⑥ a $P_{dis}(v) = \underbrace{P_{aire}(v)}_{\alpha v^2} + \underbrace{P_{def}}_{P_0}$

$$\underset{\substack{\| \\ 65\,km/h}}{P_{dis}(v_0)} = \alpha v_0^2 + P_0 \quad \text{con} \quad \alpha v_0^2 = P_0$$

$$\alpha = \frac{P_0}{v_0^2}$$

$$P_{dis}(v) = P_0 \frac{v^2}{v_0^2} + P_0$$

$$\boxed{\frac{5}{2}}$$

$\rightarrow P_{dis}(v_0) = P_0 \cdot 1 + P_0 = 2P_0$

$\rightarrow P_{dis}(2v_0) = P_0 \left(\frac{2\cancel{v_0}}{\cancel{v_0}}\right)^2 + P_0 = 4P_0 + P_0 = 5P_0$

$\underline{\underline{b}}$ $\eta \equiv \dfrac{\Delta x}{\underbrace{\Delta V_{gasolina}}}$ $\propto \dfrac{v\,\Delta t}{\Delta E_Q} = \dfrac{v\,\cancel{\Delta t}}{P(v)\,\cancel{\Delta t}} = \dfrac{v}{P_0\left[\left(\frac{v}{v_0}\right)^2+1\right]}$

$\|$

"eficiencia"

$E_{QUÍMICA} \propto V_{GASOLINA}$

$\eta(v_0) \propto \dfrac{v_0}{P_0 \cdot 2}$

$\eta(2v_0) \propto \dfrac{2v_0}{P_0(5)}$

$\dfrac{\eta(2v_0)}{\eta(v_0)} = \dfrac{2\cancel{v_0}}{5\cancel{P_0}} \Big/ \dfrac{\cancel{v_0}}{2\cancel{P_0}} = \dfrac{2}{5}\Big/\dfrac{1}{2}$

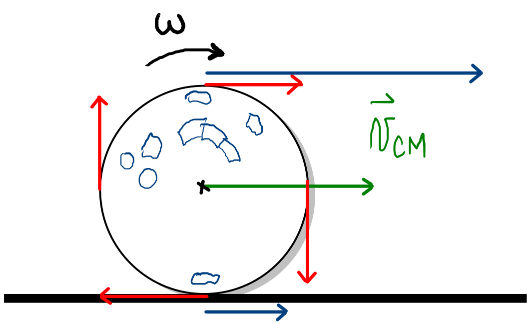
$= \dfrac{4}{5}$

$\dfrac{dE}{dt} \equiv Pot$

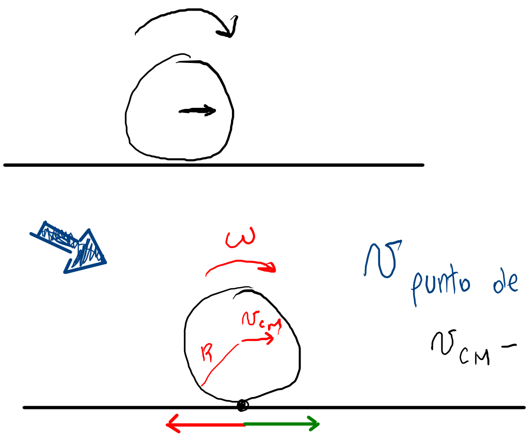
$E = Pot \cdot \Delta t$

ENERGÍA CINÉTICA de ROTACIÓN

$$K = \underbrace{K_{TRAS}}_{\frac{m}{2} v_{CM}^2} + \underbrace{K_{ROT}}_{\frac{I}{2}\omega^2}$$



Rodadura sin deslizar



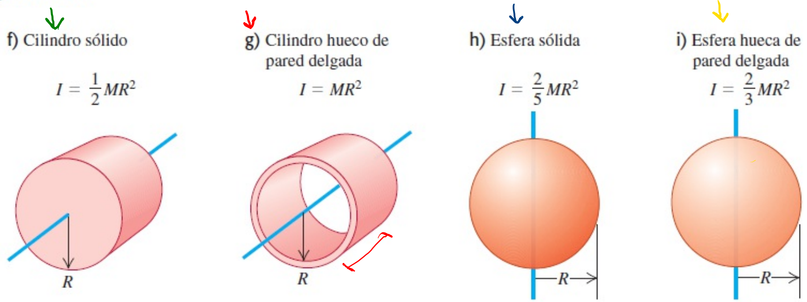
$$v_{\text{punto de contacto}} = 0$$

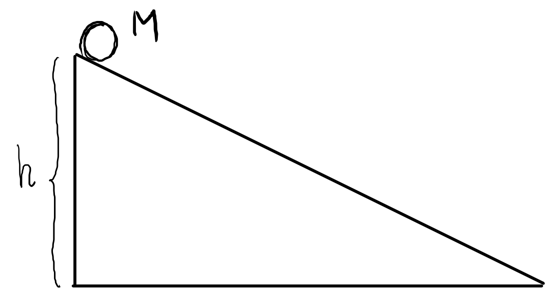
$$v_{CM} - R\omega = 0$$

$$\boxed{v_{CM} = R\omega}$$

11.- Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

a) Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.





kgm^2: 0,127 0,253 0,101 0,169

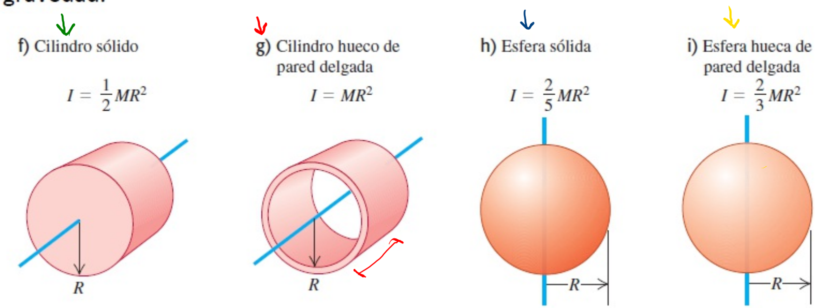
b) Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.

$$E_i = Mgh \qquad E_f = K = \frac{M}{2}v_{CM}^2 + \frac{I}{2}\omega^2 = \frac{M}{2}v_{CM}^2 + \frac{I}{2}\cdot\frac{1}{R^2}v_{CM}^2 = \frac{v_{CM}^2}{2}\left[M + \frac{I}{R^2}\right]$$

suponiendo rod sin deslizar $\omega = v_{CM}/R$

11.- Cuatro objetos homogéneos, un aro, un cilindro sólido, una esfera sólida y una cáscara esférica delgada tienen una masa de 4,80 kg y un radio de 0,230 m cada uno.

a) Encuentre el momento de inercia para cada objeto cuando rota sobre los ejes que pasan por su centro de gravedad.



$\frac{I}{R^2}$: $\frac{M}{2}$ $\quad 1M \quad \frac{2}{5}M \quad \frac{2}{3}M$

$\parallel$

C

CM : $\frac{1}{2}\cdot M \quad 1\cdot M \quad \frac{2}{5}\cdot M \quad \frac{2}{3}\cdot M$

$$\left[M + \frac{I}{R^2}\right] = \left[M + CM\right] = M\left[1 + C\right]$$

kgm^2: 0,127 0,253 0,101 0,169

b) Suponga que cada objeto está rodado hacia abajo de una rampa. Ordene la rapidez de traslación de cada objeto de la más alta a la más baja.

$$\boxed{E_i = Mgh}$$

$$E_f = K = \frac{M}{2} v_{CM}^2 + \frac{I}{2}\omega^2 = \frac{M}{2} v_{CM}^2 + \frac{I}{2}\cdot\frac{1}{R^2} v_{CM}^2 = \frac{v_{CM}^2}{2}\left[M + \frac{I}{R^2}\right]$$

suponiendo rod sin deslizar $\omega = v_{CM}/R$

$$\boxed{E_i = Mgh} = \boxed{E_f = \frac{v_{CM}^2}{2} \cdot M\left[\underbrace{1}_{T} + \underbrace{\mathbb{C}}_{R}\right]}$$

Rod sin deslizar implica $\Delta E = 0$

$$\cancel{M}gh = \frac{v_{CM}^2}{2}\cancel{M}\left[1 + \mathbb{C}\right]$$

$$\sqrt{\frac{2gh}{1+\mathbb{C}}} = v_{CM}$$

	ARO	CIL	ESF	CÁSCARA
$\mathbb{C}$	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{2}{3}$

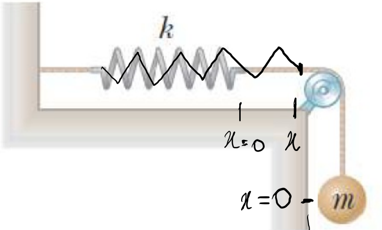
$$v_{aro} < v_{cas} < v_{ciL} < v_{esf}$$

$$a_{esfera} > a_{cilindro} > a_{cascara} > a_{aro}$$

c) Ordene las energías cinéticas rotatorias de los objetos de mayor a menor cuando los objetos ruedan hacia abajo en la rampa.

Al revés:

$$K^{rot}_{esf} < K^{rot}_{cil} < K^{rot}_{cas} < K^{rot}_{aro}$$



12.- Una esfera de 3,20 kg está suspendida de una cuerda que pasa sobre una polea de 1,80 kg y 3,80 cm de radio. La cuerda está conectada a un resorte cuya constante de fuerza es k= 86,0 N/m, como se muestra en la figura.
Suponga inicialmente que la polea no gira, y que cuerda se desliza por la misma sin rozamiento.
a) Si la esfera se suelta desde el reposo con el resorte sin estirar, qué distancia cae la esfera antes de detenerse?
b) Determine la velocidad de la esfera después de haber caído 25,0 cm.
c) Realice ahora los cálculos suponiendo que la polea es un disco sólido, y ahora gira.

• $\omega = \frac{v}{R}$

• $I_{polea} = \frac{1}{2} M R^2 = 1{,}30 \times 10^{-3}\ kg\,m^2$

$$\boxed{E} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + \underbrace{U_{pe}}_{=\frac{kx^2}{2}} + \underbrace{U_{pg}}_{=-mgx} = \boxed{\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + \frac{kx^2}{2} - mgx}$$

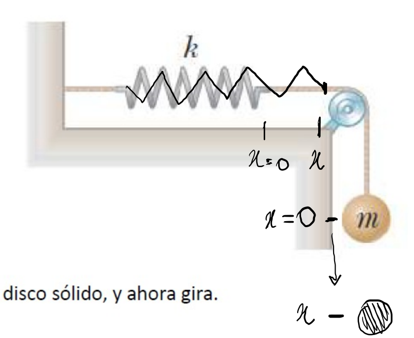
a) reposo → $v=0 \Rightarrow \omega = 0$
resorte sin estirar → $x=0$
Instante final → $v=0 \Rightarrow \omega=0$

$$E_i = 0 + 0 + 0 - 0 = 0$$

$$\|$$

$$E_f = \frac{kx^2}{2} - mgx = 0 = \underbrace{x}_{=0} \cdot \left(\frac{kx}{2} - mg\right)$$

$$\boxed{x_{max} = \frac{2mg}{k}} = 0{,}729\ m$$



12.- Una esfera de 3,20 kg está suspendida de una cuerda que pasa sobre una polea de 1,80 kg y 3,80 cm de radio. La cuerda está conectada a un resorte cuya constante de fuerza es k= 86,0 N/m, como se muestra en la figura.
Suponga inicialmente que la polea no gira, y que cuerda se desliza por la misma sin rozamiento.
a) Si la esfera se suelta desde el reposo con el resorte sin estirar, qué distancia cae la esfera antes de detenerse?
b) Determine la velocidad de la esfera después de haber caído 25,0 cm.
c) Realice ahora los cálculos suponiendo que la polea es un disco sólido, y ahora gira.

• $\omega = \frac{v}{R}$

• $I_{polea} = \frac{1}{2} M R^2 = 1,30 \times 10^{-3}\ kgm^2$

$$\boxed{E} = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} + \underbrace{U_{pe}}_{=\frac{kx^2}{2}} + \underbrace{U_{pg}}_{=-mgx} = \boxed{\underbrace{\frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}}_{\frac{m}{2}v^2 + \frac{I v^2}{2R^2} = \frac{v^2}{2}\cdot\left[m + \frac{I}{R^2}\right]} + \frac{kx^2}{2} - mgx}$$

• $E_1 = 0\,J = E(x_f) = 0$

• $x_f = 0,250\,m$

$$\Rightarrow 0 = \frac{v^2}{2}\left[m + \frac{I}{R^2}\right] + \frac{kx_f^2}{2} - mgx$$

$$\Rightarrow mgx - kx^2/2 = \left[m + \frac{I}{R^2}\right]\frac{v^2}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\left[\frac{mgx - \frac{kx^2}{2}}{m + \frac{I}{R^2}}\right] \cdot 2 = v^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} v_{c/polea} &= 1,59\ \frac{m}{s} \\ v_{s/polea} &= 1,79\ \frac{m}{s} \end{aligned}}$$

7.- Si un salmón encuentra una cascada al remontar un río, intentaría ascender la cascada de alguna de las dos maneras siguientes. Si puede nadar bastante deprisa, remontaría directamente la cascada. Si no puede, saltaría desde la base de la cascada hasta una altura donde la velocidad del agua sea lo suficientemente baja para poder ser remontada. Supóngase que el salmón puede alcanzar una velocidad máxima de 5,0 m/s en agua estancada y que el agua en el punto superior de la cascada y en la base de la misma está en reposo.

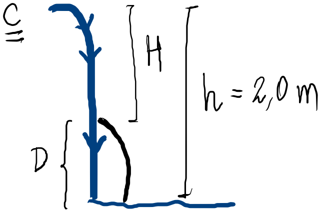
a) ¿Cuál es la máxima altura de una cascada que el salmón puede remontar nadando sin saltar?

b) Si la cascada tiene 1,0 m de altura, ¿cuál es la velocidad del pez con respecto a la base cuando empieza a nadar hacia arriba en la parte inferior del chorro de la cascada?

c) Si la cascada tiene 2,0 m de altura, ¿cuál es la mínima altura del chorro a la que el pez debería saltar para poder remontar nadando el resto del camino?

d) Para poder saltar la distancia necesaria en la parte c), ¿cuál ha de ser la velocidad inicial del pez cuando sale del agua?

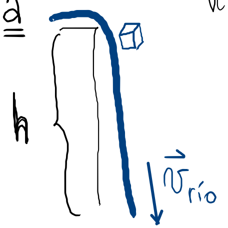
c



$$v(H) = v_{MS} \Rightarrow H = 1{,}3\,m$$

$$\Rightarrow D = h - H = 0{,}72\,m$$

a



velocidad q' adquiere el río al caer h

$$v_{río}(h) = \sqrt{2gh} \underset{\text{caso límite}}{=} v_{\text{MÁX SALMÓN}} = 5{,}0\,\frac{m}{s}$$

$$\cancel{m}gh = \frac{\cancel{m}v^2}{2}$$

$$2gh = v^2$$

$$2gh = v_{MS}^2$$

$$h_{MAX} = \frac{v_{MS}^2}{2g} = 1{,}3\,m$$

d (despreciamos v_x)

$$E_i = m_s v^2/2 \qquad E_f = m_s g D$$

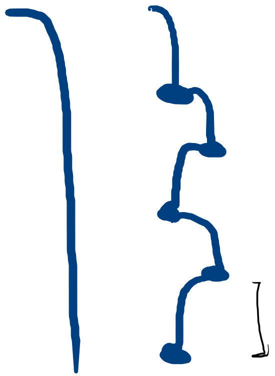
$$\frac{\cancel{m_s} v^2}{2} = \cancel{m_s} g D$$

$$v = 3{,}8\,m/s$$

b Suponemos que el pez nada a 5,0 m/s $\Rightarrow v_{pez/base} = 5{,}0\,\frac{m}{s} - v_{río}(1{,}0\,m) = v_{MS} - \sqrt{2gh}$

$$= 0{,}57\,m/s$$

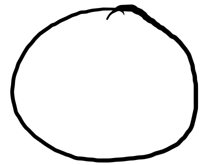
e) En un cierto río el salmón encuentra una cascada de 6,0 m de altura. Para facilitar el ascenso del salmón se construye un paso para peces, que consiste en una serie de chorros en pendiente que comunican con estanques escalonados donde la velocidad del agua es prácticamente nula. Si a cada estanque con su correspondiente chorro inclinado lo llamamos escalón, ¿cuál es el mínimo de escalones necesario para permitir que el salmón ascienda la cascada sin tener que saltar?



p4

7

$g_a = 7{,}30 \times 10^{-3} \frac{m}{s^2}$



$m_a = 1{,}09 \times 10^{16}\ kg$

$R = 10{,}0\ km = 10 \times 10^{3}\ m$

$g = 7{,}3 \times 10^{-3}$ $\rho = \frac{m_a}{V_a}$

$g_a = \frac{G m_e}{R^2}$ $[G] = \frac{Nm^2}{kg^2}$ $G = 6{,}67 \times 10^{-11}$

$R = 10 \times 10^{3}$

$m_a = \frac{g_a R^2}{G} = \rho V_a = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi R^3 = \frac{g_A R^2}{G}$

$V_a = \frac{4}{3} \pi R^3 = 4{,}19 \times 10^{12}\ m^3$ $\rho = \frac{3}{4} \frac{g_A}{\pi R G} =$