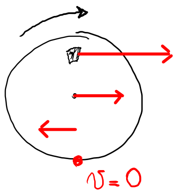
# Energía Cinética de Rotación

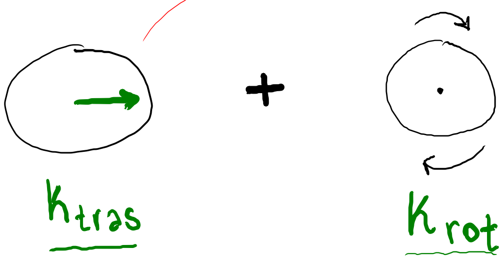
→ $K = \frac{mv^2}{2}$



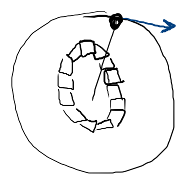

$\vec{v} = \vec{v}_{CM} + \vec{v}_T \Rightarrow \boxed{K = K_{tras} + K_{rot} = \frac{m v_c^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}}$

momento de inercia

$I = \sum mr^2 = \int \rho r^2 \, dV$




$K_{rot} = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{1}{2} m r^2 \omega^2$



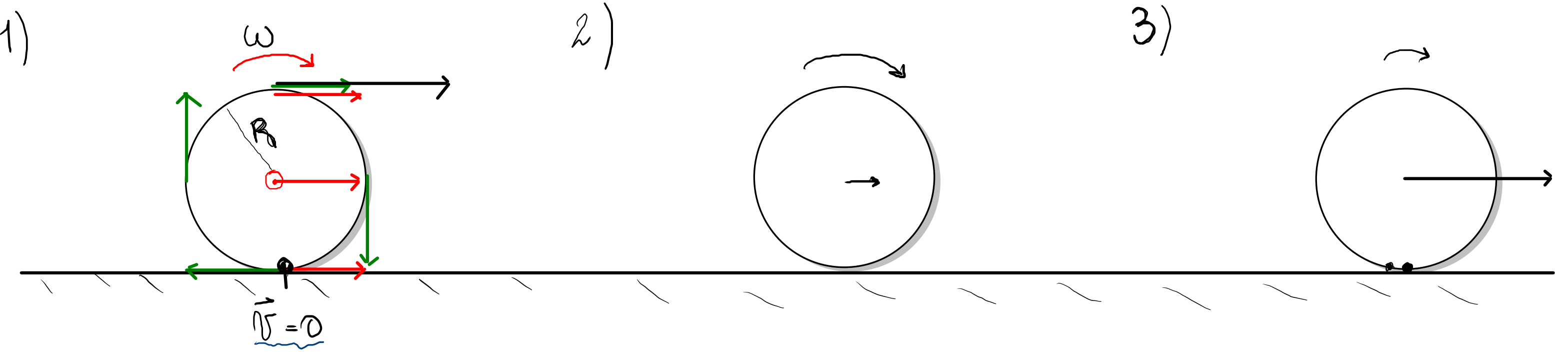
$I = mr^2$

$v = r\omega$

$\frac{mv^2}{2} = \frac{m(r\omega)^2}{2} = \frac{mr^2\omega^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2}$

# RODADURA sin DESLIZAR

$v_{c.m.} = R\omega$




R.s.d.

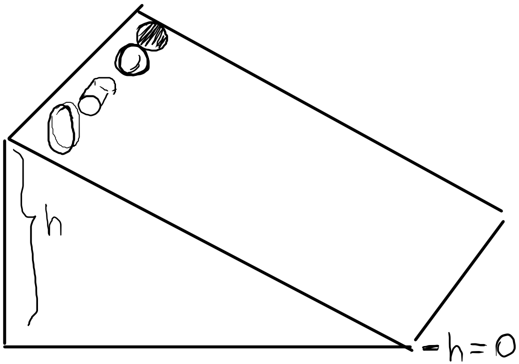
$$v_{P.C.} = 0 = v_{CM} - v_T$$

$$0 = v_{CM} - R\omega$$

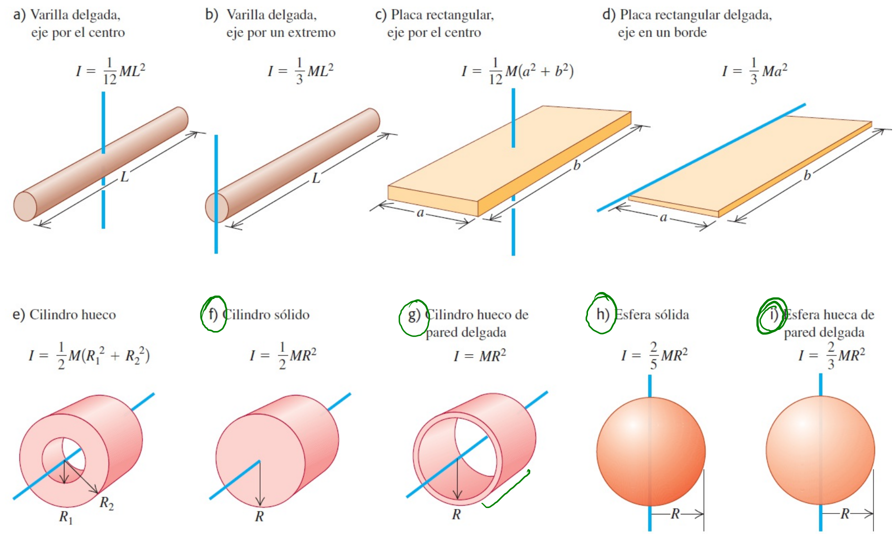
$$\boxed{v_{CM} = R\omega}$$

**11.-** Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.
a) Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.

$$I = \sum_i m_i r^2$$




a




$$K = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

$\boxed{\text{E se conserva}}$

| | Cil | Aro | Esf | Cáscara |
|---|---|---|---|---|
| I (kg·m²) | 0,127 | 0,253 | 0,101 | 0,169 |

b) Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.

Rodadura sin deslizar ⇝ $f_{roz}$ No hace trabajo ⇝ $E = cte$

$$K = \frac{Mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} \quad \rightsquigarrow v = R\omega \rightsquigarrow \omega = v/R$$

$$K = \frac{Mv^2}{2} + \frac{I}{2}\left(\frac{v}{R}\right)^2$$

0 xq están en reposo

$\Rightarrow$ • En el ins. inicial $\boxed{E =} U_{pg} + \cancel{K} = \boxed{Mgh}$

• En $h = 0$ : $E = K = \frac{Mv^2}{2} + \frac{I}{2}\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \left[M + \frac{I}{R^2}\right]\frac{v^2}{2} \overset{(*)}{=} Mgh$

$$\frac{I}{2}\frac{v^2}{R^2} = \frac{I}{R^2}\frac{v^2}{2}$$

| f) Cilindro sólido | g) Cilindro hueco de pared delgada | h) Esfera sólida | i) Esfera hueca de pared delgada |
|---|---|---|---|
| $I = \frac{1}{2}M\cancel{R^2}$ | $I = M\cancel{R^2}$ | $I = \frac{2}{5}M\cancel{R^2}$ | $I = \frac{2}{3}M\cancel{R^2}$ |
| $\frac{I}{R^2} = \frac{1}{2}M = CM$ | $1 \cdot M = CM$ | $\frac{2}{5}M = CM$ | $\frac{2}{3}M = CM$ |
| $C: \frac{1}{2}$ | $1$ | $\frac{2}{5}$ | $\frac{2}{3}$ |

$$(*) = \left[1 \cdot M + C \cdot M\right]\frac{v^2}{2}$$

$$E_{h=0} = \left[1 + C\right]M \cdot \frac{v^2}{2} = E_{h=h}$$

$E = cte$ : ya que NO HAY trabajo de FNC

$$E_{h=0} = [1+c]\,\frac{Mv^2}{2}$$

$$\parallel$$

$$E_{h=h} = Mgh$$

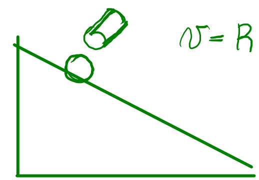
$$\frac{\cancel{M}v^2}{2}[1+c] = \cancel{M}gh$$

$$v^2 \times [1+c] = 2gh$$

$$v^2 = \frac{2gh}{1+c} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2gh}{1+c}}$$

$$v = \sqrt{\frac{2Mgh}{M + I/R^2}}$$

| | Aro | Cil | Esf | Cáscara |
|---|---|---|---|---|
| $C =$ | $1$ | $\frac{1}{2} = 0{,}5$ | $\frac{2}{5} = 0{,}4$ | $\frac{2}{3} = 0{,}67$ |



$v = R\omega$

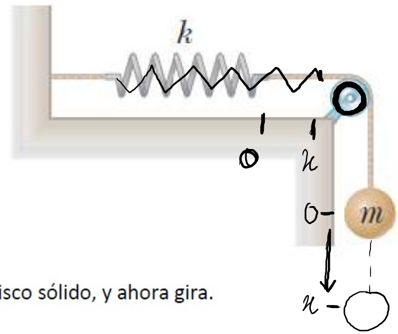
$$\boxed{v_{esf} > v_{cil} > v_{cas} > v_{aro}}$$

c) Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

$$K_{Total} = [1+c]\,\frac{Mv^2}{2} = K_{Tras} + K_{rot} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I}{2}\omega^2$$

$$= \frac{Mv^2}{2} + \frac{c \cdot Mv^2}{2} \quad \ldots = \frac{mv^2}{2} + \frac{mcv^2}{2}$$

$$\boxed{K_{aro} > K_{casc} > K_{cil} > K_{esf}}$$




**12.-** Una esfera de 3,20 kg está suspendida de una cuerda que pasa sobre una polea de 1,80 kg y 3,80 cm de radio. La cuerda está conectada a un resorte cuya constante de fuerza es k= 86,0 N/m, como se muestra en la figura.

Suponga inicialmente que la polea no gira, y que cuerda se desliza por la misma sin rozamiento.

a) Si la esfera se suelta desde el reposo con el resorte sin estirar, qué distancia cae la esfera antes de detenerse? $\rightsquigarrow x, v \; (y \; \omega = \frac{v}{R}) = 0$

b) Determine la velocidad de la esfera después de haber caído 25,0 cm.

c) Realice ahora los cálculos suponiendo que la polea es un disco sólido, y ahora gira.

$\omega = \frac{v}{R}$

$ax^2 + bx$

$(ax+b)x$

$$\text{Energías:} \left.\begin{array}{l} - U_{p.e.} \\ - U_{pg} \\ - K_{tras} \text{ (masa)} \\ - K_{rot} \text{ (polea)} \end{array}\right\} \text{¡ésta energía se conserva!}$$

$$E = \frac{kx^2}{2} - mgx + \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$$

$$E_I = 0 - 0 + 0 + 0 = 0$$

$$E_F = \frac{kx_f^2}{2} - mgx_f + 0 + 0 = E_I = 0$$

$$\frac{kx_f^2}{2} - mgx_f = \left[\frac{kx_f}{2} - mg\right] \cdot x_f = 0$$

$$x_f = \frac{2mg}{k}$$

$$\boxed{x_F = 0{,}729 \text{ m}}$$

c) $I = [\text{cilindro}] = \frac{MR^2}{2} = 1{,}30 \times 10^{-3} \text{ kg m}^2$

$E_I = E_F \rightarrow$ al detenerse ¿v? $v = 0$

$$E = \frac{kx^2}{2} - mgx + \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = E_1 = 0$$

- $x = 25{,}0$ cm
- $\omega = \frac{v}{R}$

$m = 3{,}20$ Kg

$I = 1{,}30 \times 10^{-3}$ Kgm$^2$

$R = 0{,}038$ m

$k = 86{,}0 \frac{N}{m}$

$$\underbrace{-\frac{kx^2}{2}}_{=\,2{,}69\,J} + \underbrace{mgx}_{=\,8{,}78\,J} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I}{2}\left(\frac{v}{R}\right)^2 = \underbrace{\left(\frac{m}{2} + \frac{I}{2R^2}\right)}_{=\,2{,}5\ Kg} v^2$$

$$\frac{mgx - kx^2/2}{\frac{m}{2} + \frac{I}{2R^2}} = v^2$$

(a y b) $\quad v = \sqrt{\frac{mgx - kx^2/2}{\frac{m}{2}}} = 1{,}79\frac{m}{s} \qquad \sqrt{\frac{mgx - kx^2/2}{\frac{m}{2} + \frac{I}{2R^2}}} = v = 1{,}59\frac{m}{s}$

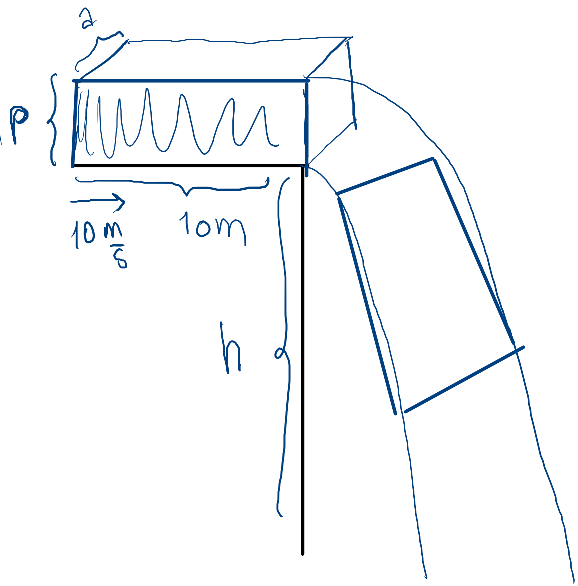
**5.-** Las cataratas de la Herradura del río Niágara tienen aproximadamente 50 m de altura y 800 m de ancho. El agua se mueve a 10 m/s y tiene una profundidad de 1,0 m en el momento de caer.

a) ¿Qué volumen de agua cae por las cataratas cada segundo?

b) ¿Cuál es el cambio de energía potencial de esa agua?

c) Si esta energía potencial se convirtiera directamente en energía eléctrica ¿qué potencia eléctrica se produciría?

d) La capacidad total de producción de energía eléctrica de los Estados Unidos en el año 2000 era de unos $5 \times 10^{11}$ W. ¿Qué porcentaje de esta potencia podría producirse si se aprovechara el 80% de la energía de las cataratas?




$$Vol = p \cdot a \cdot v \cdot \Delta t \rightarrow m_{H_2O} = \rho \cdot Vol$$

$\rho$ = 1000 kg/m³