EJEMPLO: ejercicio 7.1

La densidad del hielo es 920 kg/m^3 mientras que la del agua de mar es 1025 kg/m^3 ¿Qué fracción de un iceberg se halla sumergida?

¿Qué relación encuentra entre el resultado obtenido y el hecho de que los icebergs hayan sido históricamente muy peligrosos para la navegación?

La fracción del iceberg que permanece sumergida, estará dada por la relación entre el volumen de agua mar desplazada dividido el volumen del iceberg,
El iceberg desplazará un volumen de agua mar V_{AM}, tal que su peso sea igual al del iceberg. Sea V_H el volumen del iceberg:

$$\rho_{AM} V_{AM} g = \rho_H V_H g$$

$$\frac{V_{AM}}{V_H} = \frac{\rho_H}{\rho_{AM}} = \frac{920}{1025} = 0{,}89756$$

89,8% del volumen del iceberg se halla sumergido

Ejercicio 7.2

Globos esféricos con helio, que tienen masa de 5,00 g cuando están desinflados y con radio de 20,0 cm cada uno cuando están inflados, son utilizados por un niño de 20,0 kg para levantarse a sí mismo del suelo. ¿Cuántos globos se necesitan si la densidad del helio es 0,179 kg/m^3 y la densidad del aire es 1,29 kg/m^3?

Volumen de cada globo: $3{,}351\times10^{-2}$ m^3
Empuje de cada globo: $B = V\rho_{aire}g = 0{,}4236$ N
Peso de la goma de c/globo: 0,0490 N
Peso del helio: $V\rho_{He}g = 0{,}0588$ N

Empuje "neto" de cada globo: 0,4236-0,0490 -0.0588= 0,3158 N

Peso del niño: 196 N

Número de globos: N= 196 N/ 0,3158 N = 620, 65

Necesito: 621 globos!!!

Ejercicio 7.2

Globos esféricos con helio, que tienen masa de 5,00 g cuando están desinflados y con radio de 20,0 cm cada uno cuando están inflados, son utilizados por un niño de 20,0 kg para levantarse a sí mismo del suelo. ¿Cuántos globos se necesitan si la densidad del helio es 0,179 kg/m^3 y la densidad del aire es 1,29 kg/m^3?

El volumen de cada globo inflado será: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(0{,}200)^3 =$ $3{,}351\times10^{-2}$ m^3

Cada globo producirá un empuje neto dado por:

$$B = Vg(\rho_{aire} - \rho_{He}) - m_g g = 3{,}2230 \times 10^{-2} g$$

Si N es el número de globos, entonces se debe cumplir que: $W_{niño} = N.B$

$$N = \frac{W_{niño}}{B} = \frac{20}{3{,}2230\times10^{-2}} = 620{,}54$$

N= 621 globos

Ejercicio 7.3

Un bote de hojalata tiene un volumen total de 1200 cm^3 y una masa de 130 g. El mismo está flotando en el agua y se le comienza a colocar en el interior perdigones de plomo. ¿Cuánto plomo podría contener sin hundirse en el agua? La densidad del plomo es 11,4 g/cm^3.

El empuje máximo del agua debe ser igual al peso del bote+ el del plomo.
Volumen máximo que se puede desplazar de agua será igual al volumen del bote: 1200 cm3.
$B_{máximo}$: B= V*ρ*g = 0,0012*1000*9,8 = 11,76N
Peso del bote: 0,130*9,8 = 1,274 N

Plomo que puedo colocar: 11,76 -1,274 = 10,486 N

Masa de plomo: 10,486/9,8 = 1,070 kg

Ejercicio 7.3

Un bote de hojalata tiene un volumen total de 1200 cm^3 y una masa de 130 g. El mismo está flotando en el agua y se le comienza a colocar en el interior perdigones de plomo. ¿Cuánto plomo podría contener sin hundirse en el agua? La densidad del plomo es 11,4 g/cm^3.

La condición límite es que el peso total del bote con los perdigones de plomo, tenga un peso igual al máximo empuje que puede ejercer el agua.

$B_{máx}$= V.ρ.g = $(1{,}20\times10^{-3}\ m^3) \times (1{,}00\times10^{3}\ kg/\ m^3) \times 9{,}80\ m/s^2 = 11{,}76\ N$

El peso de bote vale: $W_{bote}= 0{,}130\ kg \times 9{,}80\ m/s^2 = 1{,}274\ N$

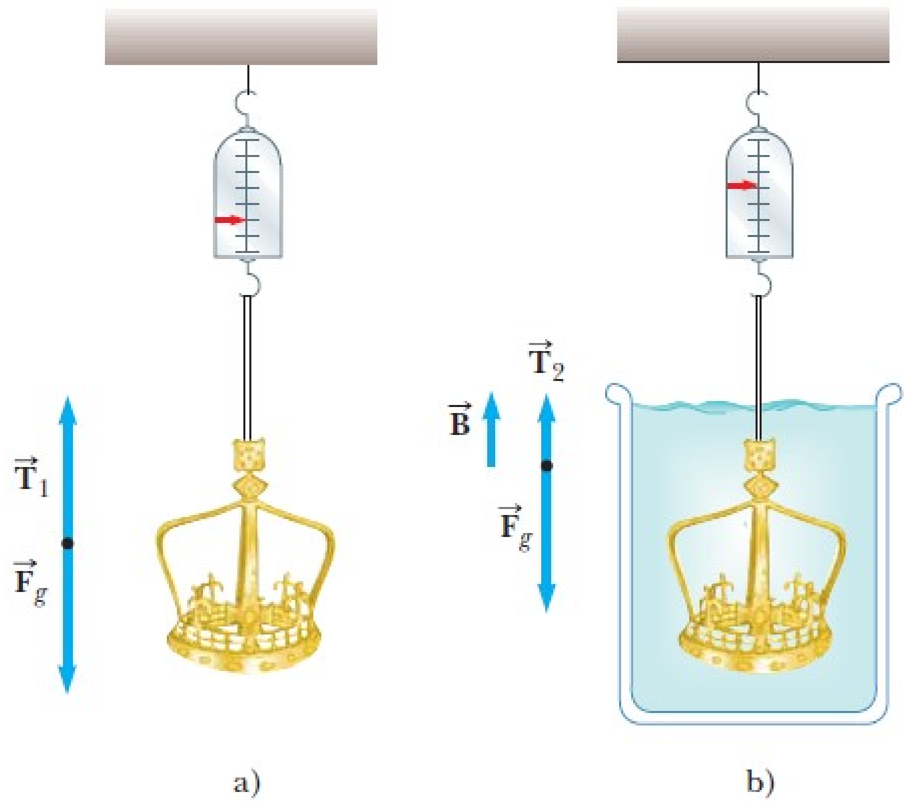
Peso de plomo máximo a colocar: 11,76 -1,274 = 10,486 N

Esto equivale a una masa de plomo de:

m= W_{plomo}/g = 10,486/9,8 =1,07 kg

Ejemplo: EJERCICIO 7.4 ¡Eureka!

Según la tradición a Arquímedes se le pidió determinar si una corona hecha para el rey consistiera de oro puro. De acuerdo con la leyenda, el resolvió este problema al pesar la corona primero en aire y luego en agua, como se muestra en la figura. Suponga que lectura en la balanza es 7,84 N cuando la corona estaba en aire y 6,84 N cuando estaba en agua. ¿Qué dijo Arquimedes al rey?



Cuando la corona está suspendida en aire, la lectura en la balanza es el peso real $T_1 = F_g$ *(se desprecia* la pequeña fuerza de flotación debida al aire circundante).

Cuando la corona se sumerge en agua, la fuerza de flotación **B** reduce la lectura de la balanza a un peso *aparente:*

$T_2 = F_g - B.$

Ejemplo: EJERCICIO 7.4 ¡Eureka!

$$\sum F = B + T_2 - F_g = 0 \qquad B = F_g - T_2 = 7.84\text{ N} - 6.84\text{ N} = 1.00\text{ N}$$

Ya que esta fuerza de flotación es igual en magnitud al peso del agua desplazada, $\rho_a g V_a$ = *1,00 N, donde* V_a *es el volumen del* agua desplazada y ρ_a *es su densidad.*

Además, el volumen de la corona V_c *es igual al volumen del agua desplazada porque la* corona está completamente sumergida.

$$V_c = V_a = \frac{1.00\text{ N}}{\rho_a g} = \frac{1.00\text{ N}}{(1\,000\text{ kg/m}^3)(9.80\text{ m/s}^2)} = 1.02 \times 10^{-4}\text{ m}^3$$

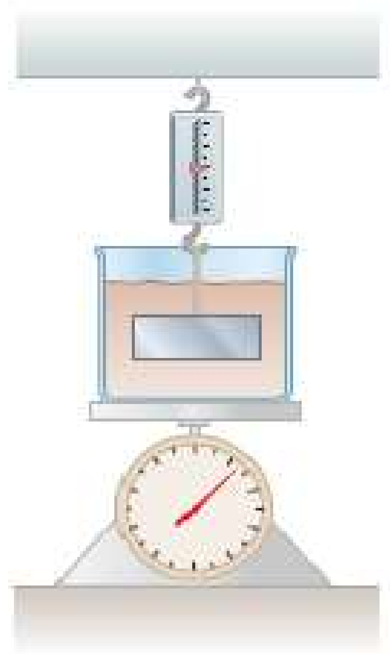
La densidad de la corona vale:

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{m_c g}{V_c g} = \frac{7.84\text{ N}}{(1.02 \times 10^{-4}\text{ m}^3)(9.80\text{ m/s}^2)} = 7.84 \times 10^3\text{ kg/m}^3$$

Como la densidad del oro es $19{,}3 \times 10^3$ kg/m^3.
Arquímedes debió informar al rey que lo habían engañado: o la corona estaba hueca o no estaba hecha de oro puro.

Ejemplo: ejercicio 7.6

Un vaso de precipitados de 1,00 kg que contiene 2,00 kg de petróleo (de densidad 916 kg/m^3) se apoya sobre una báscula. Un bloque de 2.00 kg de hierro se suspende de una báscula de resorte y se sumerge por completo en el petróleo. Encuentre las lecturas en ambas básculas en el momento del equilibrio.



Sea T la indicación de la balanza de resorte.
Sobre el bloque de hierro actúan las siguientes fuerzas:
Peso del bloque: =2,00 * 9,8 = 19,6 N (hacia abajo)
Empuje por el petróleo: $V*\rho_{petróleo}*g$ (hacia arriba)
La tensión T (hacia arriba)
Volumen del bloque: $V= m/ \rho_{Fe}=$
Densidad del hierro 7860 kg/m^3

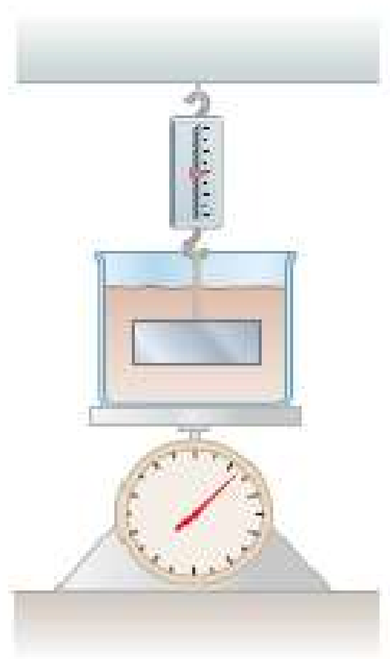
T= 17,31 N **B= 19,6 -17,31**

Por el Principio de Acción y Reacción, así como el fluido ejerce sobre el bloque una fuerza igual al empuje B, el bloque debe ejercer una fuerza igual y contraria:

$F= W_{vaso} + W_{petróleo} + B = 31,6$ N

Ejemplo: ejercicio 7.6

Un vaso de precipitados de 1,00 kg que contiene 2,00 kg de petróleo (de densidad 916 kg/m^3) se apoya sobre una báscula. Un bloque de 2.00 kg de hierro se suspende de una báscula de resorte y se sumerge por completo en el petróleo. Encuentre las lecturas en ambas básculas en el momento del equilibrio.



Densidad del hierro: ρ_{Fe}= 7,86×10^3 kg/m^3
Considero el equilibrio del bloque de hierro, se aplican las siguientes fuerzas:
el peso de hierro $W_{Fe}= m_{Fe}.g= (2,00\ kg) \times (9,8\ m/s^2) = 19,6\ N$
(dirigida hacia abajo)

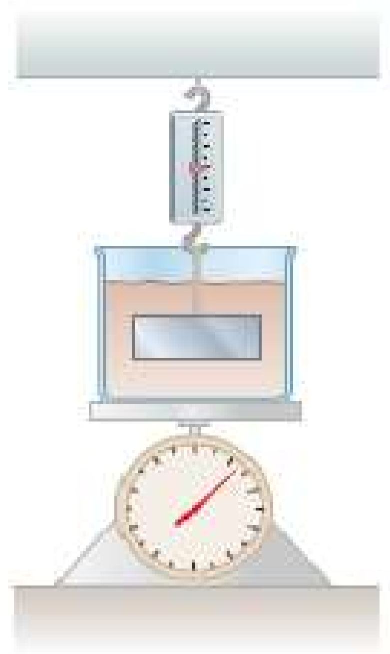
el empuje B debido debido al petróleo (hacia arriba) $B=V_{Fe}\ \rho_{pet.}\ g$
y la tensión T debido a la báscula de resorte (hacia arriba), que es lo que indicará dicha balanza.
El volumen del bloques es: $V_{Fe} = \dfrac{m_{Fe}}{\rho_{Fe}}$

$$W_{Fe} = T + B \qquad T = W_{Fe} - B = 19,6 - \frac{m_{Fe}}{\rho_{Fe}} \rho_{pet} g =$$

$$19,6 - 2,00 \frac{916}{7860} 9,8 = 17,31\ N$$

Ejemplo: ejercicio 7.6

Un vaso de precipitados de 1,00 kg que contiene 2,00 kg de petróleo (de densidad 916 kg/m^3) se apoya sobre una báscula. Un bloque de 2.00 kg de hierro se suspende de una báscula de resorte y se sumerge por completo en el petróleo. Encuentre las lecturas en ambas básculas en el momento del equilibrio.



Por lo que B= $V_{Fe}\,\rho_{pet.}\,g$ =2,284 N
Por el principio de acción y reacción, el bloque debe ejercer sobre el fluido una fuerza igual y contraria al empuje.

Por tanto, la indicación de la balanza inferior (F) indicará un valor dado por la suma del peso del vaso, del petróleo y la reacción del empuje: F= W_{vaso} +W_{pet} + B

$$F = (m_{vaso} + m_{pet})g + B = (1{,}00 + 2{,}00)9{,}8 + 2{,}284 = 31{,}684$$

Indicación balanza de resorte: 17,3 N
Indicación balanza inferior: 31,7 N

Ejercicio 7.7

Un tanque contiene un líquido de densidad ρ, y tiene un pequeño orificio a una altura h de la base del tanque. El aire en la parte superior del tanque se mantiene a una presión P. Determinar la velocidad con la cual sale el líquido por el orificio cuando el nivel del líquido está a una distancia H sobre el orificio para el caso en que:

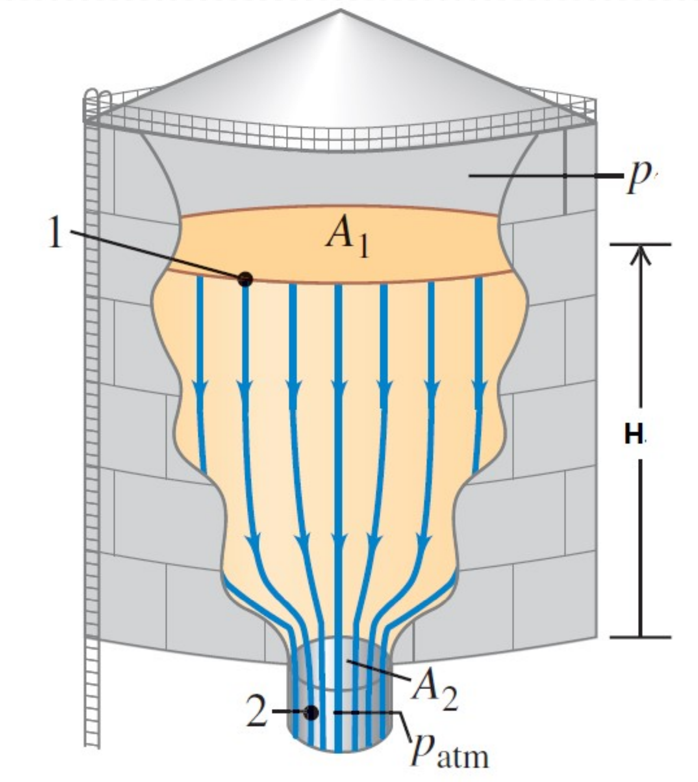
a) La sección del orificio A_2 es mucho menor que la sección del tanque A_1 ($A_2 << A_1$)

b) $A_2 << A_1$ y además $P = P_{atm}$ (este caso se conoce como ley de Torricelli)

c) Considere ahora que $A_1 = N A_2$ y $P = P_{atm}$.

d) Suponga que el tanque está abierto a la atmósfera, H inicialmente es de 1,00 m, el orificio está en el fondo del tanque (h = 0) y $A_1 = 400 A_2$. ¿Cuánto vale la velocidad de salida?

Ejercicio 7.7



Aplico Bernoulli entre 1 y 2

$$p_1 + \rho g y_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g y_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$$

$$(p_1 - p_2) + (\rho g y_1 - \rho g y_2) = \frac{1}{2}\rho v_2^2 - \frac{1}{2}\rho v_1^2$$

$$(p_1 - p_{atm}) + \rho g (y_1 - y_2) = \frac{1}{2}\rho (v_2^2 - v_1^2)$$

$$(p_1 - p_{atm}) + \rho g H = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \left(1 - \frac{v_1^2}{v_2^2}\right)$$

Por la ecuación de continuidad: $A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$\frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{A_2^2}{A_1^2}$$

$$(p_1 - p_{atm}) + \rho g H = \frac{1}{2}\rho v_2^2 \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left((p_1 - p_{atm}) + \rho g H\right)}{\rho\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}}$$

Ejercicio 7.7

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left(\left(p_1 - p_{atm}\right) + \rho g H\right)}{\rho\left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2}\right)}}$$

a) La sección del orificio A_2 es mucho menor que la sección del tanque A_1 ($A_2 << A_1$) .

Entonces: $$\frac{A_2^2}{A_1^2} \cong 0$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2\left(\left(p_1 - p_{atm}\right) + \rho g H\right)}{\rho}} = \sqrt{2\left(\frac{p_1 - p_{atm}}{\rho}\right) + gH}$$

b) $A_2 << A_1$ y además $P = P_{atm}$ (este caso se conoce como ley de Torricelli):
$p = p_1 = p_{atm}$, por lo que $p_1 - p_{atm} = 0$

$$v_2 = \sqrt{2gH}$$

1 v= 4,42719 m/s

c) Considere ahora que $A_1 = N\, A_2$ y $P = P_{atm}$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2gH}{\left(1 - \frac{1}{N^2}\right)}}$$

2 4,42720