ANUNCIOS

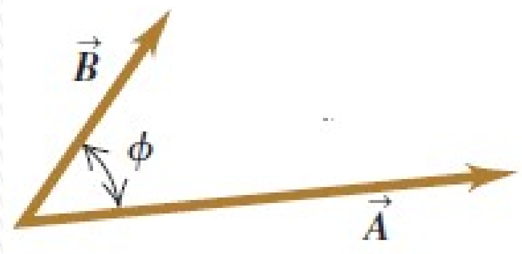
1. **Cuarta evaluación corta:** Desde el jueves 26 de mayo hasta el sábado 28 de mayo a la medianoche. Unidad 4 (Movimiento circular, rotaciones, dinámica de rotaciones, gravitación).

2. Martes 31 de mayo: tengo que tomar examen extraordinario por la tarde, por lo que posiblemente no pueda dar la clase virtual

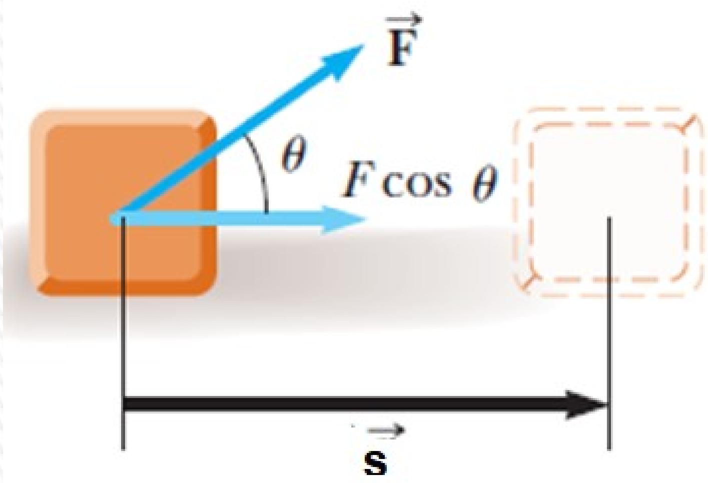
Repaso de clase pasada

Producto escalar:

$$\bar{A}.\bar{B} = |\bar{A}||\bar{B}|\cos\Phi = AB\cos\Phi$$



TRABAJO DE UNA FUERZA CONSTANTE



Cuando una fuerza **F** constante actúa sobre una partícula que experimenta un desplazamiento rectilíneo **s** el **trabajo (W)** realizado por la fuerza sobre la partícula se define como el producto escalar de **F** por **s:**

$$W = \bar{F}.\bar{s} = Fs\cos\theta$$

El trabajo es una cantidad escalar, y puede ser positivo, negativo o nulo según el ángulo θ que formen.
Observar que es una cantidad escalar a pesar que **F** y **s** son vectores.
Unidad de trabajo en SI: 1 joule = 1 newton-metro (1 J = 1 N.m).
En una gráfica de fuerza como función de la posición, el trabajo total realizado por la fuerza está representado por el área bajo la curva entre las posiciones inicial y final.

Repaso de clase pasada

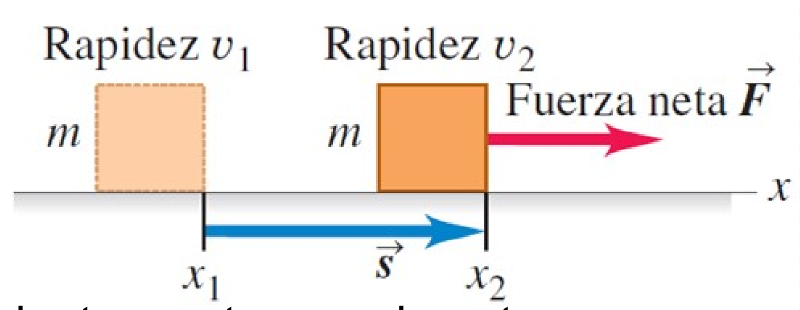
Energía cinética de una partícula de masa m y velocidad v se define como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

Es una cantidad escalar siempre es positiva o cero, y sus unidades son las mismas que las de trabajo.
Para un cuerpo rígido que sólo se traslada, la energía cinética tiene la misma expresión, ya que todo el rígido tiene la misma velocidad para todos sus puntos

TEOREMA TRABAJO Y ENERGÍA:

$$W = K_2 - K_1 = \Delta K$$



Cuando actúan fuerzas sobre una partícula mientras esta experimenta un desplazamiento, la energía cinética de la partícula cambia en una cantidad igual al trabajo total realizado sobre ella por todas las fuerzas.
Si bien lo demostramos para un caso de una dimensión y para una fuerza constante, esta relación, es válida para fuerzas tanto constantes como variables, y para trayectorias de la partícula tanto rectas como curvas.

Repaso de clase pasada

POTENCIA: rapidez con la cual se transfiere energía, o en la que se realiza el trabajo.

Potencia media P_{med} *es la cantidad de trabajo ΔW realizada en un tiempo Δt dividida entre ese tiempo*

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t}$$

Al igual que el trabajo y la energía cinética, la potencia es una cantidad escalar. Su unidad en el SI : **1 watt = 1 joule/segundo (1 W = 1 J/s).**

$$P_{med} = \frac{\Delta W}{\Delta t} = \frac{F\,\Delta x}{\Delta t} = F v_{med}$$

Potencia instantánea: el límite de la potencia media cuando *Δt se acerca a cero:*

$$P = \lim_{\Delta t \to 0} P_{med} = \frac{dW}{dt}$$

$$\boldsymbol{P = Fv}$$

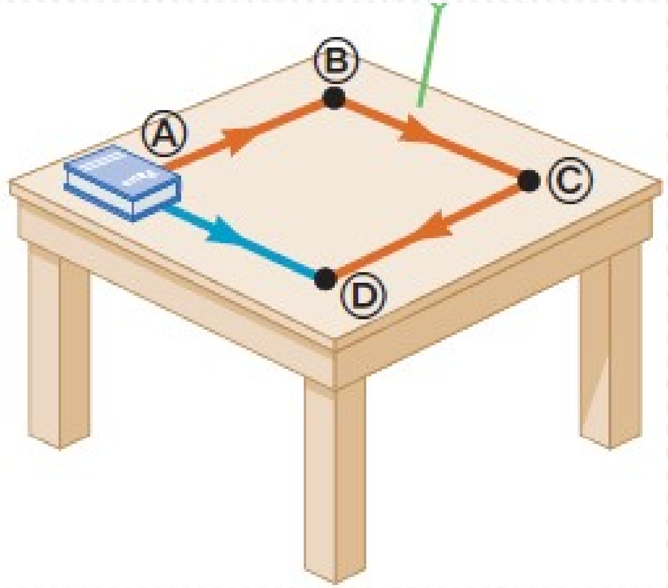
en esta ecuación la fuerza *F y la velocidad v deben ser paralelas, pero pueden cambiar* con el tiempo.

$$P = \overline{\boldsymbol{F}} . \overline{\boldsymbol{v}}$$

Existen dos tipos generales de fuerzas: **fuerza conservativas,** como el peso (fuerza gravitatoria), y **fuerza no conservativas** (fricción o disipativas).

Repaso de clase pasada

Una fuerza es conservativa si el trabajo realizado al mover un objeto entre dos puntos es el mismo sin importar qué trayectoria se considere.



Por lo general, una **fuerza no conservativa es disipadora, lo que significa que tiende a dispersar** aleatoriamente la energía de los cuerpos sobre los que actúa

La dispersión de energía con frecuencia toma la forma de calor o sonido, la fricción cinética y la fuerza de resistencia del aire son ejemplos. Fuerzas propulsoras también son no conservativas.

Las fuerzas conservativas poseen otra propiedad útil: el trabajo que realizan se puede expresar a través de una variación de algo que se conoce como **energía potencial**, una cantidad que depende sólo de los puntos inicial y final de una curva, no de la trayectoria que sigue.

El teorema trabajo-energía, se puede reescribir en términos del trabajo invertido por fuerzas conservativas *Wc y el trabajo gastado por fuerzas no conservativas Wnc ya que el trabajo neto* es precisamente la suma de éstas dos:

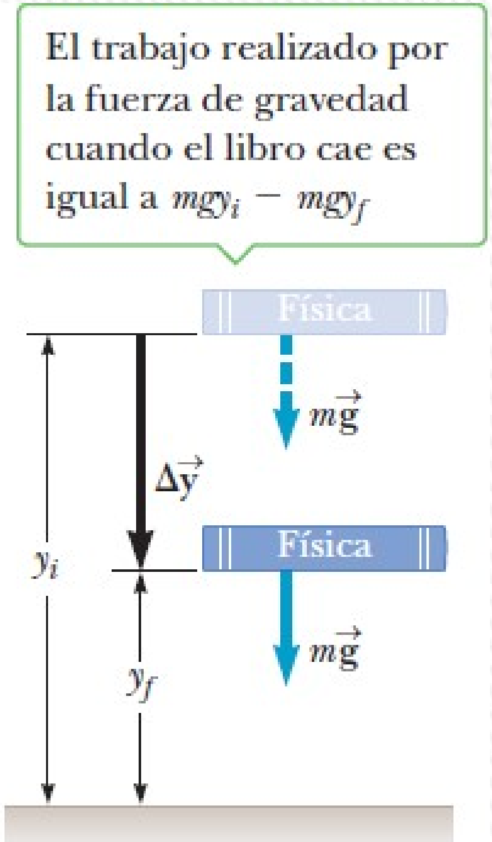
$W_c + W_{nc} = \Delta K$

Repaso de clase pasada

ENERGÍA POTENCIAL GRAVITATORIA

El **peso** (fuerza gravitatoria) es una **fuerza conservativa** y, para toda fuerza conservativa, se puede encontrar una expresión especial conocida como una **función de energía potencial gravitatoria**.

Al evaluar esa función en dos puntos cualesquiera en una trayectoria del objeto en movimiento y encontrando la diferencia nos dará como resultado el negativo del trabajo realizado por esa fuerza entre los dos puntos.



Trabajo realizado por el peso:

$$W_g = Fs\cos\theta = mg(y_i - y_f)\cos 0 = -mg(y_f - y_i)$$

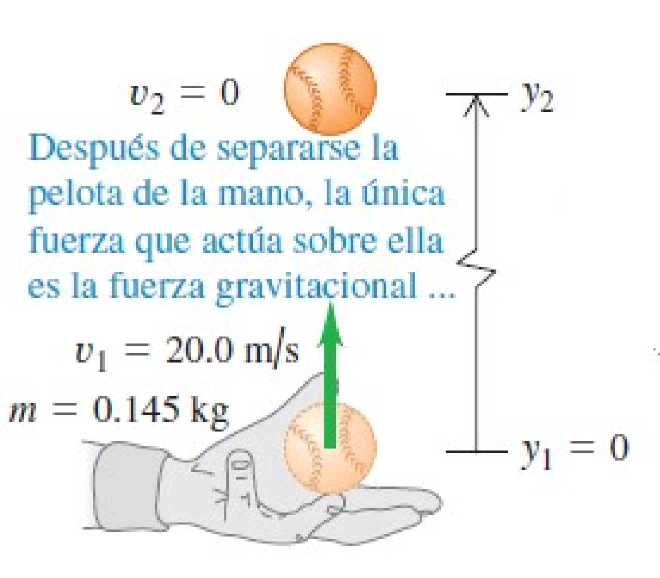
La **energía potencial gravitacional** (U_g) de un sistema que consiste en la Tierra y un objeto de masa *m cerca de la superficie terrestre se define como:* $U_g \equiv mg\,y$

g es la aceleración de la gravedad e y es la posición vertical de la masa relativa a la supericie de la Tierra (o algún otro punto de referencia). **Unidad SI: joule (J)**

$$W_g = -\Delta U_g = -(U_{gf} - U_{gi}) = -(mgy_f - mgy_i)$$

Repaso de clase pasada

Ejemplo



Se lanza una pelota con masa de 0,145 kg hacia arriba, dándole una velocidad inicial de magnitud igual a 20,0 m/s.
Determine qué altura alcanza, despreciando la resistencia del aire.

W = ΔK (por teorema trabajo-energía)
La única fuerza que realiza trabajo es el peso:
$W_g = \Delta K$ y $W_g = -\Delta U_g$

$\Delta U_g + \Delta K = 0$ $U_{g1} + K_1 = U_{gr} + K_2$

Elijo que en $y_1=0$ por tanto $U_{g1} = 0$
La altura máxima se alcanza cuando la velocidad se anula, por tanto $K_2=0$

$K_1 = U_{g2}$

$$\tfrac{1}{2} m v_1^2 = m g y_2$$

$$y_2 = \frac{v_1^2}{2g} = \frac{(20.0\ \mathrm{m/s})^2}{2(9.80\ \mathrm{m/s^2})} = 20.4\ \mathrm{m}$$

18- Trabajo, energía y potencia

- Energía potencial gravitatoria
- Energía potencial elástica
- Conservacuón de la energía
- Salto. Energía y leyes de escala.

Energía potencial gravitatoria

En las proximidades de la superficie terrestre vimos que vale ***mgh*** *, suponiendo* que la **fuerza de la gravedad mg es constante**.

Pero cuando el desplazamiento es una fracción significativa del radio terrestre (R_T), no podemos considerar a la fuerza gravitatotia como constante, aunque se sigue cumpliendo que es conservativa y por tanto el trabajo realizado depende sólo de las posiciones inicial y final.

Vimos *que la fuerza gravitacional* atractiva entre dos puntos o masas esféricas *M y m vale:*

$$F = G\frac{M.m}{r^2}$$

La energía potencial gravitacional asociada con un objeto de masa *m a una distancia r del centro de la Tierra, con r > R_T es:*

$$U(r) = -G\frac{M_T m}{r}$$

Observar que; F= dU/dr

Si la separación *r* se hace muy grande, la fuerza gravitatoria tiene a cero, por lo cual la energía potencial de ambas masas debe ser nula cuando *r se* hace infinito. A medida que los objetos se aproximan, la fuerza gravitatoria efectúa trabajo sobre ellos, aumentando su energía cinética y disminuyendo su energía potencial, por lo cual debe ser negativa.

Energía potencial gravitatoria

Energía de un satélite- Consideremos un satélite de masa *m* que gira en una órbita circular de radio *r* alrededor de la Tierra. Aplicando la 2da. Ley de Newton:

$$ma = F \qquad m\frac{v^2}{r} = G\frac{M_T.m}{r^2} \qquad mv^2 = G\frac{M_T.m}{r}$$

La energía cinética del satélite puede escribirse como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = G\frac{M_T.m}{2r} = -\frac{1}{2}U$$

La energía mecánica total (cinética más potencial) vale

$$E = K + U = -\frac{1}{2}U + U = \frac{1}{2}U = -G\frac{M_T.m}{2r} \qquad \boxed{E = -G\frac{M_T.m}{2r}}$$

Energía potencial gravitatoria

Velocidad de escape

La velocidad de escape es la mínima velocidad inicial v_0 *necesaria para que* un proyectil disparado verticalmente en la superficie de la Tierra pueda escapar de la fuerza gravitatoria terrestre.

En la superficie de la Tierra la velocidad es v_0, : $E_0 = K_0 + U_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M_T m}{R_T}$

Si el proyectil ha de escapar permanentemente de la Tierra, *r llegará a alcanzar un valor muy grande, de* modo que U = O. Si tiene .la energía mínima necesaria para ello, su velocidad y su energía cinética serán también nulas a esta distancia. Entonces, la energía total necesaria para escapar de la Tierra es *E= K+U = O.*

Como la energía mecánica se conserva:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 - G \frac{M_T m}{R_T} = 0$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}}$$

Esta es la velocidad mínima necesaria en la superficie de la Tierra para escapar de la atracción terrestre.
La velocidad de escape para cualquier planeta puede hallarse a partir de su masa y de su radio.

Para la Tierra la velocidad de escape vale 11,2 km/s (40.280 km/h).

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Energía potencial que no es de naturaleza gravitacional: la de un resorte.
El trabajo es efectuado por la fuerza que deforma el elemento y ese trabajo se almacena en dicho elemento hasta que se deja de deformar.

Proceso de **almacenar energía en un cuerpo deformable como *energía potencial elástica (U_{el}).***

Un cuerpo es elástico si recupera su forma y tamaño originales después de deformarse.

Experimentalmente se obtiene que para mantener un resorte ideal estirado una distancia *x, se debe ejercer una fuerza $F = kx$,* (ley de Hooke) donde ***k*** es la ***constante de fuerza* del resorte,** unidad: N/m

Esto significa que la fuerza ejercida por el resorte, $\mathbf{F_r = -kx}$

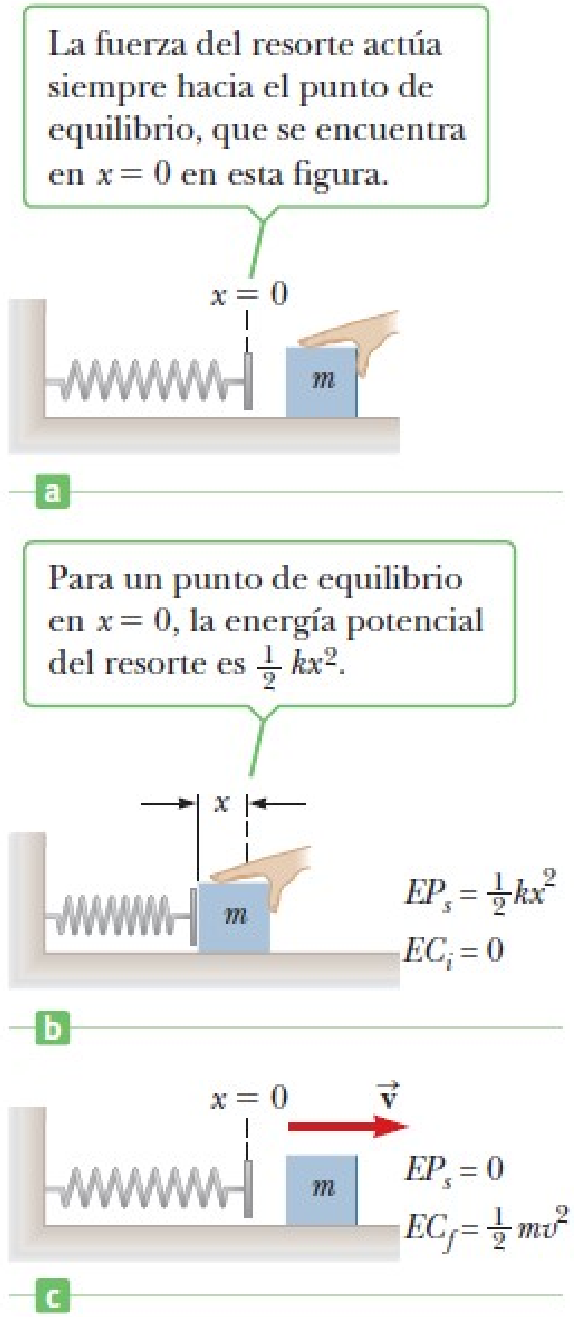
A la fuerza F_r se la conoce como ***fuerza de restitución*** *debido a que el resorte siempre ejerce una fuerza en* una dirección opuesta al desplazamiento de su extremo, tendiente a restituir todo lo que está unido al resorte a su posición original. Para valores positivos de *x, la fuerza es negativa,* apuntando de regreso hacia la posición de equilibrio en *$x = 0$, y para x negativa, la fuerza* es positiva, una vez más apuntado hacia *$x = 0$.*

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

La energía almacenada se origina a causa del trabajo realizado al comprimir o estirar el resorte

Modelo de resorte ideal: , masa despreciable y perfectamente elástico con una constante k.

Trabajo realizado por el resorte cuando se comprime por una fuerza aplicada desde el equilibrio hasta un desplazamiento *x .*
Consideremos un resorte horizontal y una masa *m en la posición de equilibrio.*
***Siempre la fuerza* del resorte apunta en el sentido opuesto al movimiento, por lo tanto el trabajo será negativo.**



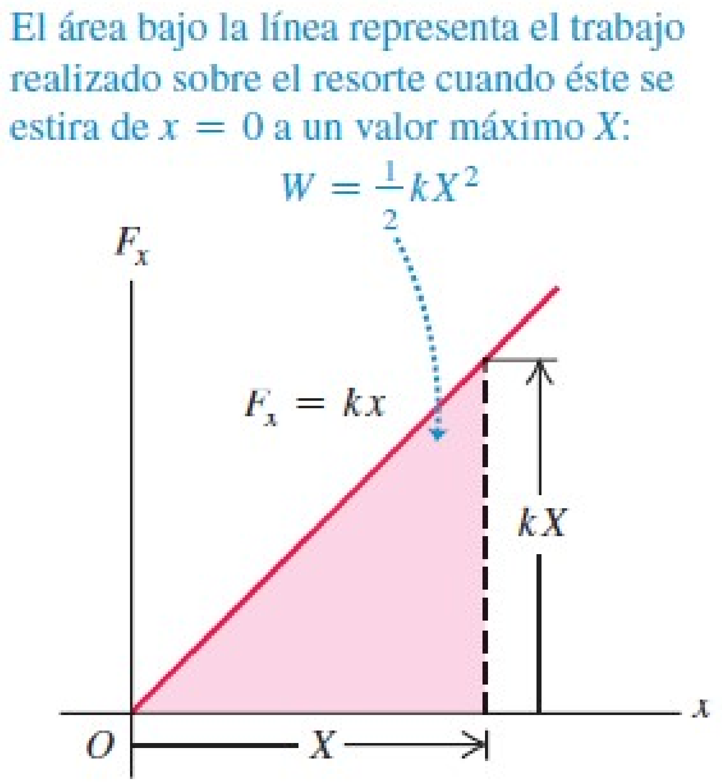
ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Tenemos que considerar que la fuerza es variable: varía linealmente con x: -kx.
Para calcular el trabajo calculamos la fuerza media:

$$F_{med} = \frac{F_o + F_f}{2} = \frac{0 - kx}{2} = -\frac{kx}{2}$$

Por lo que el trabajo realizado por el resorte

$$W_r = F_{med}\, x = -\frac{kx^2}{2}$$



El mismo resultado obtenemos si lo calculamos como el área bajo la recta que representa la fuerza en función de la posición.

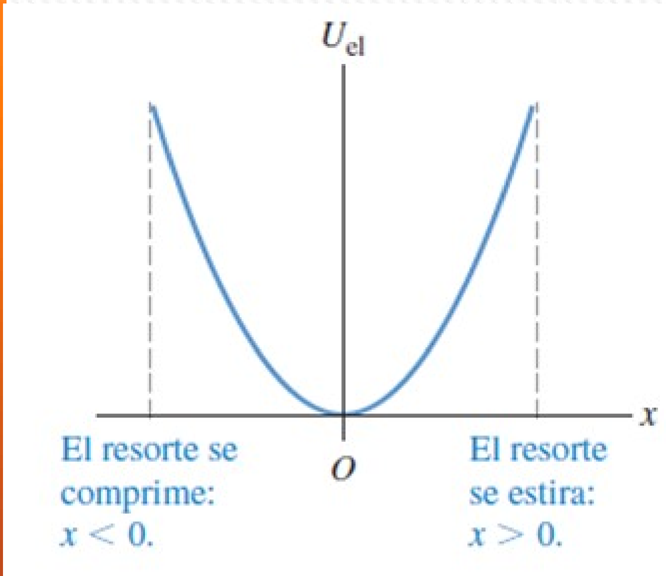
En general, cuando se estira o se comprime el resorte desde x_i *hasta* x_f, *el trabajo realizado* por el resorte es:

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right)$$

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

Podemos expresar el trabajo del resorte en términos de una cantidad dada al principio y al final del desplazamiento **(energía potencial elástica).**

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2 \qquad \text{(energía potencial elástica)}$$



Expresamos entonces el **trabajo W_r *efectuado por el resorte sobre el objeto*** por la fuerza elástica en términos del **cambio en la energía potencial elástica:**

$$W_r = -\left(\frac{1}{2}kx_f^2 - \frac{1}{2}kx_i^2\right) = -U_{elf} + U_{eli} = -\Delta U_{el}$$

U_{el} siempre es positiva.

Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni comprimido.

ENERGÍA POTENCIAL ELÁSTICA

CUIDADO!!! Energía potencial gravitacional contra energía potencial elástica

Una diferencia importante entre la energía potencial gravitacional U_{gr}*= mgy y la energía potencial elástica* $U_{el} = ½\ kx^2$ es que *no tenemos la libertad de elegir x = 0 donde queramos.*

Para que sea correcto x = 0 debe estar en la posición donde el resorte no está estirado ni **comprimido.**

En esa posición, tanto su energía potencial elástica como la fuerza que ejerce son iguales a cero.

El teorema trabajo-energía establece que $W_{tot} = K_f - K_i$, *sin importar qué tipo de* fuerzas actúan sobre el cuerpo.

Sea el punto inicial 1 y el final 2.

Si la fuerza elástica es la *única que realiza trabajo* sobre el cuerpo, entonces,

$$W_{tot} = W_{el} = U_{el,1} - U_{el,2}$$

$$K_1 + U_{el,1} = K_2 + U_{el,2} \quad \text{(si solo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

$$\tfrac{1}{2}mv_1^2 + \tfrac{1}{2}kx_1^2 = \tfrac{1}{2}mv_2^2 + \tfrac{1}{2}kx_2^2 \quad \text{(si solo la fuerza elástica realiza trabajo)}$$

Ejercicio 5.3

Una masa de 2,00 kg en el extremo de un resorte se estira 0,300 m desde su posición de equilibrio y se suelta desde el reposo. La constante del resorte es k=65,0 N/m

a) ¿Cuál es la energía potencial inicial del resorte?
b) ¿Cuál es la velocidad máxima que alcanzará la masa?
c) Hallar la velocidad cuando el desplazamiento es 0,200 m

Datos: m= 2,00 kg x_0= 0,300 m k= 65,0 N/m x_1= 0,200 m

a) Energía potencial elástica: $U_{el,0} = \frac{1}{2}kx_0^2 = \frac{1}{2}(65{,}0)(0{,}300)^2 =$ 2,925 J

$U_{el,0}$= 2,92 J

b) Inicialmente: $U_{el,0}$= 2,92 J y K_0= 0

Velocidad máxima cuando se el resorte vuelve a su longitud natural

$U_{el,F}$= 0 y la energía cinética tiene su valor máximo, como la energía total se conserva: $U_{el,0} + K_0 = U_{el,F} + K_F$ $U_{el,0} = \frac{1}{2}mv_{máx}^2$

$$v_{máx} = \sqrt{\frac{2U_{el,0}}{m}} = \sqrt{\frac{2(2{,}925)}{2{,}00}} =$$ 1,710 m/s

$v_{máx}$= 1,71 m/s

c) Aplico la conservación de la energía mecánica (E= $U_{el,0}$)

$$E = K_1 + U_{el,0} = \frac{1}{2}mv_1^2 + \frac{1}{2}kx_1^2 \qquad \frac{1}{2}mv_1^2 = E - \frac{1}{2}kx_1^2$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2}{m}\left(E - \frac{1}{2}kx_1^2\right)} = \sqrt{\frac{2}{2{,}00}\left(2{,}295 - \frac{1}{2}(65{,}0)(0{,}200)^2\right)}$$ =0,9974 m/s

v_1= 0,997 m/s

Conservación de energía mecánica

Es uno de los **principios de conservación** de la Física.
La energía cinética *K de un objeto que cae sólo bajo la influencia de la gravedad* cambia de manera constante, al igual que la energía potencial gravitacional U_g.
Por lo tanto estas cantidades no se conservan.
No obstante, ya que todas las fuerzas no conservativas se suponen ausentes, y si además la única fuerza que actúa es el peso, se llega al siguiente resultado:
Como $W_{nc} = 0$, $W_{neto} = W_g$

$$W_g = \Delta K$$

$$\Delta K + \Delta U_g = 0 \qquad K_i + U_{gi} = K_f + U_{gf}$$

la suma de la energía cinética y la energía potencial gravitacional permanece constante todo el tiempo y, por lo tanto, es una cantidad que se conserva.
Indicamos la energía mecánica total mediante $E = K + U_g$ ***y señala que la energía mecánica total se conserva.***

Conservación de energía mecánica

En cualquier sistema aislado de objetos que interactúan sólo a través de fuerzas conservativas, la energía mecánica total *E = K + U del sistema, permanece igual en* todo momento.

En general, debe haber términos de la energía cinética para cada objeto en el sistema y términos de energía potencial gravitacional para cada par de objetos.
Se deben sumar términos adicionales cuando otras fuerzas conservativas están presentes (como la elástica) u otras fuerzas que realicen trabajo (W_{otras}).
Entonces podemos escribir:

$$K_1 + U_{grav,1} + U_{el,1} + W_{otras} = K_2 + U_{grav,2} + U_{el,2} \quad \text{(válida en general)}$$

W_{otras} contempla por ejemplo al que realizan las fuerzas no conservativas.

Situaciones con energía potencial tanto gravitacional como elástica

$$K_1 + U_{\text{grav},1} + U_{\text{el},1} + W_{\text{otras}} = K_2 + U_{\text{grav},2} + U_{\text{el},2} \quad \text{(válida en general)}$$

$$K_1 + U_1 + W_{\text{otras}} = K_2 + U_2 \qquad \text{(válida en general)}$$

***Forma más general de la relación entre energía cinética,* energía potencial y trabajo realizado por otras fuerzas**:

El trabajo realizado por todas las fuerzas distintas de la elástica o la gravitacional es igual al cambio de energía mecánica total *$E = K + U$ del sistema, donde $U = U_g + U_{el}$ es la suma de la energía potencial gravitacional más la energía* potencial elástica.

Sistema: el cuerpo de masa *m, la Tierra con la que interactúa a través* de la fuerza gravitacional, y el resorte cuya constante de fuerza es *k.*

Si W_{otras} *es positivo, $E = K + U$ aumenta; si W_{otras} es negativo, E disminuye.*

***Si las* fuerzas gravitacional y elástica son las *únicas que efectúan trabajo sobre el cuerpo, entonces $W_{otras} = 0$ y la energía mecánica total (que incluye energías potenciales gravitacional* y elástica) se conserva.**

Situaciones con energía potencial gravitacional y elástica

Teorema trabajo-energía: $W = \Delta K$

Si sólo actúan fuerzas gravitatorias y elásticas:

$W = W_g + W_{el}$ pero: $W_g = -\Delta U_g$ y $W_{el} = -\Delta U_{el}$

$(-\Delta U_g) + (-\Delta U_{el}) = \Delta K$ o lo que es lo mismo:

$\Delta K + \Delta U_g + \Delta U_{el} = 0$ análogamente: $K_1 + U_{gr} + U_{el1} = K_2 + U_{g2} + U_{el2}$

$K + U_g + U_{el}$ se llama E, la ***energía* mecánica total del sistema**

$$K + U = E$$

El "sistema" se compone del cuerpo de masa *m, la Tierra con la que interactúa a través* de la fuerza gravitacional, y el resorte cuya constante de fuerza es *k.*

Una ecuación *más general de la relación entre energía cinética,* energías potenciales y trabajo realizado por otras fuerzas:

$$K_1 + U_1 + W_{otras} = K_2 + U_2 \quad \textit{(válida en general)}$$

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

Las fuerzas no conservativas no pueden representarse en términos de energía potencial; pero se pueden describir sus efectos en términos de energías distintas de la cinética y la potencial.

Cuando un automóvil con frenos bloqueados se derrapa hasta detenerse, se calientan los neumáticos y el camino. La energía asociada a este cambio en el estado de los materiales se denomina **energía interna**.

Cuando se eleva la temperatura de un cuerpo, aumenta su energía interna; si se reduce su temperatura, disminuye su energía interna.

Un bloque se desliza por una superficie áspera, la fricción realiza trabajo *negativo* sobre el bloque, y el cambio de la energía interna del bloque y de la superficie es *positivo* (ambos se calientan).
Experimentos meticulosos han demostrado que el aumento en la energía interna es *exactamente igual al valor absoluto del trabajo efectuado por* la fricción.

$$\Delta U_{int} = - W_{otras}$$

$$K_1 + U_1 - \Delta U_{int} = K_2 + U_2$$

$\Delta K + \Delta U + \Delta U_{int} = 0$ Ley de conservación de la energía

LEY DE CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA

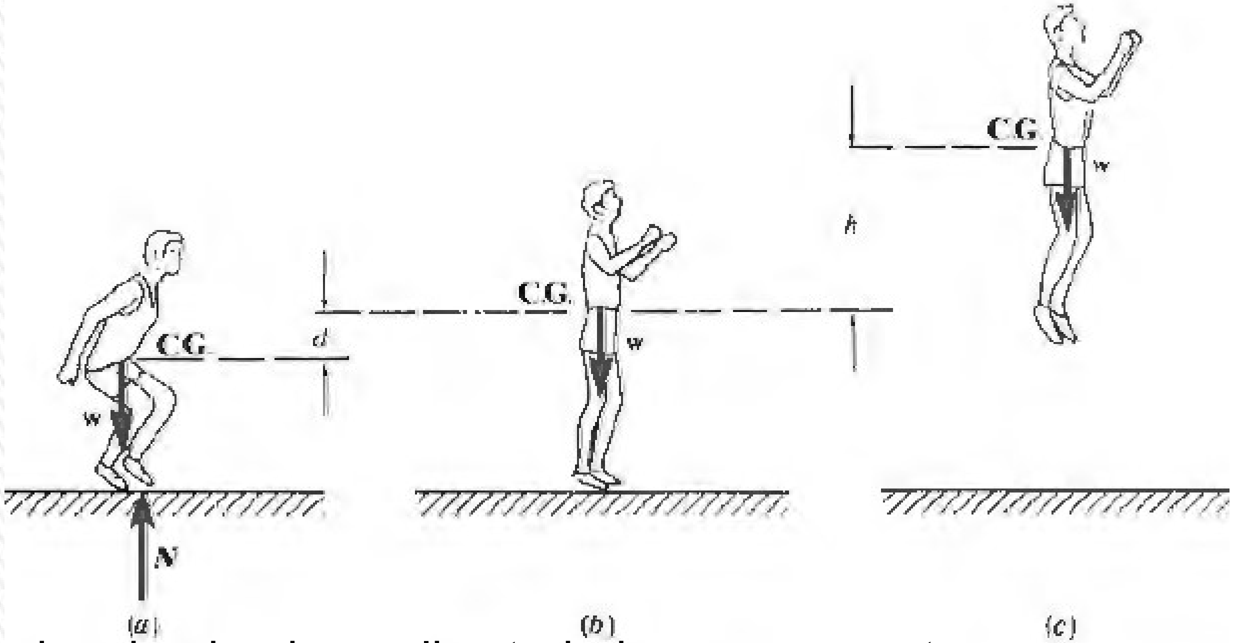
En un proceso determinado, las energías cinética, potencial e interna de un sistema pueden cambiar; pero la *suma de todos esos cambios siempre es cero*.

Si ampliamos nuestra definición de energía para incluir la energía interna, la ecuación anterior indica que: ***la energía nunca se crea ni se destruye, solo cambia de forma*.**
No se ha observado aún una excepción a esta regla.

La relación entre la energía interna, los cambios de temperatura, el calor y el trabajo son temas de estudio del campo de la física llamado *termodinámica*.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

La figura muestra un hombre que salta. Inicialmente, se agacha bajando su centro de gravedad una distancia ***d denominada distancia de aceleración***.
Mediremos la energía potencial con respecto a este nivel de referencia.



A medida que se va acelerando e irguiendo, realiza trabajo para aumentar sus energías potencial y cinética. En el despegue su energía potencial es $U_0 = mgd$. *Si su velocidad ascendente* vale v_0, su energía cinética es ½ mv^2
Entonces al alcanzar la posición erguida de despegue, ha realizado un trabajo *W*

$$W = mgd + \frac{1}{2}mv_0^2$$

Desde el despegue hasta la máxima altura del salto, la única fuerza que actúa sobre el hombre es su peso.
Por lo tanto, mientras está en el aire, su energía mecánica es constante.
En el punto más alto del salto, K=0 *y* $U = mg(h + d)$.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

Como a energía mecánica se conserva, se cumple:

$$W = mgd + \frac{1}{2}mv_0^2 = mg(d+h)$$

En consecuencia, la energía total que el hombre debe proporcionar para el salto es *W= mg(h + d).*
En lo que sigue de este análisis despreciamos *d con respecto a h:*

$$W \cong mgh$$

La aproximación no es muy buena para los seres huhumanos, ya que *d/h* ≈ ½ pero resulta adecuada para animales de menor tamaño.
A partir de la ecuación anterior podemos determinar la velocidad de despegue v_0

$$v_0 = \sqrt{2gh}$$

velocidad de despegue para alcanzar altura *h*.

Aplicaremos las *leyes de escala que expresan la capacidad* de salto en función del tamaño de un animal y que pueden compararse con los datos experimentales.
Consideraremos que la longitud característica vale L..
Recordemos que el volumen de un animal o de cualquiera de sus órganos es proporcional a L^3; la superficie del cuerpo y las áreas de las secciones transversales de los músculos son proporcionales a L^2 y la longitud de los miembros es proporcional a L.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

Al comparar los saltos de los animales se observas con sorpresa que las alturas de los saltos son bastante parecidas para animales de diferentes tamaños.
La rata canguro, del tamaño de un conejo aproximadamente, salta casi tanto como un canguro grande.
Las langostas y las pulgas saltan aproximadamente a la misma altura.
Veamos a qué se debe este resultado.

Se cumple que: **la energía proporcionada por unidad de masa muscular es la misma para todos los animales**.

Esto significa que un animal debería poder realizar una cantidad de trabajo proporcional a su masa, m.
Pero vimos que el trabajo W realizado durante un salto de altura h es mgh.
Pero mgh es proporcional a m, y como según esta hipótesis la energía proporcionada por unidad de masa es la misma para todos los animales, entonces h no depende de m y por tanto de L.

Esta predicción de que la altura alcanzada es independiente del tamaño del animal es aproximadamente correcta al ser comparada con los resultados experimentales.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

La energía consumida· por unidad de masa es aproximadamente la misma para todos los animales de las mismas características generales.

Como: $v_0 = \sqrt{2gh}$

Y ya que *h* no depende de *L*, otra conclusión que se obtiene es que **la velocidad de despegue *es aproximadamente independiente* del tamaño.**

La **distancia de aceleración *d*** es proporcional a la longitud característica *L*, de modo que el tiempo de despegue *t*

$$t = \frac{d}{v_{media}} = \frac{d}{v_0/2} = \frac{2d}{v_0}$$

Es decir que t es proporcional a L (longitud característica)

La potencia consumida por unidad de masa es la energía consumida por unidad de masa dividida por ese tiempo.
Como la energía consumida por unidad de masa es independiente de *L, la* ***potencia por unidad de masa*** *debe variar* como 1/L ó L^{-1}.

Esto predice que los animales más grandes consumirán su energía a una tasa más reducida.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

Por la hipótesis establecida, la energía desarrollada es proporcional a la masa, por tanto varía como L^3.
Por lo visto anteriornente, el tiempo de despeque era proporcional a L, entonces, como podemos interpretar la potencia como la energía proporcionada dividida el tiempo, tenemos que:

$$Potencia = \frac{Energía}{tiempo} = \frac{c_1 L^3}{c_2 L} = C L^2 \propto L^2$$

Es decir que la potencia desarrollada es proporcional a L^2.

La energía consumida por el cuerpo se convierte en último término en energía interna, que se debe eliminar por el cuerpo, la cual debe escapar a través de su superficie.
Por tanto la velocidad máxima de pérdida de energía varía como L^2. .
La velocidad metabólica máxima no puede ser mayor que la velocidad máxima de pérdida de energía, y por tanto debe variar como L^2.

La velocidad o tasa metabólica, es decir, la velocidad de utilización de energía por unidad de tiempo es proporcional a L^2.

EL SALTO, LA ENERGÍA Y LEYES DE ESCALAS

OBSERVACIÓN:

Las comparaciones del salto entre mamíferos e insectos se complican debido a la diferente manera en que utilizan los músculos de las piernas para el salto.

Los mamíferos utilizan directamente las contracciones musculares, pero los insectos utilizan un dispositivo del tipo catapulta, como lo vimos anteriormente.

Por ejemplo, las pulgas tienen un material elástico denominado ***resilina*** en la articulación de las rodillas.

La pulga dobla gradualmente sus patas, estirando la resilina y la rodilla queda ftjada en una determinada posición. En el momento del salto, la rodilla se desbloquea y la resilina se contrae rápidamente y hace que las patas se estiren.

Así pues, los insectos emplean la energía potencial *elástica almacenada y utilizan sus* músculos de forma más bien indirecta.