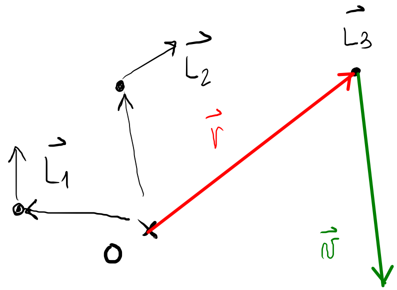
MOMENTO ANGULAR

¿Cómo hallábamos $\vec{r} \times \vec{v}$?

$$\begin{cases} \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \\ \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \end{cases}$$



$\dfrac{d\vec{L}}{dt}$

$\|$

clase anterior

• $\dfrac{d}{dt}\left[\vec{r} \times m\vec{v}\right] = \underbrace{\dfrac{d\vec{r}}{dt} \times m\vec{v}}_{\underbrace{\vec{v} \times m\vec{v}}_{0}} + \vec{r} \times \dfrac{d\vec{v}}{dt} \cdot m = \vec{r} \times \vec{F}_N = \vec{\tau}_N$

$\dfrac{d\vec{p}_{TOT}}{dt} = \vec{F}^{\,Neta}_{ext}$

$\vec{v} = \lim \dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$

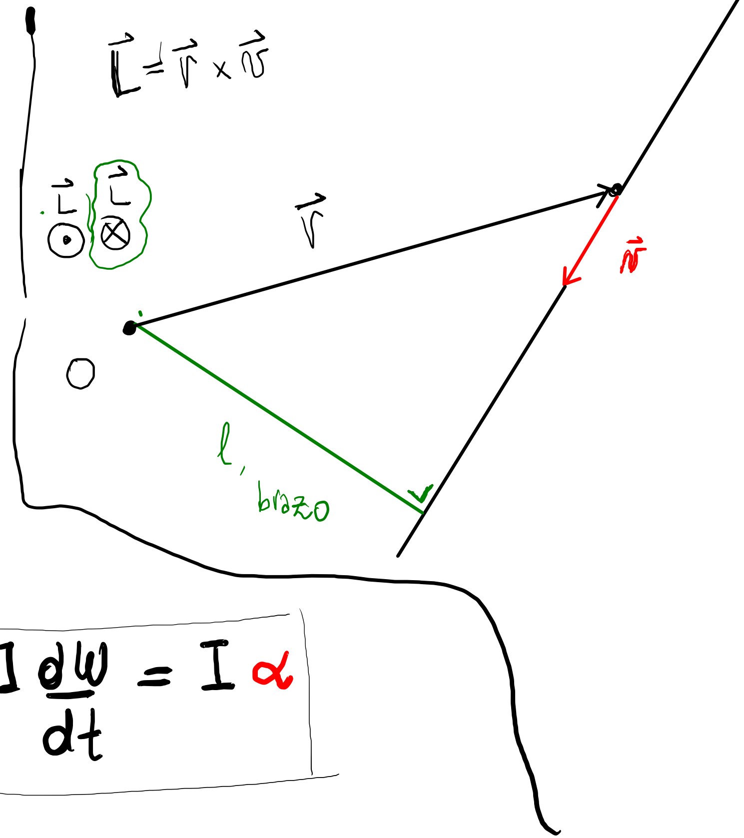
$$\Rightarrow \boxed{\dfrac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\tau}_N} \Rightarrow \boxed{\dfrac{d\vec{L}_{TOT}}{dt} = \vec{\tau}^{\,Neto}_{ext}}$$

$\dfrac{d}{dt}\vec{L}_{TOT} = \dfrac{d}{dt}\sum \vec{L}_i = \sum \dfrac{d\vec{L}_i}{dt} = \sum \vec{\tau}_i^{\,N} = \sum \vec{\tau}_i^{\,ext} = \sum \vec{\tau}^{\,ext} = \vec{\tau}^{\,ext}_{NETO}$

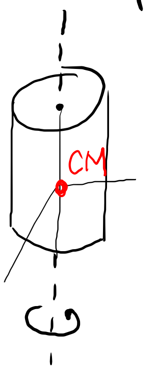
acción-reacción

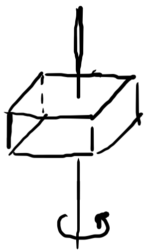
¿Cuándo se conserva $\vec{L}$?

↳ $\vec{\tau}^{\,ext}_{NETO} = 0$



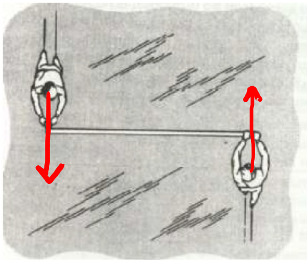
¿Qué pasa con los rígidos?





$$L = I\omega$$

$$\boxed{\frac{dL}{dt} = \tau = I\frac{d\omega}{dt} = I\alpha}$$



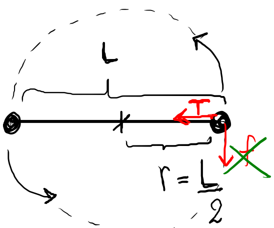
14.- Dos patinadores, cada uno de 51,2 kg de masa, se aproximan uno al otro a lo largo de trayectorias paralelas separadas por 2,92 m. Tienen velocidades iguales y opuestas de 1,38 m/s. El primer patinador lleva en sus manos una barra ligera de 2,92 m de longitud, y el segundo patinador toma el extremo de ésta al pasar; véase la figura. Suponga que el hielo carece de fricción.

a) Describa cuantitativamente el movimiento de los patinadores después que están unidos por la barra.

b) Ayudándose al jalar la barra, los patinadores reducen su separación a 0,940 m. Halle su velocidad angular entonces.

c) Calcule la energía cinética del sistema en las partes (*a*) y (*b*). ¿De dónde proviene el cambio?

a El centro de la barra permanece quieto, y giran entorno a este



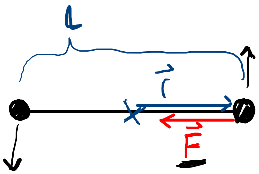
$$\cdot\ I_0 = \sum_j m_j r_j^2 = 2m_p\left(\frac{L}{2}\right)^2 = m_p\frac{L^2}{4}\cdot 2 = \frac{m_p L^2}{2}$$

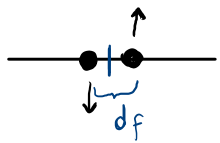
$\cdot$ **MCU**: – no hay torque $\Rightarrow \alpha = 0 \Rightarrow \omega = cte$

$$\vec{\tau}_T = \vec{r}\times\vec{T} = 0$$

$$- \boxed{\omega} = v_T/R = v_T/\frac{L}{2} = \frac{2v_T}{L} = \frac{2\cdot 1{,}38\ m/s}{2{,}92\ m} = \boxed{0{,}945\ \frac{rad}{s}}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega}$$





Se conserva L

Hay una fuerza $\vec{F}$ que les permite acercarse → NO HACE TORQUE $\Rightarrow \left[\cancel{\frac{m_p}{2}} L^2\right] \omega_0 = \left[\cancel{\frac{m_p}{2}} d_F^2\right] \omega_f$

$$\left(\frac{L}{d_f}\right)^2 \omega_0 = \omega_f$$

$$\boxed{9{,}11 \text{ rad/s} = \omega_f} = \left(\frac{2{,}92}{0{,}940}\right)^2 \cdot 0{,}945$$

b

$$L_0 = I_0 \omega_0 = I_f \omega_f = L_f$$

$$I = \sum m_j r_j^2$$

$$I_0 = \frac{m_p L^2}{2}$$

- $m_p = 51{,}2$ kg
- $\omega_0 = 0{,}945$ rad/s
- $L = 2{,}92$ m
- $d_f = 0{,}940$ m

$$I_f = 2 \cdot m_p \left(\frac{d_f}{2}\right)^2 = \frac{2 m_p d_f^2}{4} = \frac{m_p d_f^2}{2}$$

c

$$K_{ROT} = \frac{I \omega^2}{2}$$

$$K_0 = \frac{I_0 \omega_0^2}{2} = \frac{m_p}{2} \cdot \frac{L^2}{2} \cdot \omega_0^2 = 97{,}5 \text{ J}$$

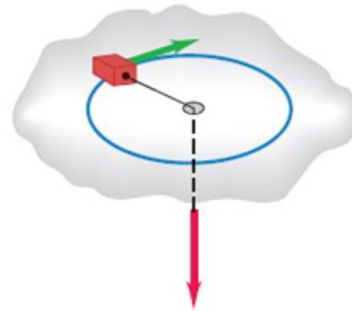
$$K_f = \frac{I_f \omega_f^2}{2} = \frac{m_p}{2} \frac{d_f^2}{2} \omega_f^2 = 939 \text{ J}$$

$$\boxed{\Delta K = 841 \text{ J}}$$

$$\Delta K \underset{\text{T.T.E.}}{=} W_{MANOS}$$

$$K_0 = \frac{m_p}{2} \cdot \frac{L^2}{2} \omega_0^2 = \frac{m}{4} L^2 \omega_0^2 = \frac{(51,2)}{4} \cdot (2,92)^2 \cdot (0,945)^2 = 97,5$$

15.- Un bloque pequeño de 0,0250 kg en una superficie horizontal sin fricción está atado a una cuerda de masa despreciable que pasa por un orificio en la superficie como se muestra en la figura. El bloque inicialmente está girando a una distancia de 0,300 m del orificio, con rapidez angular de 2,85 rad/s. Ahora se tira de la cuerda desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0,150 m.



El bloque puede tratarse como partícula.

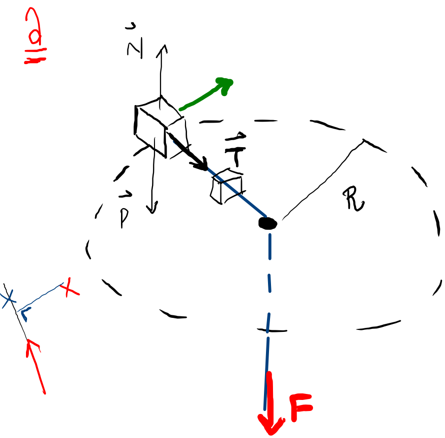
a) ¿Se conserva el momento angular del bloque? ¿Por qué?

b) ¿Qué valor tiene ahora la rapidez angular?

c) Calcule el cambio de energía cinética del bloque.

d) ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar de la cuerda?

a



- Brazo de palanca de $\vec{T}$: es nulo
- Normal y Peso se compensan

$\rightsquigarrow \vec{\tau}_{NETO} = 0 \rightsquigarrow$ $\vec{L}$ se conserva

b

$$L_0 = L_f$$

$$I_0\omega_0 = I_f\omega_f$$

$$\cancel{m}R^2\omega_0 = \cancel{m}\left(\frac{R}{2}\right)^2\omega_f$$

$$\cancel{R^2}\omega_0 = \frac{\cancel{R^2}}{4}\omega_f$$

$$4\omega_0 = \omega_f$$

$$4\cdot\left(2,85\ \frac{rad}{s}\right) = \boxed{\omega_f = 11,4\ \frac{rad}{s}}$$

$$I = \sum mr^2$$

c

$$K_{rot} = \frac{I\omega^2}{2} \qquad m = 0{,}0250\,kg \qquad R = 0{,}300\,m$$

$$I_o = mR^2 = 0{,}00225\,kgm^2 \qquad \omega_o = 2{,}85\,rad/s$$

$$I_f = m\left(\frac{R}{2}\right)^2 = 5{,}63\times10^{-4}\,kgm^2 \qquad \omega_f = 11{,}4\,rad/s$$

$$\begin{cases} K_o = \dfrac{I_o\omega_o^2}{2} = 0{,}00914\,J \\ K_f = \dfrac{I_f\omega_f^2}{2} = 0{,}0366\,J \end{cases} \Rightarrow \boxed{\Delta K = 0{,}0274\,J}$$

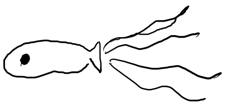
d T.T.E.

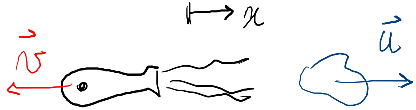
$$\boxed{\Delta K = W_c = 0{,}0274\,J}$$

9.-Propulsión animal. Los calamares y pulpos se impulsan a sí mismos expeliendo agua. Para hacerlo, guardan agua en una cavidad y luego contraen repentinamente esa cavidad para forzar la salida del agua a través de una abertura. Un calamar de 6,50 kg (incluyendo el agua en la cavidad) está en reposo, cuando de pronto ve un peligroso depredador.

a) Si el calamar tiene 1,75 kg de agua en su cavidad, ¿con qué rapidez debe expeler esa agua para alcanzar una rapidez de 2,50 m/s y escapar así del depredador? Desprecie cualquier efecto de arrastre del agua circundante.

b) ¿Cuánta energía cinética genera el calamar con esta maniobra?





$\vec{p} = m\vec{v}$

$m = 6{,}50\ \text{kg}$

$\vec{v} = 0$

$\vec{p} = 0$

$m_c = 4{,}75\ \text{kg}$

$v_c = 2{,}50\ \frac{m}{s}$

$m_{agua} = 1{,}75\ \text{kg}$

$v_{agua} = ? = u$

$p_f = p_i = 0$

$$M_T = 6{,}50\ \text{kg}$$
$$- \quad m_{H_2O} = 1{,}75\ \text{kg}$$
$$m_c = 4{,}75\ \text{kg}$$

$$m_a v_a - m_c v_c = 0$$
$$m_a v_a = m_c v_c$$
$$v_a = \frac{m_c}{m_a} v_c = \frac{4{,}75}{1{,}75} \cdot 2{,}50\ \frac{m}{s} = 6{,}79\ \frac{m}{s}$$

b: $K_c = \frac{m_c v_c^2}{2} = \frac{4{,}75 \cdot (2{,}50)^2}{2}\ \text{J} = 14{,}8\ \text{J}$

$K_{agua} = \frac{m_a v_a^2}{2} = \frac{1{,}75 \times (6{,}79)^2}{2}\ \text{J} = 40{,}3\ \text{J}$

$K^i_{TOT} = 0$

$\boxed{K^f_{TOT} = 55{,}2\ \text{J}}$