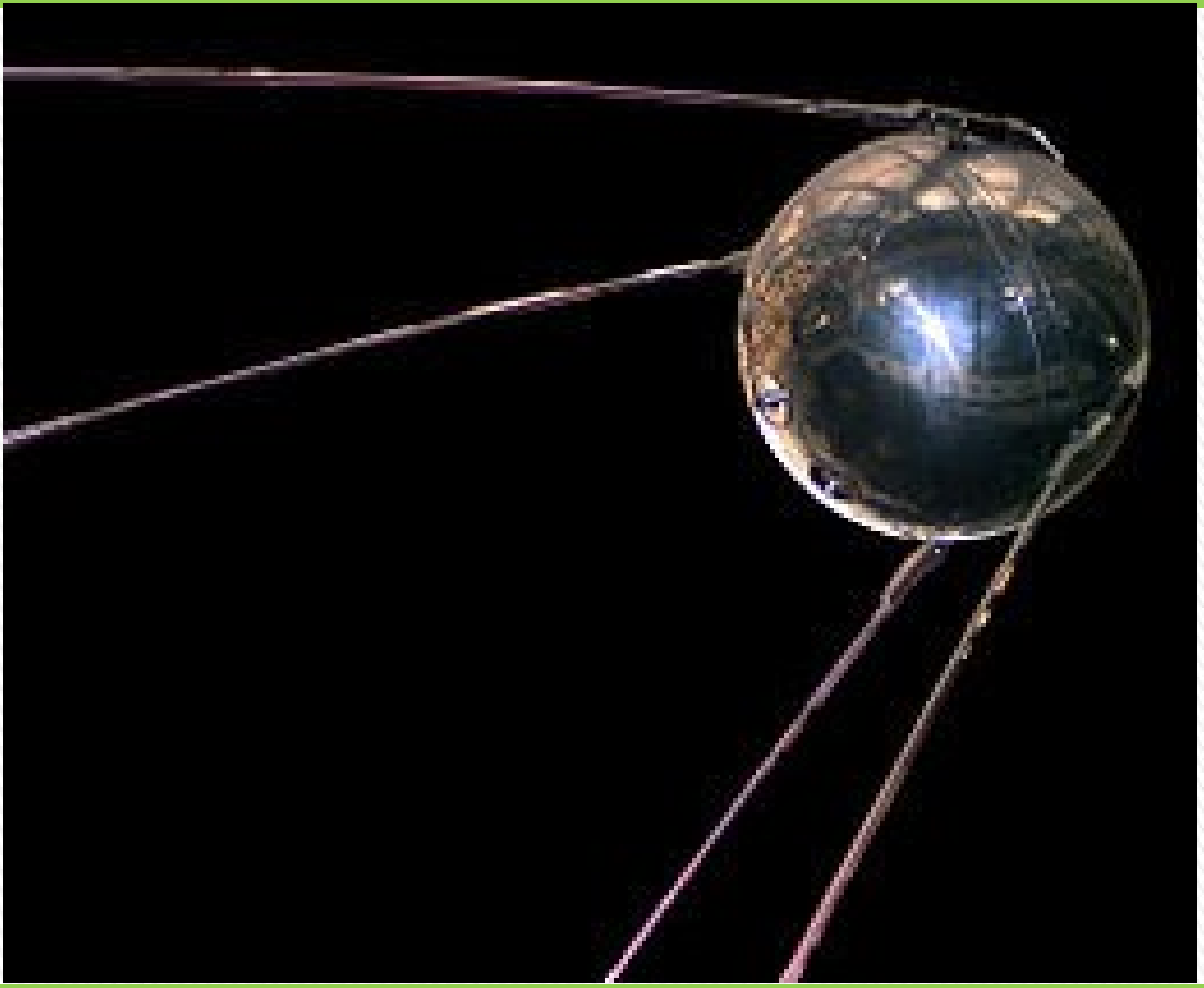
El torque sustituyendo a la fuerza, el momento de inercia que sustituye a la masa y la aceleración angular a la aceleración lineal.

Los momentos de inercia de cuerpos regulares homogéneos, los determinamos por integración

Momentos de inercia de diversos cuerpos homogéneos

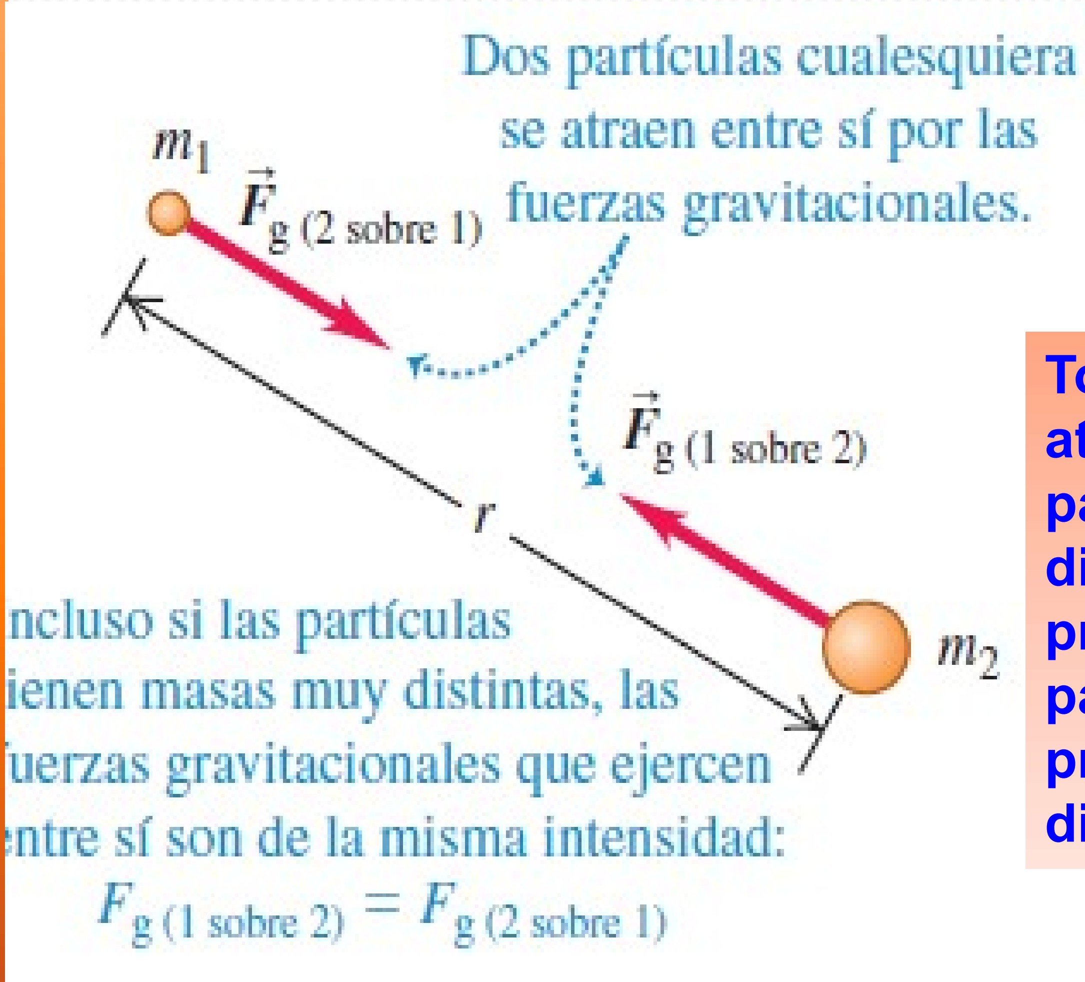


15- Gravitación y movimiento de satélites



El **Sputnik 1** (en ruso Спутник-1, que significa *satélite*) lanzado el 4/10/1957por la Unión Soviética fue el primer satélite artificial de la historia.[1]Tenía una masa de lanzamiento de 83,6 kg y un periodo de 96,2 minutos.

La ley de Newton de la gravitación



Newton en 1687 basándose en Kepler, descubre la atracción gravitacional entre dos cuerpos *cualesquiera.* **ley de la gravitación:**

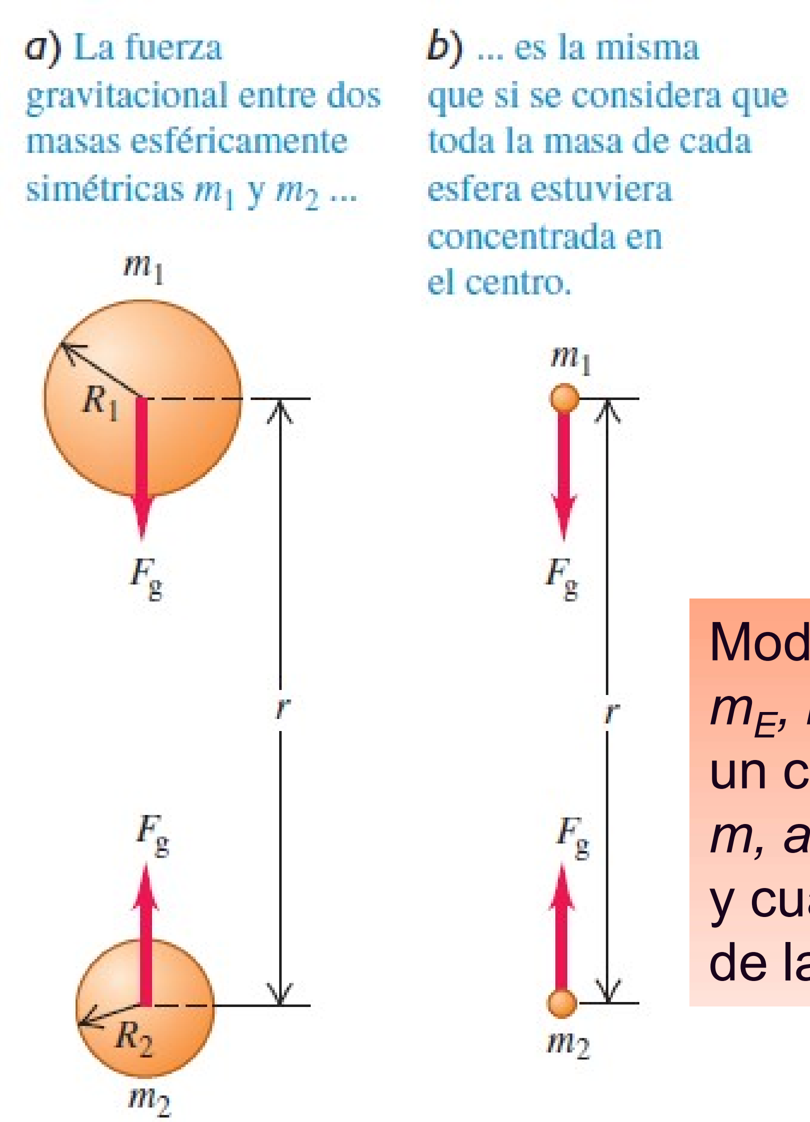
Toda partícula en el Universo atrae a todas las demás partículas con una fuerza directamente proporcional al producto de las masas de las partículas, e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa

$$F_g = \frac{G m_1 m_2}{r^2}$$

Valor aceptado de $G = 6{,}674281672\times10^{-11}\ N.m^2/kg^2$

Fuerzas gravitacionales actúan a lo largo de la línea que une las dos partículas **(fuerzas centrales)**, y forman un **par acción-reacción**.

Gravitación y cuerpos esféricamente simétricos



A priori la ley de la gravitación se cumple en la interacción entre dos *partículas.*

La interacción gravitacional entre dos cuerpos con distribuciones de masa *esféricamente simétricas (ya sean sólidas o huecas) es la misma que si toda* la masa estuviera concentrada en el centro.

Modelo a la Tierra como una esfera de masa m_E, *la fuerza* que ejerce sobre una partícula o un cuerpo esféricamente simétrico con masa *m, a una* distancia *r entre los centros,* siempre y cuando el cuerpo se encuentre en el exterior de la Tierra.

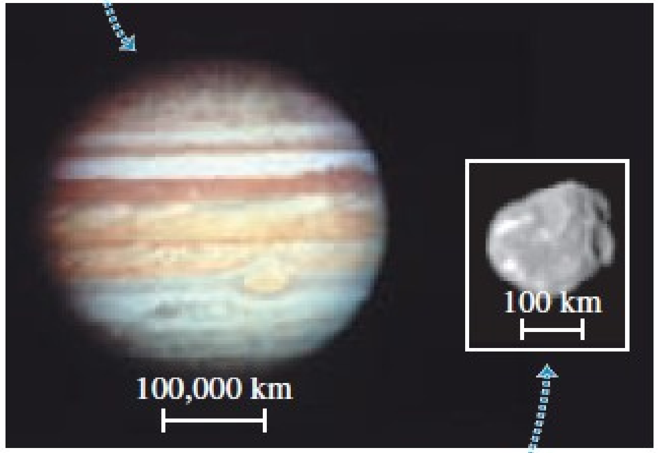
$$F_g = \frac{G m_E m}{r^2}$$

Gravitación y cuerpos esféricamente simétricos

Dentro de la Tierra: si taladro un agujero hasta el centro de la Tierra y mido la fuerza gravitacional sobre un cuerpo a diferentes profundidades, vería que *disminuye hacia el centro, en lugar de aumentar* según $1/r^2$.
Conforme el cuerpo entra a la Tierra (o de otro cuerpo esférico), parte de la masa de la Tierra queda del lado del cuerpo opuesto al centro y tira en la dirección contraria. En el centro exacto de la Tierra, la fuerza gravitacional sobre el cuerpo es cero.

Los cuerpos esféricamente simétricos son casos importantes porque las lunas, los planetas y las estrellas tienden a ser esféricos.
Puesto que todas las partículas de un cuerpo se atraen gravitacionalmente entre sí, tienden a moverse para reducir al mínimo la distancia que las separa.
El resultado es que el cuerpo tiende naturalmente a adoptar una forma esférica,

La masa de Júpiter es muy grande (1.90×10^{27} kg), así que la atracción gravitacional mutua de sus partes ha hecho que el planeta adquiera una forma casi esférica.



Amaltea, una de las lunas de Júpiter, tiene una masa relativamente insignificante (7.17×10^{18} kg, alrededor de 3.8×10^{-9} la masa de Júpiter) y su atracción gravitacional mutua es débil, por lo que tiene una forma irregular.

PREGUNTA RÁPIDA 1

Saturno tiene aprox. 100 veces la masa de la Tierra y está alejado del Sol casi 10 veces más que nuestro planeta. En comparación con la aceleración de la Tierra causada por la atracción gravitacional solar,

¿qué tan grande es la aceleración de Saturno debida a la gravitación solar?

i. 100 veces mayor;

ii. 10 veces mayor;

iii. es igual;

iv. 1/10 ;

v. . 1/100

Respuesta; v. 1/100. Si bien las fuerzas que experimentan ambos planetas son iguales, la aceleración es igual a dicha fuerza sobre la masa del planeta.

PESO

El peso de un cuerpo es la fuerza gravitacional total ejercida sobre éste por todos los demás cuerpos del Universo.

Si un cuerpo está cerca de la superficie terrestre, se pueden despreciar las demás fuerzas gravitacionales y considerar el peso tan solo como la atracción de la Tierra.

En la superficie de la *Luna, tomaremos el peso de un cuerpo como la atracción gravitacional* de la Luna, y así sucesivamente.

Si de nuevo modelamos la Tierra como un cuerpo esféricamente simétrico con radio R_E *y masa* m_E, *el* ***peso w de un cuerpo pequeño de masa m en la superficie terrestre*** (a una distancia R_E *del centro) es*

$$w = F_g = \frac{G m_E m}{R_E^2}$$

PESO y g

$$w = F_g = \frac{Gm_E m}{R_E^2}$$

$$g = \frac{Gm_E}{R_E^2}$$

Peso *w de un cuerpo es la fuerza* que provoca la aceleración *g en caída libre, de modo que por la segunda ley de Newton, w = mg.*

Podemos obtener el valor de la masa de la Tierra, usando
R_E = *6.380 km = 6,38 ×10⁶ m y g = 9,80 m/s², se obtiene:*

$$m_E = \frac{gR_E^2}{G} = \frac{(9{,}80)(6{,}38 \times 10^6)^2}{6{,}674 \times 10^{-11}} = 5{,}98 \times 10^{24}\ kg$$

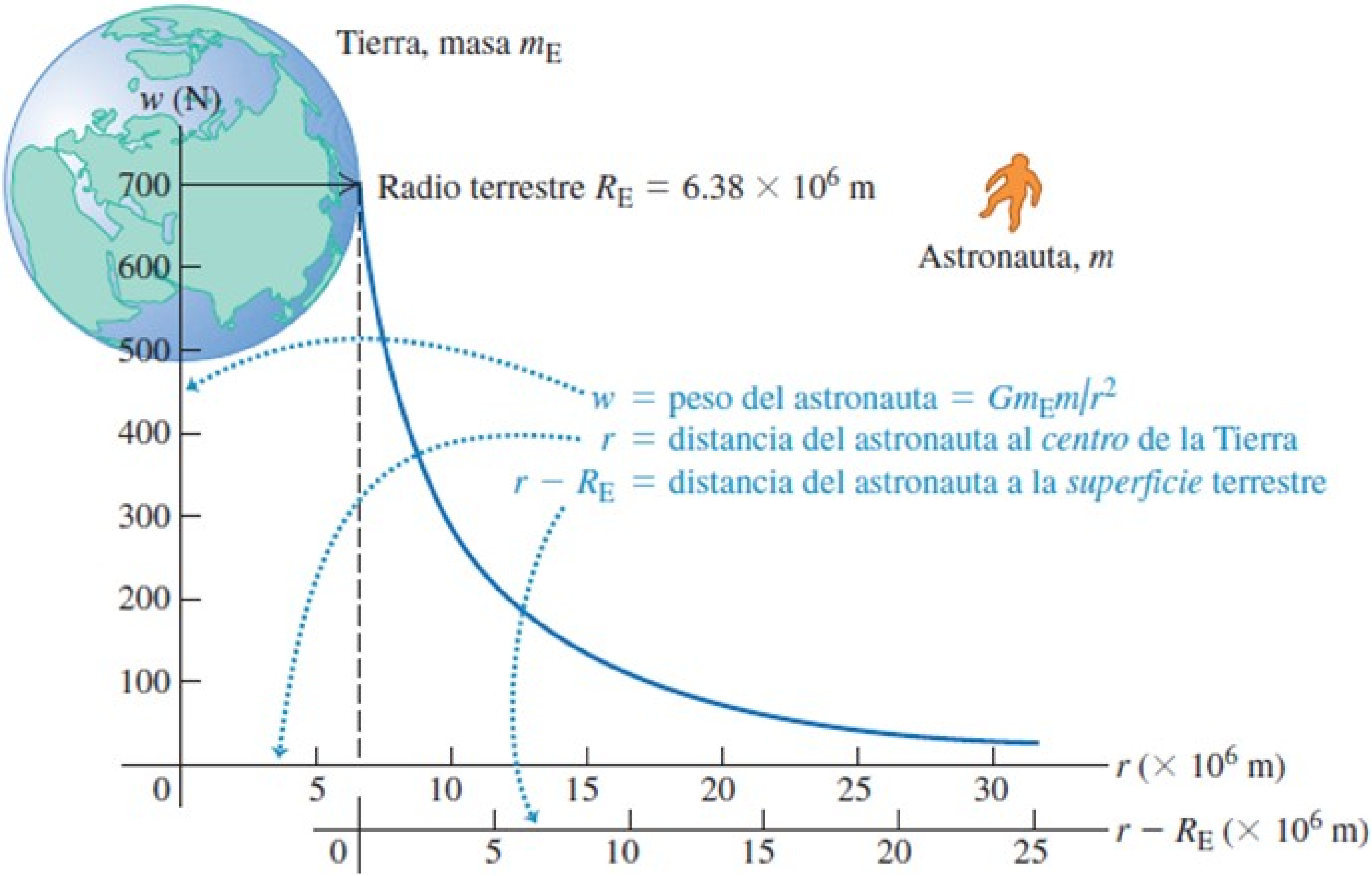
muy cerca del valor actualmente aceptado de $5{,}974 \times 10^{24}$ kg.
Una vez que Cavendish midió *G, calculó la masa terrestre precisamente así.*

En un punto arriba de la superficie terrestre a una distancia *r del centro de la Tierra* (una altura *h= r - R_E sobre la superficie), el peso de un cuerpo está dado por:*

$$w = F_g = \frac{Gm_E m}{r^2}$$

PESO

El peso de un cuerpo disminuye inversamente con el cuadrado de su distancia al centro de la Tierra. La figura muestra cómo varía el peso de un astronauta en función de su altura sobre la Tierra, si su peso es de 700 N en la superficie.



Valores de g

Tabla 13.1 Variaciones de g con la latitud y la elevación

Estación	Latitud norte	Elevación (m)	$g(\mathrm{m/s^2})$
Zona del Canal	09°	0	9.78243
Jamaica	18°	0	9.78591
Bermudas	32°	0	9.79806
Denver, CO	40°	1638	9.79609
Pittsburgh, PA	40.5°	235	9.80118
Cambridge, MA	42°	0	9.80398
Groenlandia	70°	0	9.82534

Valor normalizado: 9,80665 m/s^2

Polo: 9,832 m/s^2

Ecuador: 9,78 m/s^2

Montevideo: 9,7974 m/s^2

$$g(h) = G\frac{M_T}{(R_T + h)^2}$$

	h = 0 m	h = 1 km	h= 10 km
g	9,8226	9,81949	9,79181
Error (%)		0,031	0,314

DENSIDAD DE LA TIERRA

Aun cuando la Tierra es una distribución de masa con simetría esférica aproximada, *no es uniforme volumétricamente.*

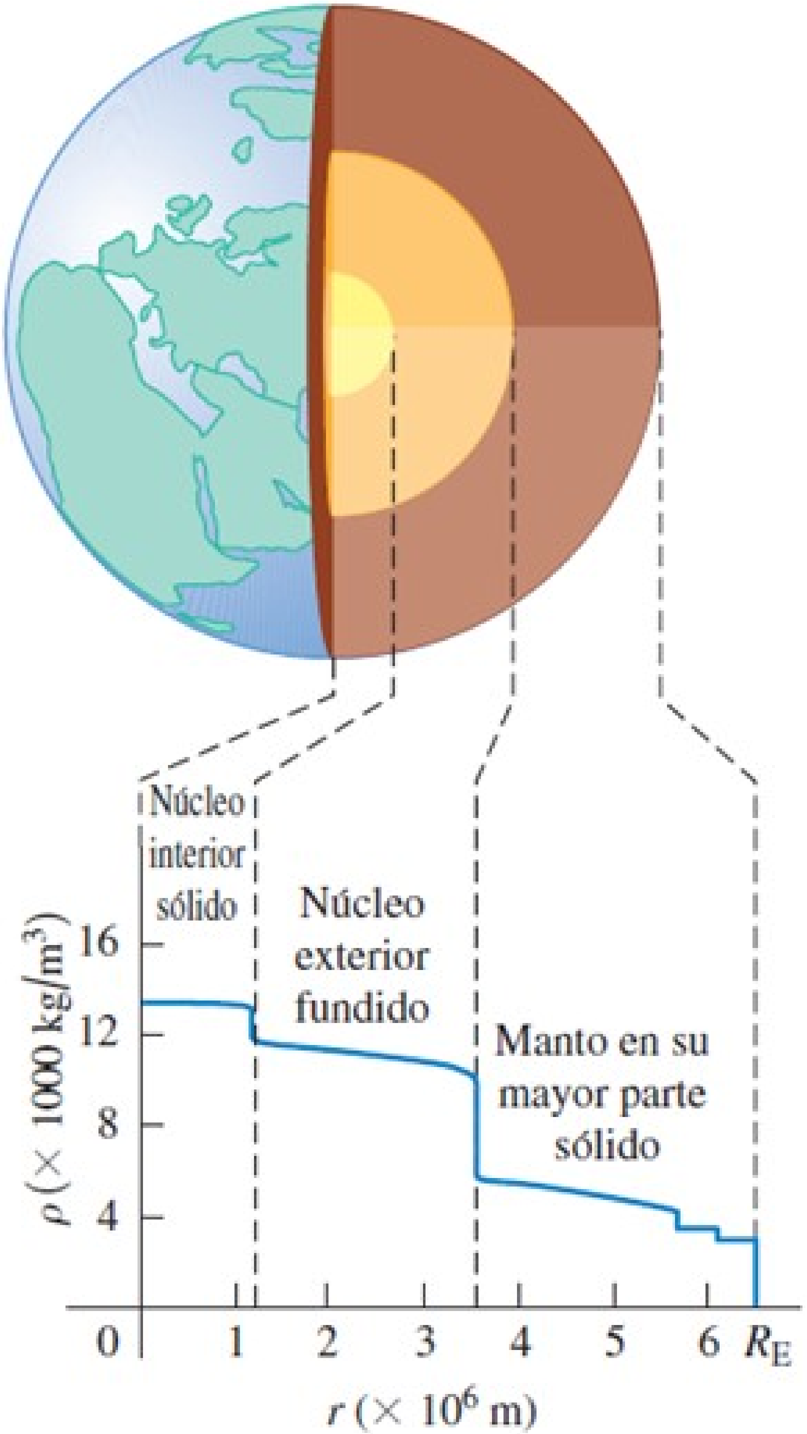
Si calculamos su densidad media, suponiendo una Tierra esférica:

$$V_E = \frac{4}{3}\pi R_E^3 = \frac{4}{3}\pi(6{,}38\times 10^6)^3 = 1{,}09\times 10^{21}\ m^3$$

$$\rho_E = \frac{m_E}{V_E} = \frac{5{,}98\times 10^{24}}{1{,}09\times 10^{21}} = 5{,}48 \times\times 10^3\ kg/m^3$$

Si la Tierra fuera uniforme, la densidad de las rocas cerca de la superficie debería tener ese valor.
Pero la densidad de las rocas superficiales es bastante menor: de 2.000 kg/m^3 para rocas sedimentarias, a cerca de 3.300 kg/m^3 para el basalto (un tipo de roca volcánica).

Por lo tanto, **la Tierra *no puede ser uniforme***, y el **interior debe ser mucho más denso que la superficie** para que la densidad *media sea* de 5500 kg/m^3.
Según modelos geofísicos del interior de la Tierra, la densidad máxima en el centro es de aproximadamente 13,000 kg/m^3.



DENSIDAD DE LA TIERRA

La densidad de la Tierra disminuye al aumentar la distancia al centro.

PESO APARENTE

Peso *aparente o efectivo* *de un cuerpo en la Tierra difiere un poco de la fuerza gravitacional* terrestre porque la Tierra gira y, por lo tanto, no es precisamente un marco inercial de referencia.

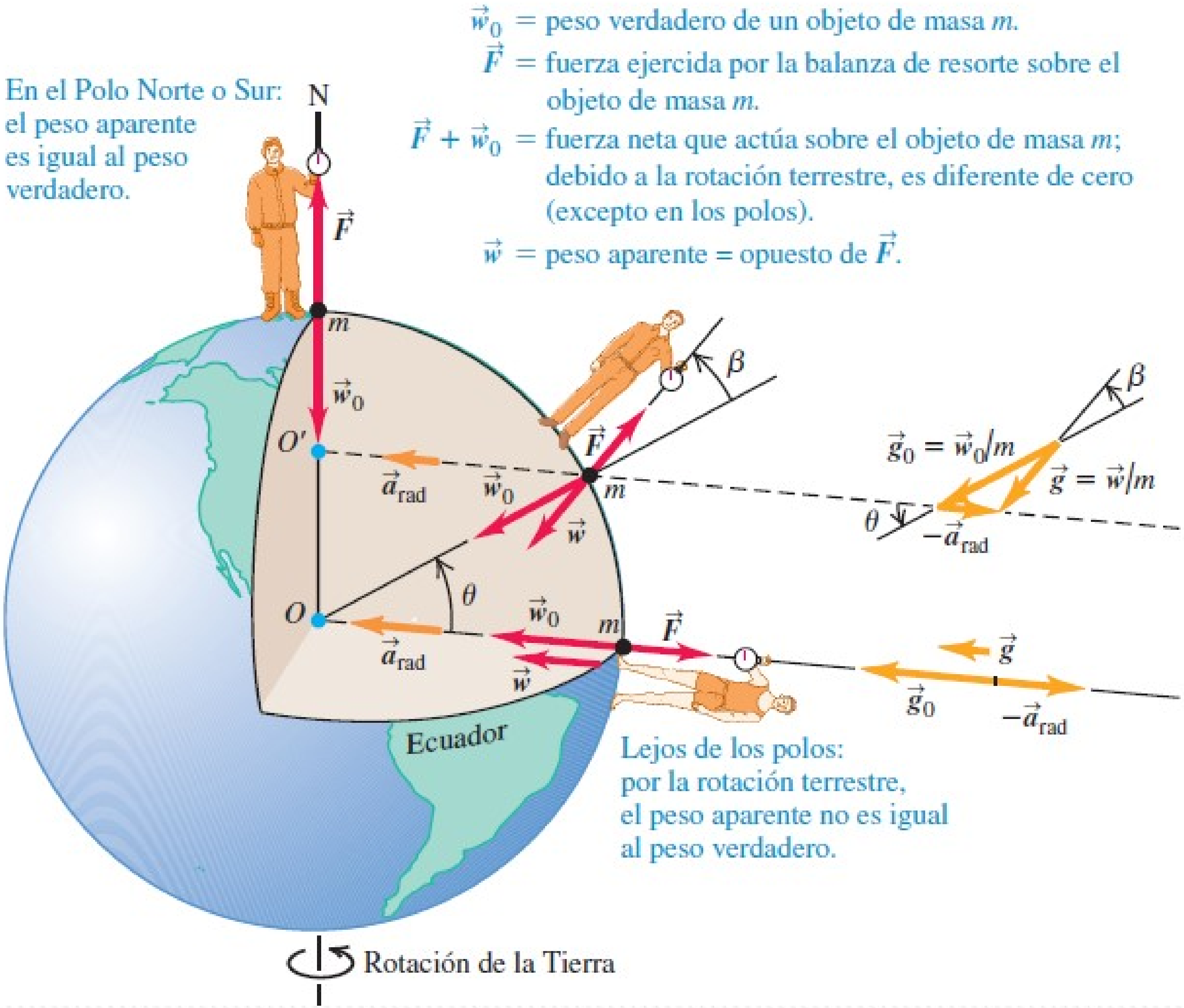
Como la Tierra gira sobre su eje, no es un marco de referencia inercial. El **peso aparente** de un cuerpo en la Tierra no es exactamente igual a **la atracción gravitacional terrestre**, que llamaremos **peso verdadero w_0 del cuerpo**.

Un observador sostiene una balanza de resorte, de la cual cuelga un cuerpo de masa *m.* Cada balanza aplica una fuerza **F** al cuerpo que cuelga, y la lectura de la balanza es la magnitud *F de dicha fuerza.*
Si el observador no es consciente de la rotación terrestre, *piensa que la lectura es igual al peso del cuerpo* porque cree que está en equilibrio. Así, cada observador piensa que a la tensión debe oponerse una fuerza igual y en sentido contrario a la que llamamos **peso aparente w.**

Si suponemos que la Tierra es esféricamente simétrica, el peso verdadero es

$$w_0 = \frac{G m_E m}{R_E^2}$$

Este valor es el mismo para todos los puntos en la superficie terrestre.


$\vec{w}_0$ = peso verdadero de un objeto de masa m.
$\vec{F}$ = fuerza ejercida por la balanza de resorte sobre el objeto de masa m.
$\vec{F} + \vec{w}_0$ = fuerza neta que actúa sobre el objeto de masa m; debido a la rotación terrestre, es diferente de cero (excepto en los polos).
$\vec{w}$ = peso aparente = opuesto de $\vec{F}$.
En el Polo Norte o Sur: el peso aparente es igual al peso verdadero.
N
$\vec{F}$
m
$\vec{w}_0$
O'
$\vec{a}_{rad}$
$\vec{w}_0$
m
$\vec{w}$
$\vec{F}$
β
β
$\vec{g}_0 = \vec{w}_0/m$
$\vec{g} = \vec{w}/m$
θ
$-\vec{a}_{rad}$
O
θ
$\vec{w}_0$
m
$\vec{F}$
$\vec{a}_{rad}$
$\vec{w}$
$\vec{g}$
$\vec{g}_0$
$-\vec{a}_{rad}$
Ecuador
Lejos de los polos: por la rotación terrestre, el peso aparente no es igual al peso verdadero.
Rotación de la Tierra

PESO APARENTE

Si tomo el centro de la Tierra como origen de un sistema inercial de coordenadas, el cuerpo que se encuentra en el Polo Norte realmente *está en equilibrio en el sistema inercial,* y la lectura de la balanza de resorte de ese observador es igual a w_0.

En cambio, el cuerpo en el ecuador se mueve en un círculo de radio R_E *con rapidez v, y debe haber* una fuerza neta hacia adentro igual a la masa multiplicada por la aceleración centrípeta:

$$m\frac{v^2}{R_E} = w_0 - F$$

La magnitud del peso aparente en el ecuador:

$$w = F = w_0 - m\frac{v^2}{R_E}$$

Si la Tierra no girara y el cuerpo se soltara, tendría una aceleración de caída libre $g_0 = w_0/m$.

Como la Tierra gira, la aceleración real del cuerpo que cae relativa al observador en el ecuador es $g = w/m$

$$g = \frac{w}{m} = g_0 - \frac{v^2}{R_E}$$

Entre el ecuador y los polos, el peso verdadero w_0 y la aceleración centrípeta no están en la misma línea, y necesitamos escribir una ecuación vectorial :

$$\bar{w} = \bar{w}_0 - m\bar{a}_{rad} = m\bar{g}_0 - m\bar{a}_{rad}$$

La diferencia en las magnitudes de *g y* g_0 *está entre cero y 0,0339* m/s^2.

La dirección del peso aparente difiere de la dirección hacia el centro de la Tierra en un ángulo pequeño β, que es de 0,1° o menos

PESO APARENTE

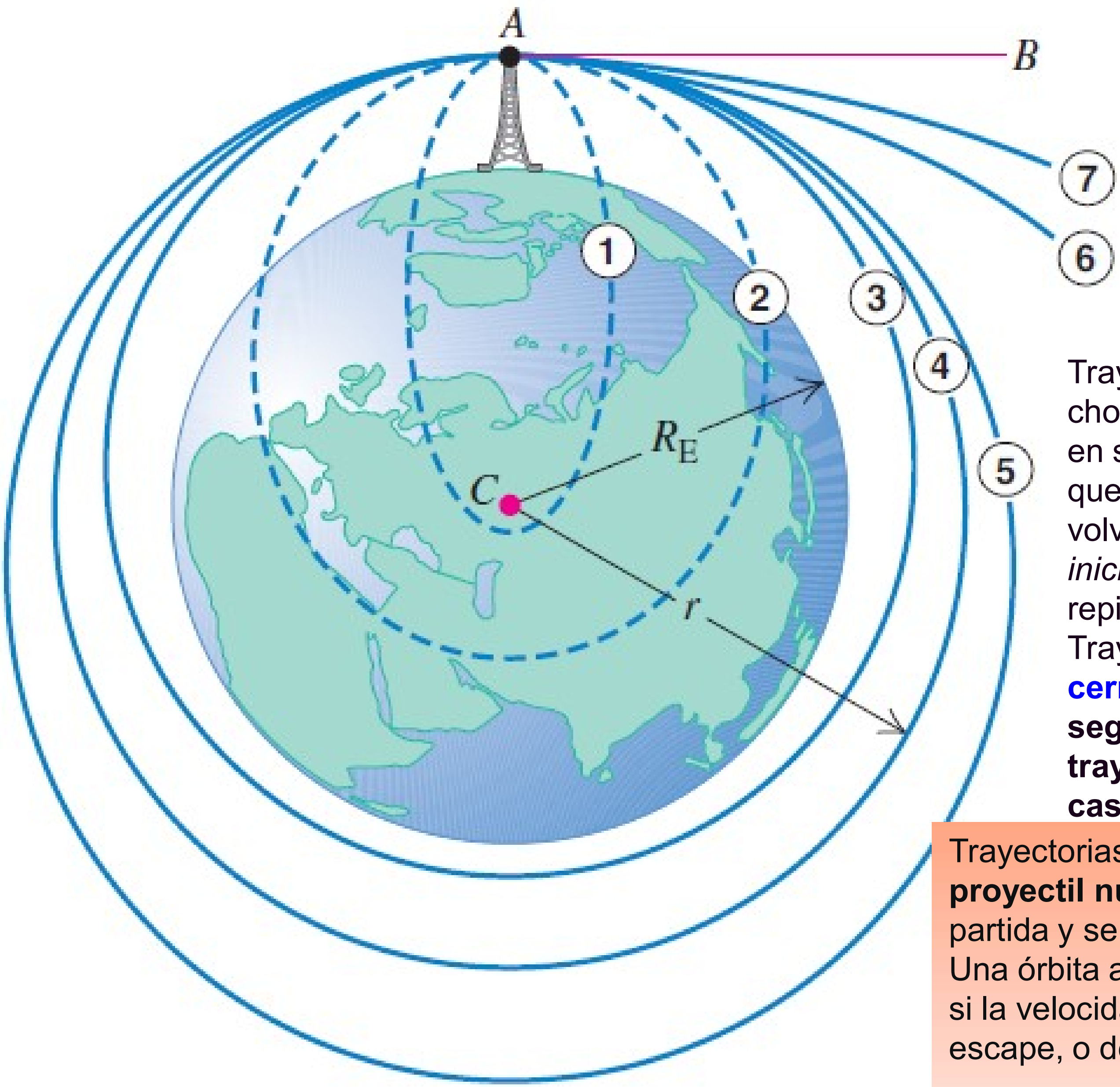
$$v = \frac{2\pi R_E}{T} = \frac{2\pi(6{,}38 \times 10^6)}{86164} = 465\ m/s$$

T: día sidéreo de 86164 s, día solar medio 86400 s

$$\frac{v^2}{R_E} = \frac{465^2}{6{,}38 \times 10^6} = 0{,}0339\ m/s^2$$

Así, para una Tierra esféricamente simétrica, la aceleración debida a la gravedad debería ser aproximadamente 0,03 m/s^2 menor en el ecuador que en los polos.

Movimiento de satélites



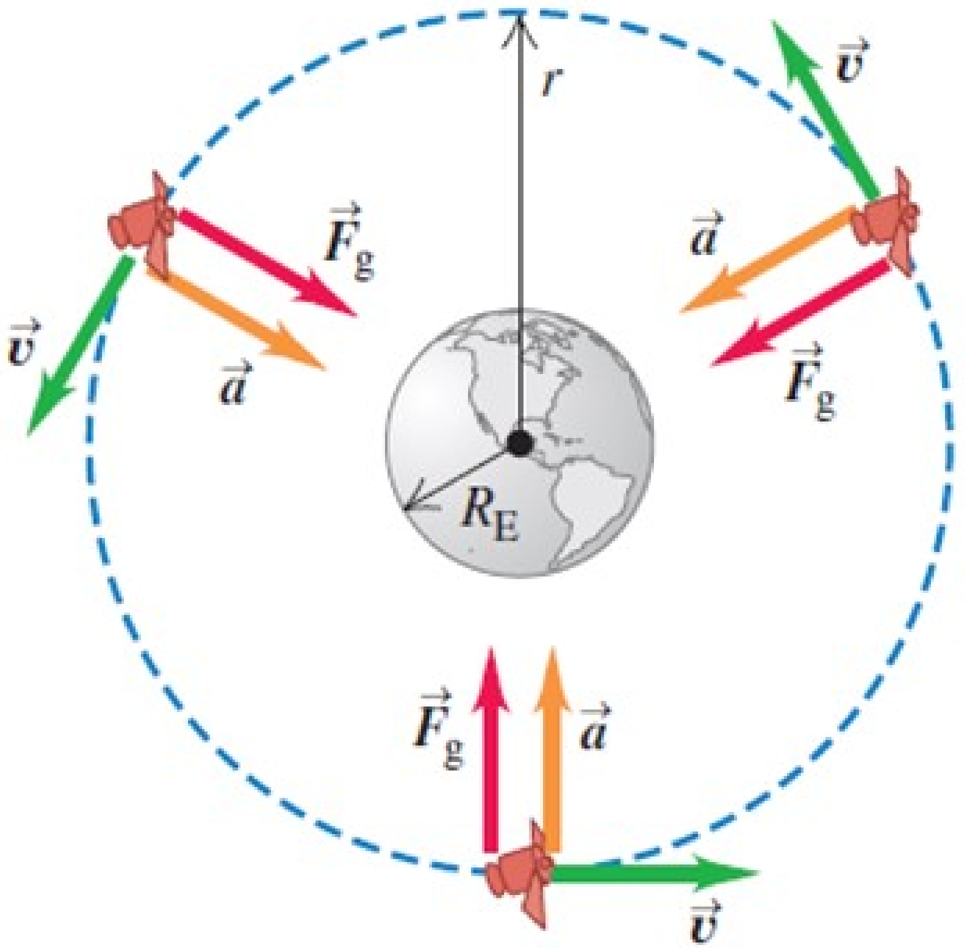
Un proyectil se lanza de A a B. Trayectorias 1 a 7 muestran el efecto de la rapidez inicial creciente.

Trayectorias 3 a 5, el proyectil no choca contra la Tierra y se convierte en su satélite. Si no hay una fuerza que frene al proyectil, su rapidez al volver al punto *A es la que tenía inicialmente, y el* movimiento se repite indefinidamente.

Trayectorias 1 a 5 **órbitas cerradas: son elipses o segmentos de elipses; la trayectoria 4 es un círculo, un caso especial de la elipse.**

Trayectorias 6 y 7 **órbitas abiertas; el proyectil nunca vuelve** a su punto de partida y se aleja cada vez más de la Tierra. Una órbita abierta tiene forma de hipérbola si la velocidad es mayor que la velocidad de escape, o de parábola si la velocidad es exactamente igual a la velocidad de escape

Satélites: órbitas circulares



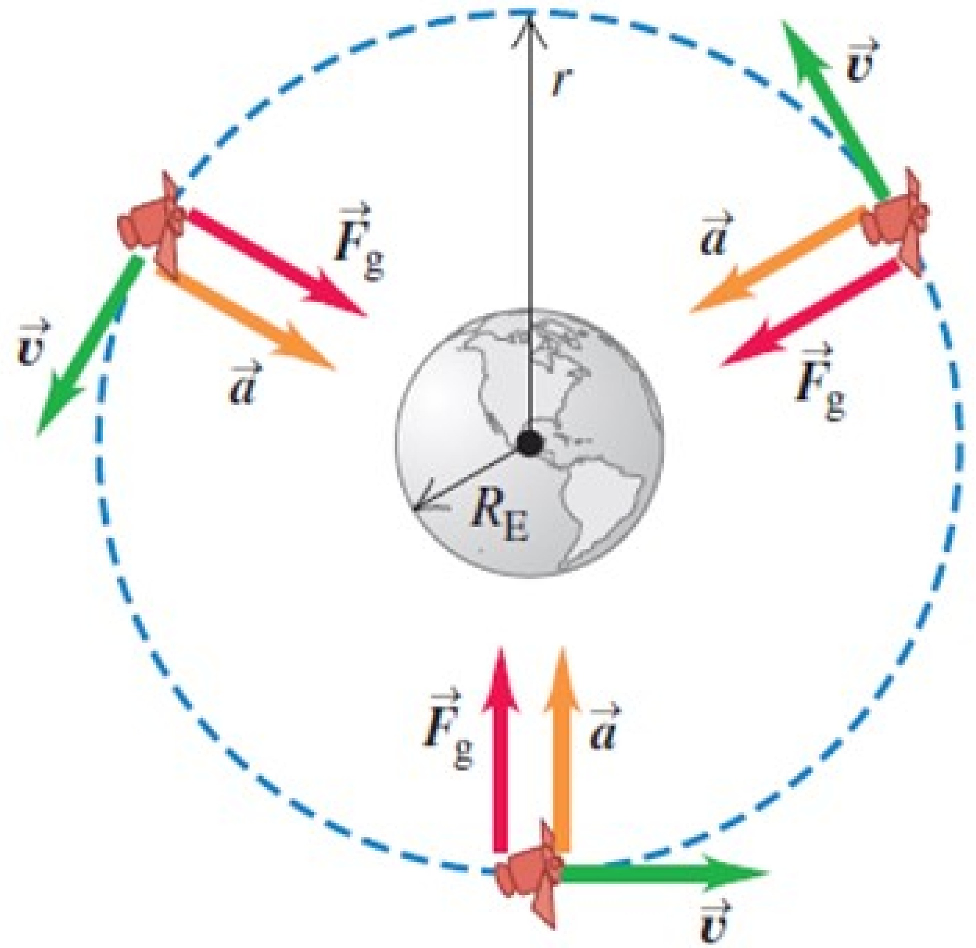
El satélite está en órbita circular: su aceleración $\vec{a}$ es siempre perpendicular a su velocidad $\vec{v}$, por ello, la rapidez v es constante.

Caso más sencillo y muy importante: muchos satélites artificiales tienen órbitas casi circulares, y las órbitas de los planetas alrededor del Sol también son aproximadamente circulares.

La única fuerza que actúa sobre un satélite en órbita circular alrededor de la Tierra es la atracción gravitacional terrestre, dirigida hacia el centro de la Tierra y, por lo tanto, hacia el centro de la órbita.

Esto implica que el satélite está en **movimiento circular *uniforme*** *y su* rapidez es constante.

Satélites: órbitas circulares



El satélite está en órbita circular: su aceleración $\vec{a}$ es siempre perpendicular a su velocidad $\vec{v}$, por ello, la rapidez v es constante.

El satélite no cae *hacia la Tierra; más bien,* ***cae constantemente alrededor de la Tierra****.*

En una órbita circular, la rapidez es exactamente la necesaria **para mantener constante la distancia entre el satélite y el centro de la Tierra.**

Satélites: órbitas circulares

El radio de la órbita es *r, medido desde el centro de la Tierra; la aceleración del* satélite tiene magnitud $a_{rad} = v^2/r$ *y siempre está dirigida hacia el centro del círculo.*

Por la ley de la gravitación, la fuerza neta (la gravitacional) que actúa sobre el satélite de masa *m tiene magnitud* F_g *y tiene la misma dirección de la aceleración.*

Por la segunda ley de Newton:

$$m\frac{v^2}{r} = G\frac{m_E m}{r^2} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{Gm_E}{r}}$$

Rapidez *v* de un objeto en una órbita circular de radio *r* alrededor de un cuerpo de masa *m*:

$$v = \sqrt{\frac{Gm}{r}}$$

Satélites: órbitas circulares

El movimiento del satélite no depende de su masa.

Si pudiéramos partir un satélite a la mitad sin alterar su rapidez, cada mitad seguiría con el movimiento original.

Un astronauta a bordo de un transbordador espacial también es como un satélite de la Tierra, retenido por la atracción gravitacional en la misma órbita que la nave.

El astronauta tiene la misma velocidad y aceleración que la nave, así que nada lo empuja contra el piso o las paredes de la nave.

Se encuentra en un **estado de *ingravidez* *aparente***, *como en un elevador* en caída libre.

Ingravidez *verdadera:* *solo si el astronauta estuviera infinitamente lejos* de cualquier otra masa, de modo que la fuerza gravitacional sobre él fuera cero.

Satélites: órbitas circulares

Relación entre el radio *r de una órbita circular y el periodo T,* la duración de una revolución:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{Gm_E}{r}}} = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{Gm_E}}$$

$$\boxed{T = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{Gm_E}}}$$

$$GmT^2 = 4\pi^2 r^3$$

Las órbitas más grandes corresponden a rapideces más bajas y a periodos más largos.

Ejemplo, Estación Espacial Internacional orbita la Tierra a 6.800 km del centro de nuestro planeta (400 km arriba de la superficie de la Tierra) con una rapidez orbital de 7,7 km/s y un periodo orbital de 93 minutos.
La Luna gira alrededor de la Tierra en una órbita mucho más grande de radio igual a 384.000 km, y por lo tanto tiene una rapidez orbital menor (1,0 km/s) y un periodo orbital mucho más prolongado (27,3 días).

Ejemplo: Ejercicio 4.6

¿A qué altura sobre la superficie de la Tierra hay que poner en órbita un satélite (suponiendo la órbita circular y sobre el ecuador) para verlo siempre en el mismo lugar del cielo desde nuestra casa?
Este tipo de satélites se denomina **geoestacionario.**

G = 6,674×10^{-11} N.m^2/kg^2 m = 5,972×10^{24} kg   T=24×3600=86.400 s =8,640×10^4 s

$$T = \frac{2\pi r^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{Gm_E}} \qquad\qquad GmT^2 = 4\pi^2 r^3$$

$$r = \left(\frac{6{,}674\times10^{-11}(5{,}972\times10^{24})(8{,}640\times10^4)^2}{4\pi^2}\right)^{\frac{1}{3}}$$ =4,2240×10^7 m= 42.240 km

Como el radio medio de la Tierra vale 6.341 km: h = 42.240 – 6.341 = 35.861 km

h = 3,59 ×10^7 m

Una órbita geoestacionaria es una órbita circular en el plano ecuatorial terrestre, y un movimiento de Oeste a Este (en el mismo sentido que la rotación de la Tierra).
Desde Tierra, un objeto geoestacionario parece inmóvil en el cielo y, por tanto, es la órbita de mayor interés para los operadores de satélites artificiales de comunicación y de televisión.
En realidad se debería considerar como periodo el día sidéreo (23 h 56 min 4 s).