23- FLUIDOS - Hidrostática

Arquímedes
-288 Siracusa,
-212 muerto por un soldado romano en el sitios a Siracusa.
"Eureka, eureka! "

Blaise Pascal
19/6/1623, Francia.
Muere en 1662.
Matemático, físico, filósofo y teólogo.
Inventó una máquina para sumar, la prensa hidráulica y la jeringa.

Evangelista Torricelli
15/10/1608, Florencia. .
Muere en 1662.
Físico y matemático.
Inventó el barómetro.

Daniel Bernoulli
8/2/1700, Basilea.
Muere en 1782.
Físico , médico y matemático.

REPASO DE LA CLASE PASADA

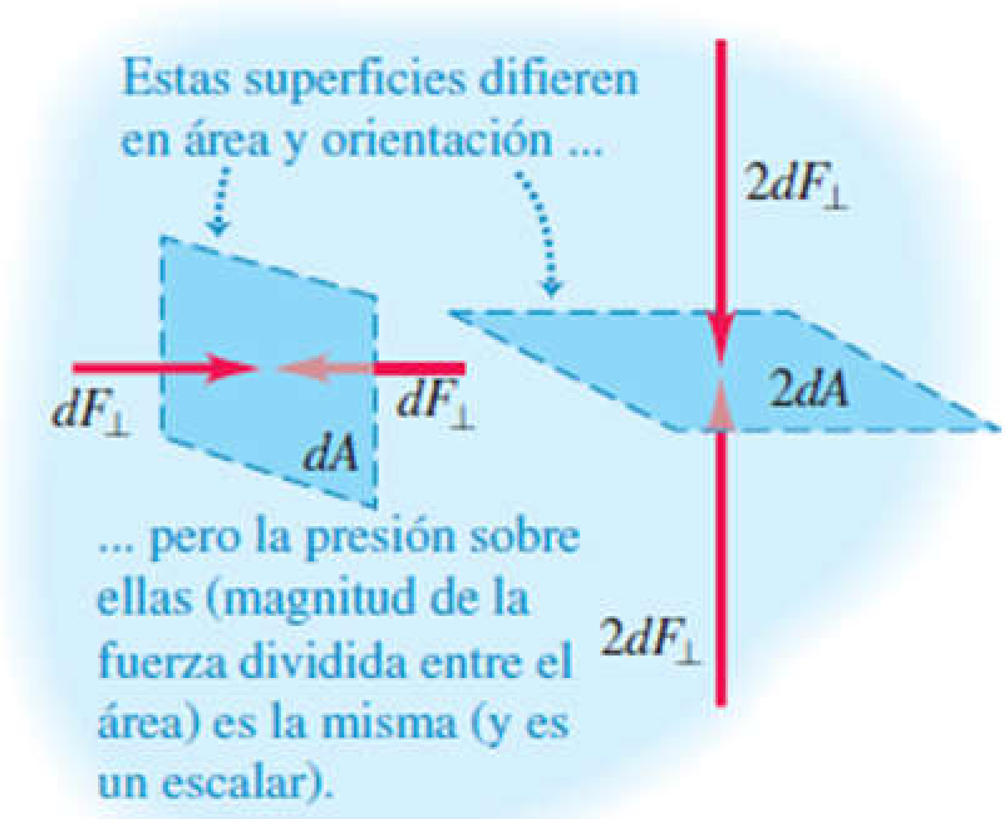
FLUIDO: cualquier sustancia que puede fluir (líquidos y gases), constituido por moléculas distribuidas al azar unidas por fuerzas cohesivas débiles y por fuerzas ejercidas por las paredes del recipiente.
Un **fluido (perfecto)** es incapaz de soportar esfuerzos cortantes y sólo puede soportar esfuerzos normales a su superficie.

Densidad : $\rho = \frac{dm}{dV}$ **Densidad media:** $\rho_{media} = \frac{m}{V}$

Densidad relativa: razón entre su densidad y densidad del agua a 4,0°C, 1000 kg/m^3; (adimensionado). Densidad relativa del aluminio: 2,7.

La densidad de algunos materiales varía de un punto a otro.
El material del cuerpo humano, que incluye grasa de baja densidad (aproximadamente 940 kg/m^3) y huesos de alta densidad (de 1.700 a 2.500 kg/m^3).
Para estos materiales, se define una **densidad media.**
La densidad de un material depende de factores ambientales tales como la temperatura y la presión.

PRESIÓN EN UN FLUIDO



Fluido en reposo, ejerce fuerza perpendicular a cualquier superficie en contacto con éste (pared de un recipiente o un cuerpo sumergido).

El fluido a cada lado de una superficie dada ejerce fuerzas iguales y opuestas sobre la superficie (sino se aceleraría y no estaría en equilibrio).

Sea una superficie pequeña de área *dA centrada en un punto en el fluido; la fuerza normal que el fluido ejerce sobre cada* lado es *$dF_\perp$.*

***Presión p en ese punto es la fuerza normal* por unidad de área.**

$$p = \lim_{\delta A \to 0} \frac{F_\perp}{\delta A} = \frac{dF_\perp}{dA}$$

PRESIÓN EN UN FLUIDO

$$p = \lim_{\delta A \to 0} \frac{F_\perp}{\delta A} = \frac{dF_\perp}{dA}$$

Si la presión es la misma en todos los puntos de una superficie plana finita de área *A*, entonces

$$p = \frac{F_\perp}{A}$$

Unidad de presión en el SI es el **pascal (Pa)** que equivale a 1N/m^2.

Otras unidades: el ***bar***, *igual a 10^5 Pa, y el milibar, igual a* 100 Pa.

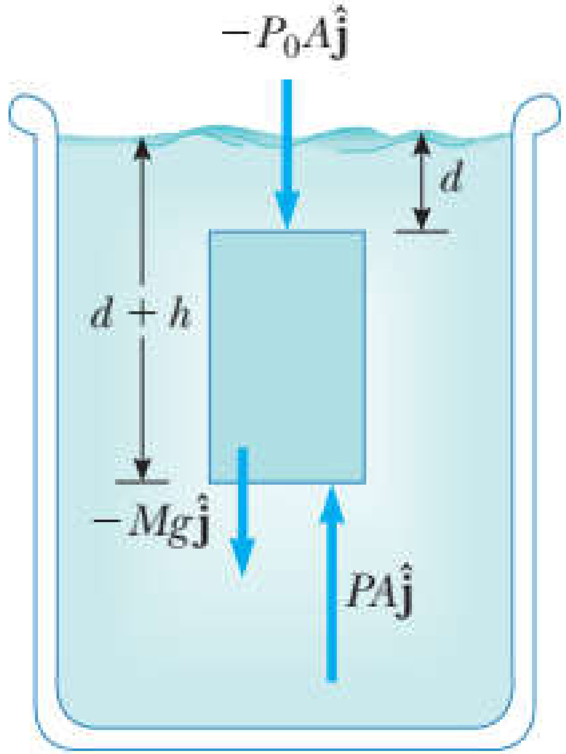
Presión atmosférica p_a es la presión de la atmósfera terrestre, *la presión en el* fondo de este mar de aire en que vivimos. Varía con el cambio de clima y con la altitud.

Presión atmosférica normal al nivel del mar (valor medio) es **1 atmósfera (atm): 1 atm =1,01325×10^5 Pa**= 14,7 psi (lib/pulg^2)

Otra unidad: presión ejercida por columna de mercurio de 760 mm a 0ºC en una región donde *g* = 9,80665 m/s^2 (valor normalizado) que equivale a 1 atm. En esas condiciones la presión ejercida por un columna de mercurio de 1 mm de altura se dice que vale 1 torr.

1atm = 760 torr

VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD



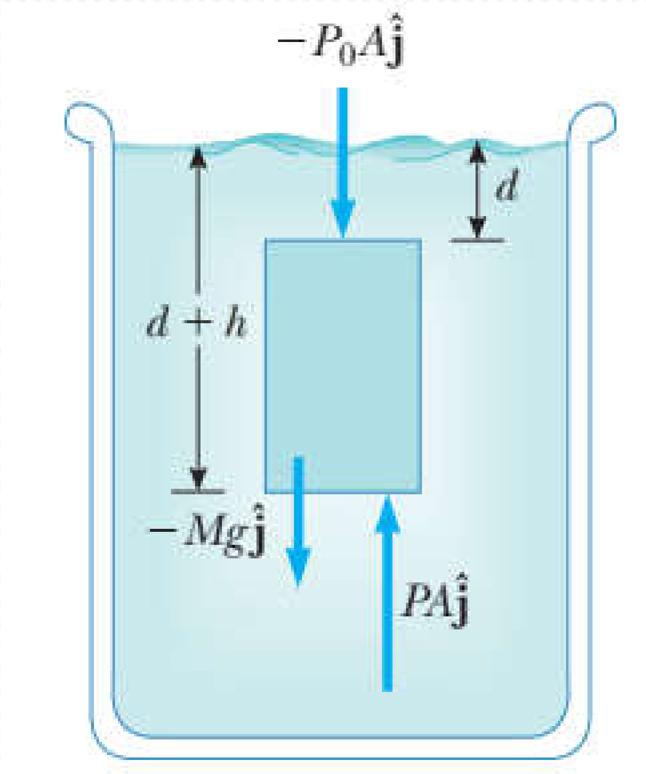
Si consideramos el peso del fluido no es despreciable, la presión en un fluido no es la misma en todo su volumen.

Supongo uniformes: densidad ρ y *aceleración* gravitatoria *g.*
Si el fluido está en equilibrio, cada elemento de volumen está en equilibrio.
Considero una muestra del líquido contenido en un cilindro imaginario de área de sección transversal *A* que se extiende desde la profundidad *d* a la profundidad *d +h.*

El líquido externo a la muestra ejerce fuerzas en todos los puntos de la superficie de la muestra, perpendicular a la superficie.
La presión que ejerce el líquido en la cara inferior de la muestra es p, y la presión en la cara superior es p_0.

Fuerza hacia arriba: pA,
fuerza descendente: p_0A.
Peso de líquido en el cilindro : $M\,g= \rho V\,g= \rho Ahg.$

VARIACIÓN DE LA PRESIÓN CON LA PROFUNDIDAD



Como el cilindro está en equilibrio, la fuerza neta que actúa sobre él debe ser cero.
Planteo el equilibrio de las fuerzas verticales:

$p.A - p_0.A - Mg = 0$

$p.A - p_0.A - \rho Ahg = 0$

$\mathbf{p = p_0. - \rho hg}$

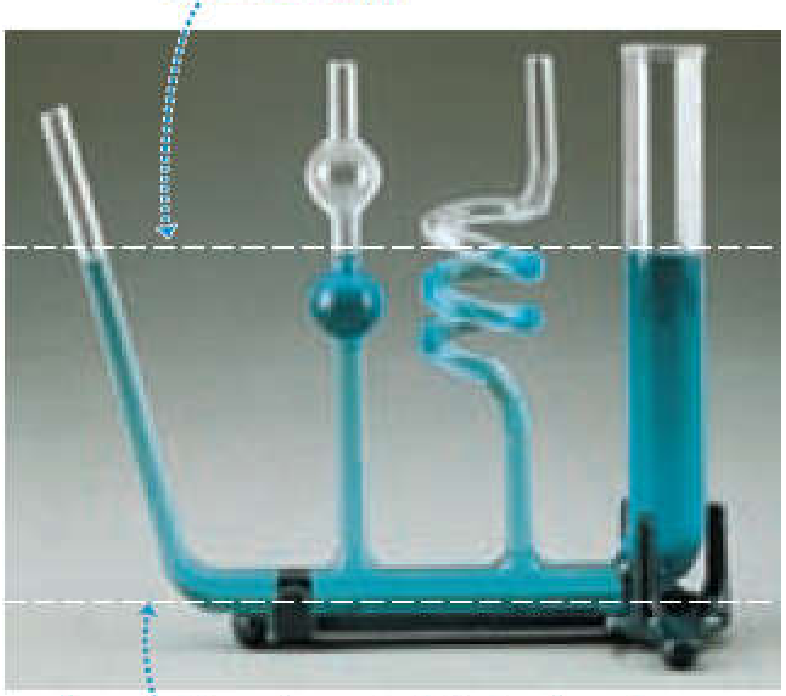
$$p(h) = p_0 + \rho g h$$

Válida para un fluido incompresible en equilibrio (en reposo) con densidad homogénea

La presión *p* a una profundidad *h* bajo un punto en el líquido donde la presión es p_0 es mayor por una cantidad ρgh.
Si el líquido se abre a la atmósfera y p_0 es la presión en la superficie del líquido, en tal caso p_0 es la presión atmosférica.

LEY DE PASCAL

La presión en la parte superior de cada columna de líquido es la presión atmosférica, p_0.



La presión en la parte inferior de cada columna de líquido tiene el mismo valor p.

La diferencia entre p y p_0 es $\rho g h$, donde h es la distancia que hay de la parte superior a la parte inferior de la columna de líquido. Por lo tanto, todas las columnas tienen la misma altura.

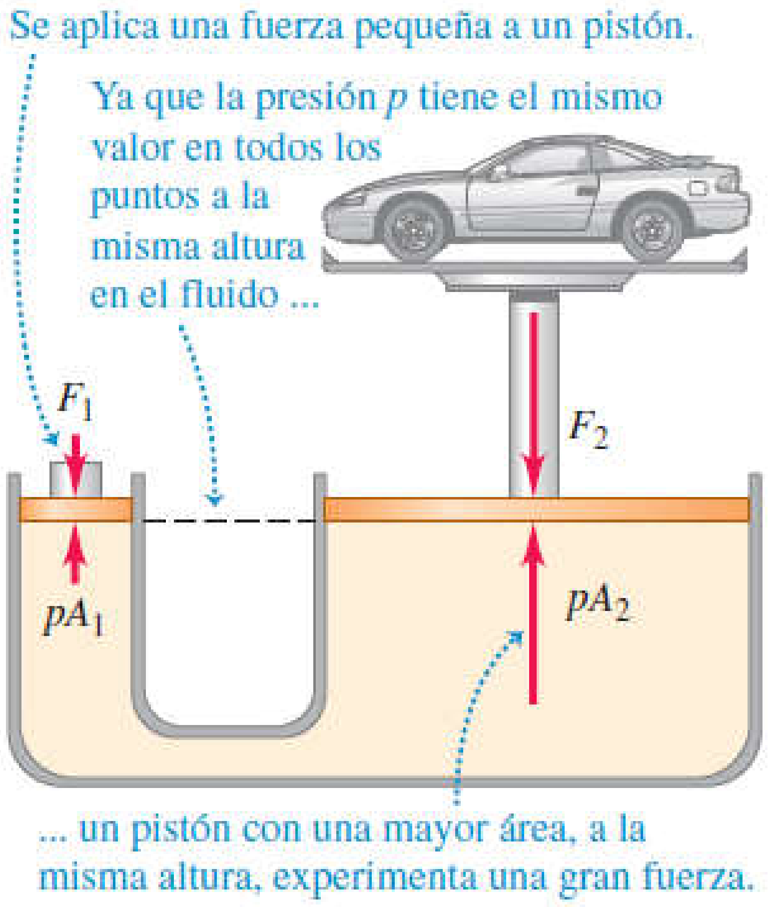
Si aumentamos la presión p_0 *en la superficie superior* usando un pistón que ajuste herméticamente en el recipiente para empujar contra la superficie del fluido, la presión *p a cualquier profundidad aumenta exactamente* en la misma cantidad.

Ley de Pascal (1653): La presión aplicada a un fluido encerrado se transmite sin disminución a todas las partes del fluido y a las paredes del recipiente.

Si aumentamos en un lugar la presión sobre un fluido en una cantidad Δp, cualquier otra parte del fluido experimenta el mismo aumento de la presión

LEY DE PASCAL

12.7 El elevador hidráulico es una aplicación de la ley de Pascal. El tamaño del recipiente lleno de fluido se ha exagerado por claridad.



Elevador hidráulico: un pistón con área transversal pequeña A_1 *ejerce una fuerza* F_1 *sobre la superficie de un* líquido (aceite).

La presión aplicada $p = F_1 A_1$ *se transmite a través del tubo conector* a un pistón mayor de área A_2.

La presión aplicada es la misma en ambos cilindros:

$$p = \frac{F_1}{A_1} = \frac{F_2}{A_2} \quad \rightarrow F_2 = \frac{A_2}{A_1} F_1$$

Elevador hidráulico: dispositivo multiplicador de la fuerza con un factor de multiplicación igual al cociente de las áreas de los dos pistones. (sillas de los dentistas, gatos hidráulicos para autos, muchos elevadores y los frenos hidráulicos se basan en este principio.

PRESIÓN ABSOLUTA Y MANOMÉTRICA

Si la presión dentro de un neumático es igual a la presión atmosférica, el neumático estará desinflado.

La presión debe ser *mayor que la atmosférica para poder sostener el* vehículo, la cantidad significativa es la *diferencia entre las presiones interior y* exterior.

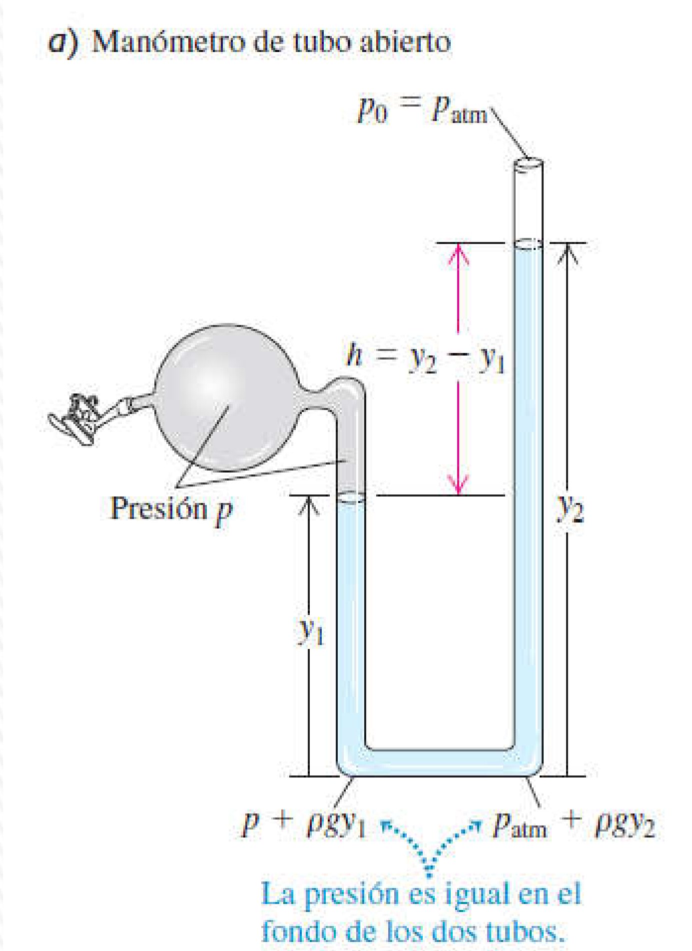
Cuando decimos que la presión de un neumático es de "32 libras" (en realidad 32 lb/in^2, igual a 220 kPa o $2{,}2\times10^5$ Pa), queremos decir que es *mayor que la* presión atmosférica (14,7 lb/in^2 o $1{,}01\times10^5$ Pa) en esa cantidad. La presión *total en* el neumático es de 47 lb/in^2, o 320 kPa.

El exceso de presión más allá de la atmosférica suele llamarse **presión manométrica, y la presión total se llama presión absoluta.**

psig y psia: "lb/in^2 manométrica" y "lb/in^2 absoluta", (*pounds per square inch gauge y pounds per square inch absolute).*

***Si la presión es menor que la atmosférica, como en un vacío* parcial, la presión manométrica es negativa**.

MEDIDORES DE PRESIÓN



Manómetro de tubo abierto

*T*ubo en forma de U con líquido de densidad ρ, (mercurio o agua) .
Extremo izquierdo conectado al recipiente donde se medirá la presión *p, y el extremo derecho abierto a la atmósfera, con* $p_0 = p_{atm}$.

Presión en el fondo del tubo debida al fluido de la columna izquierda es $p + \rho g y_1$, *y la debida al* fluido de la columna derecha es $p_{atm} + \rho g y_2$.

Estas presiones se miden al mismo nivel, así que deben ser iguales:

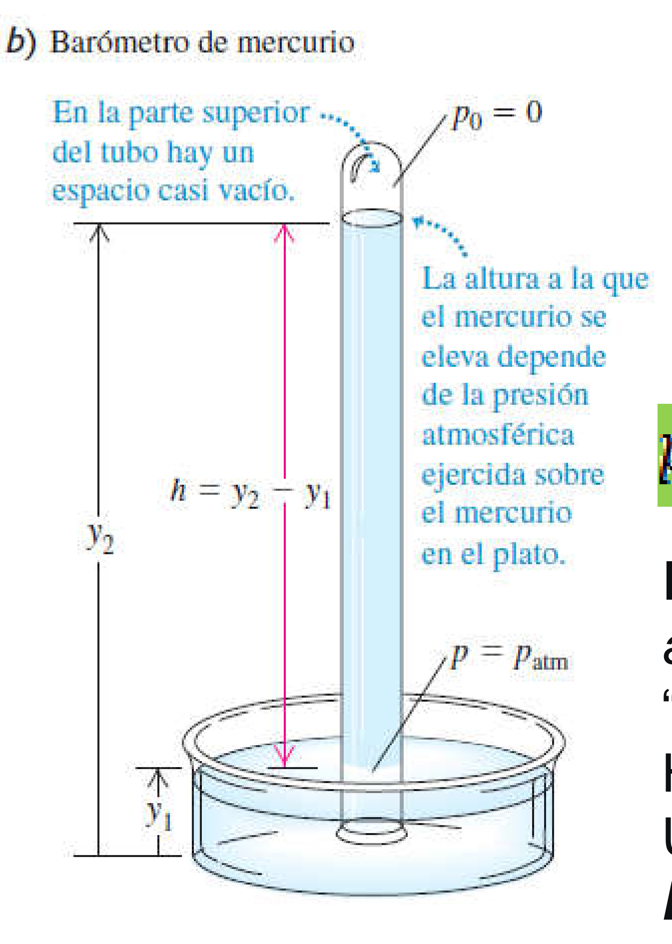
$$p + \rho g y_1 = p_{atm} + \rho g y_2$$

$$p - p_{atm} = \rho g (y_2 - y_1) = \rho g h$$

p es la presión absoluta,
y la diferencia $p - p_{atm}$ ***entre la presión* absoluta**
y la atmosférica es la presión manométrica

MEDIDORES DE PRESIÓN

Barómetro de mercurio



Tubo largo de vidrio, cerrado por un extremo, que se llena con mercurio y luego se invierte sobre un plato con mercurio.
***El espacio arriba de la columna* solo contiene vapor de mercurio, cuya presión es insignificante, presión p_0 arriba de la columna prácticamente cero.**

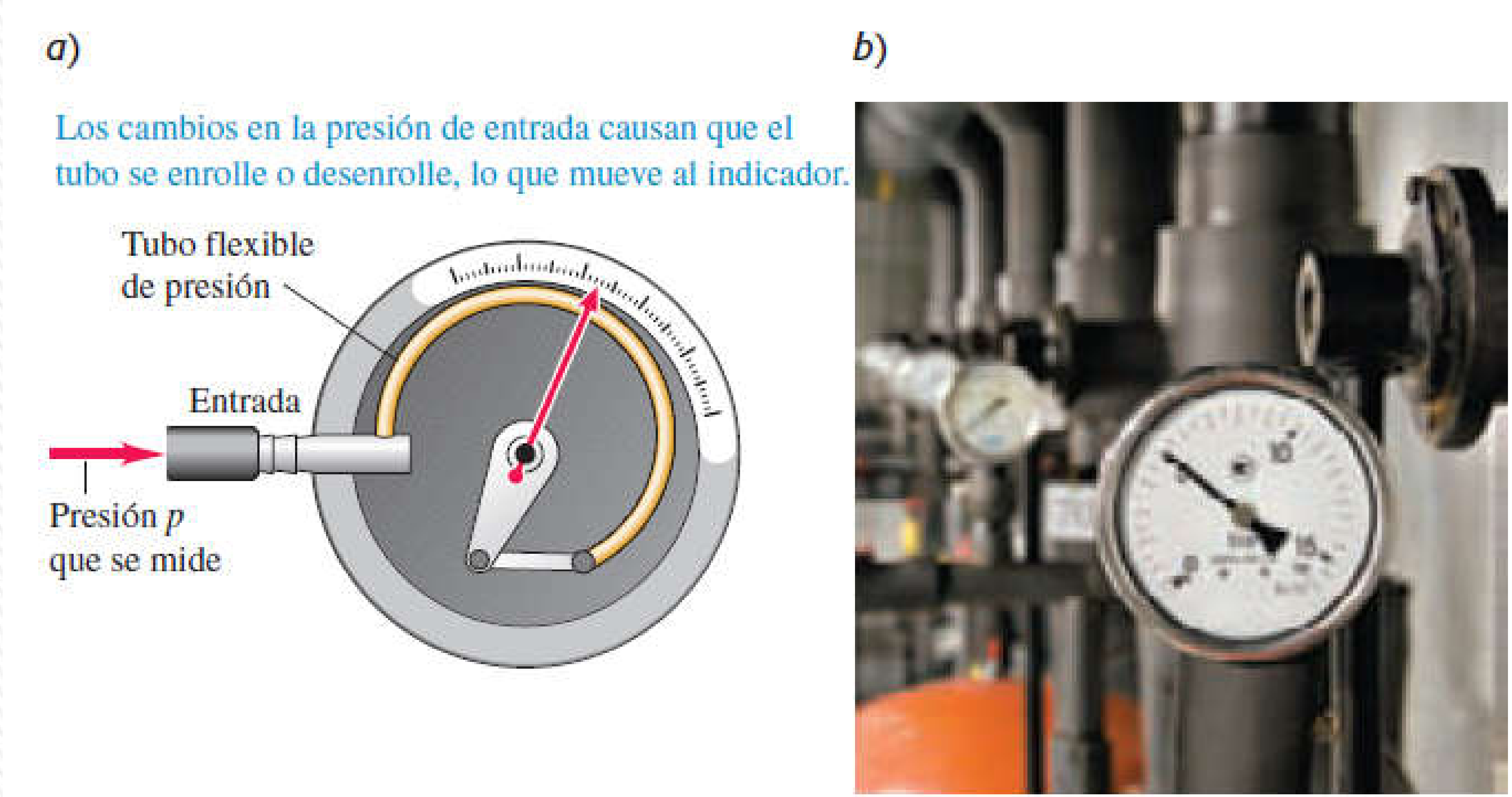
$$p_{atm} = p = 0 + \rho g(y_2 - y_1) = \rho g h$$

Indica la presión atmosférica p_{atm} *directamente a partir* de la altura de la columna de mercurio. “milímetros de mercurio” (que se abrevia mm Hg).
Una presión de 1 mm Hg es *1 torr, en honor de* ***Evangelista* Torricelli,** inventor del barómetro de mercurio (**1643**).

Depende de ρ del mercurio, que varía con la temperatura, y de *g, que* varía con el lugar.

MEDIDORES DE PRESIÓN

Muchos tipos de medidores de presión usan un recipiente flexible sellado. Un cambio en la presión adentro o afuera del recipiente provoca un cambio en sus dimensiones, que se detecta de manera óptica, eléctrica o mecánica (**manómetros del tipo de tubo de Bourdon**)



MEDIDORES DE PRESIÓN

Aplicación **Manómetro para medir la presión arterial**

Lecturas de presión arterial, tales como el 130/80, dan las presiones manométricas máxima y mínima en las arterias, medidas en mm Hg o en torr. La presión arterial varía con la posición vertical dentro del cuerpo; el punto de referencia estándar es la parte superior del brazo, a la altura del corazón.

Esfingomanómetro, más conocido como **tensiómetro.**

Las unidades son milímetros de columna de mercurio o Torr

FLOTACIÓN

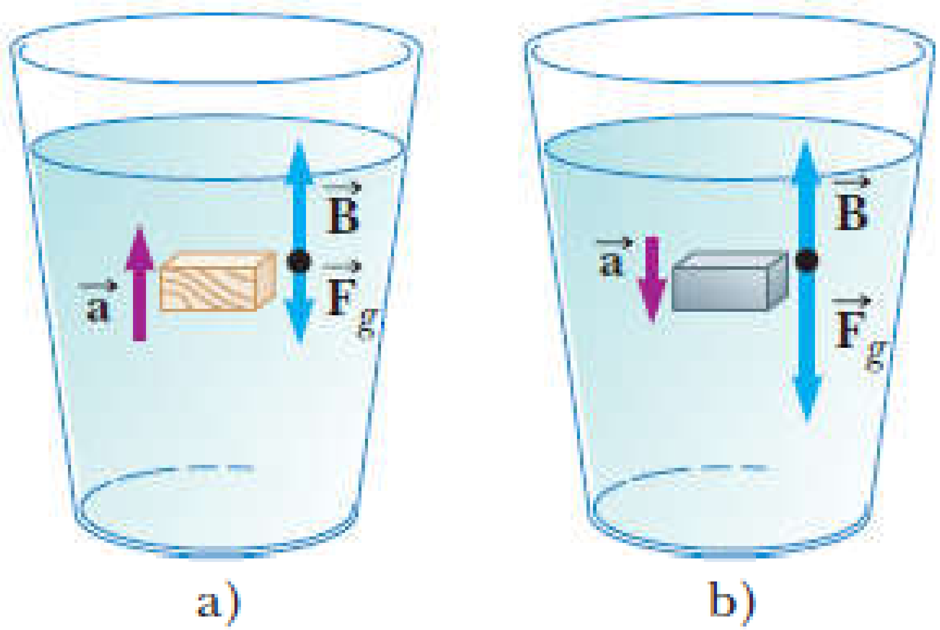
Flotación: un cuerpo sumergido en agua parece pesar menos que en el aire. Si el cuerpo es menos denso que el fluido, entonces flota.

El cuerpo humano normalmente flota en el agua, y un globo lleno de helio flota en el aire. **(Arquímedes: -287 a -212)**.

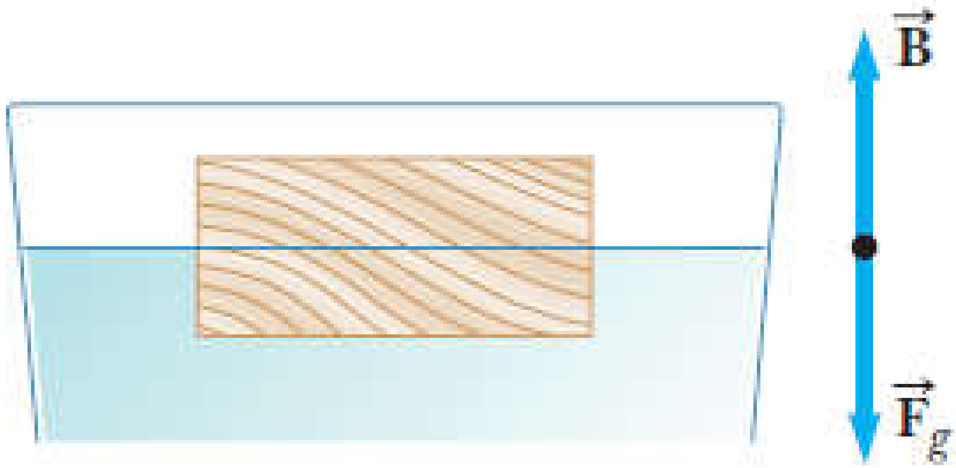
Principio de Arquímedes: si un cuerpo está parcial o totalmente sumergido en un fluido, éste ejerce una fuerza hacia arriba (empuje B) sobre el cuerpo igual al peso del fluido desplazado por el cuerpo.

La fuerza de empuje *no es una nueva fuerza que aparece en los fluidos. De hecho, la* causa física de la fuerza de empuje es la diferencia de presiones entre las partes superior e inferior del objeto, que muestra ser igual al peso del fluido desplazado

FLOTACIÓN

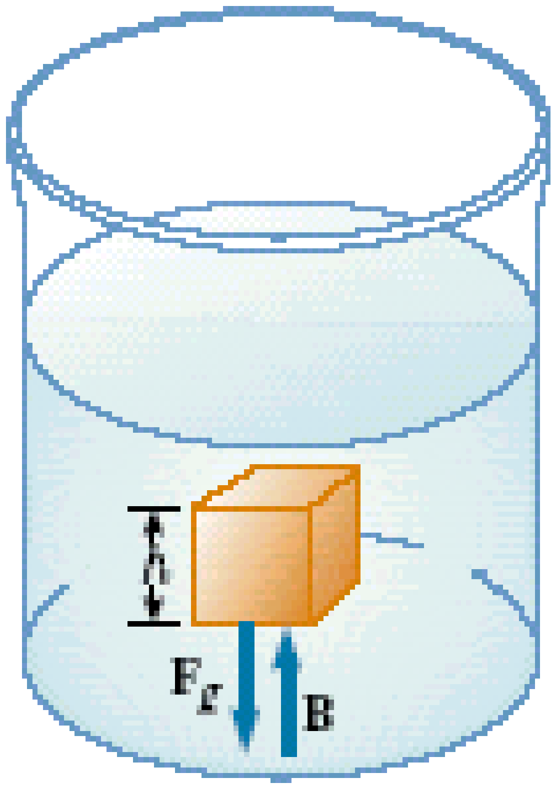


a) Un objeto totalmente sumergido menos denso que el fluido en el que se sumerge experimenta una fuerza neta hacia arriba.
b) Un objeto totalmente sumergido y que es mas denso que el fluido experimenta una fuerza neta hacia abajo.



Un objeto que flota sobre la superficie de un fluido experimenta dos fuerzas, la fuerza gravitacional $\mathbf{F_g}$ y la fuerza de flotación **B.**
Puesto que el objeto flota en equilibrio, $B = F_g$.

FLOTACIÓN



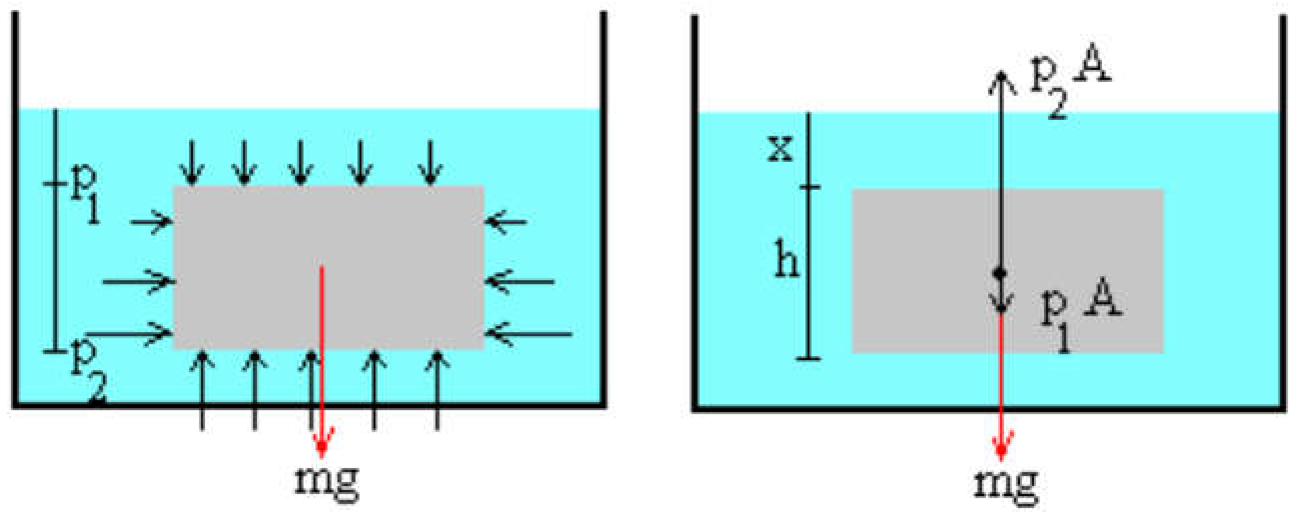
Para un cuerpo de volumen *V* y densidad ρ totalmente sumergido en un fluido de densidad ρ_f, la fuerza neta sobre él es:

$$B - mg = (\rho_f - \rho)Vg$$

Para un cuerpo en flotación, de densidad ρ y volumen V, que tiene un volumen sumergido en el fluido V_S, se tiene

$$\frac{\rho}{\rho_f} = \frac{V_S}{V}$$

FLOTACIÓN



Consideremos un cilindro de sección A y altura h totalmente sumergido.
Sobre la cara superior, debido a la presión del fluido, se le ejerce una fuerza hacia abajo igual a: $F_1 = p_1 . A$
Sobre la cara inferior, debido a la presión del fluido, se le ejerce una fuerza hacia arriba igual a: $F_2 = p_2 . A = (p_1 + \rho_f . g . h) A$
Surge una fuerza neta vertical hacia arriba igual a: $\Delta F = F_2 - F_1 . = \rho_f . g . h A$
$\Delta F = \rho_f . g . h A = \rho_f . g . (h A) = m_f g = B$ (empuje)

La línea de acción de la fuerza de flotación pasa por el centro de gravedad del fluido desplazado (que no necesariamente coincide con el centro de gravedad del cuerpo)

FLOTACIÓN

Si un globo flota en equilibrio en el aire, su peso (incluido el gas en su interior) debe ser igual al del aire desplazado por el globo.

La carne de un pez es más densa que el agua; sin embargo, el pez puede flotar mientras está sumergido porque tiene una cavidad llena de gas dentro de su cuerpo. Esto hace que la densidad *media del pez sea igual a la del agua, de manera que su peso neto es igual al peso* del agua que desplaza.

Un cuerpo cuya densidad media es *menor que la de un líquido* puede flotar parcialmente sumergido en la superficie superior libre del líquido.

Globos de aire caliente. Debido a que el aire caliente es menos denso que el aire frío, hay una fuerza neta ascendente sobre los globos

FLOTACIÓN

Geraldine Prentice/Getty

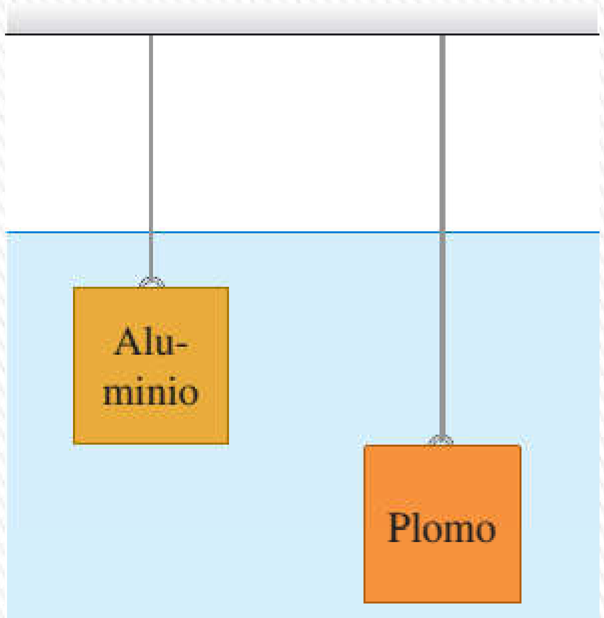
a)

b)

a) Gran parte del volumen de este iceberg está bajo el agua (90%).
b) Una embarcación puede resultar dañada incluso cuando no esté cerca del hielo visible.

PREGUNTA PARA EL ANÁLISIS

Dos cubos de idéntico tamaño, uno de plomo y el otro de aluminio, están suspendidos a diferentes profundidades por medio de dos alambres en un tanque de agua .



a) ¿Cuál de los cubos experimenta una mayor fuerza de flotación?

b) ¿Para cuál de los dos es mayor la tensión en el alambre?

c) ¿Cuál de los cubos experimenta una mayor fuerza sobre su cara inferior?

d) ¿Para cuál de los cubos la diferencia en la presión entre las caras superior e inferior es mayor?

EJEMPLO: ejercicio 7.1

La densidad del hielo es 920 kg/m^3 mientras que la del agua de mar es 1025 kg/m^3 ¿Qué fracción de un iceberg se halla sumergida?

¿Qué relación encuentra entre el resultado obtenido y el hecho de que los icebergs hayan sido históricamente muy peligrosos para la navegación?

La fracción del iceberg que permanece sumergida, está dada por la relación entre el volumen de agua mar desplazada dividido el volumen del iceberg,
El iceberg desplazará un volumen de agua mar V_{AM}, tal que su peso sea igual al del iceberg. Sea V_H el volumen del iceberg:

$$\rho_{AM} V_{AM} g = \rho_H V_H g$$

$$\frac{V_{AM}}{V_H} = \frac{\rho_H}{\rho_{AM}} = \frac{920}{1025} = 0{,}89756$$

89,8% del volumen del iceberg se halla sumergido

Preguntas preliminares

1) ¿Qué fuerza aproximada ejerce la atmósfera sobre la parte superior de nuestra cabeza?

La presión atmosférica normal vale: $1{,}013\times10^{5}$ Pa,
podemos asumir que el área de la parte superior de la cabeza sea aproximadamente de 250 cm^2 = $2{,}50\times10^{-2}$ m^2
Por tanto: F= P.A= $(1{,}013\times10^{5}$ Pa$)\times(2{,}50\times10^{-2}$ $m^2)$ = 2533 N

Es decir como si tuviéramos un peso de 2533 N (algo así como 250 kg fuerza)

2) Medida de presión arterial: 140/80 ¿qué?

El instrumento de medición de la presión arterial expresa el resultado en milímetros de columna mercurio (Torr)… es decir la presión máxima serían 140 mm Hg de presión manométrica… aproximadamente 18,7 kPa.
Es decir la presión absoluta serían algo así como 120 kPa.

PREGUNTA RÁPIDA

Un vaso con agua contiene cubos de hielo flotantes. Cuando el hielo se funde, ¿el nivel del agua en el vaso:

a) sube,

b) baja, ó

c) permanece igual?

Cuando el hielo se funde, el nivel del agua en el vaso permanece igual.
La razón por la que el nivel del agua no aumenta es porque el hielo flota y al derretirse se contrae.
Entonces, el nivel de agua en el vaso no se modifica. Si x kg de hielo desplazan un volumen equivalente a x kg de agua, los x kg de agua que provienen del hielo ocupan el volumen de agua desplazado, lo que significa que no hay variación en el nivel de agua.

PREGUNTA RÁPIDA

Uno de los problemas predichos debidos al calentamiento global es que el hielo en las capas de hielo polares se fundirá y elevará el nivel del mar en todas partes del mundo.

¿Hay más preocupación por el hielo:

a) en el polo norte, donde la mayoría del hielo flota en el agua;
b) en el polo sur, donde la mayoría del hielo se asienta en tierra;
c) en ambos polos o;
d) en ningún polo?

b) En el polo sur, donde la mayoría del hielo se asienta en tierra;

De acuerdo a la respuesta anterior, como en el polo norte, donde la mayoría del hielo flota en el agua, éste derretimiento del hielo que flota, no produciría un aumento en el nivel del mar.

PREGUNTA RÁPIDA

Una persona en un bote que flota en el agua de una piscina lanza por la borda un ancla de hierro, que estaba originalmente dentro del bote, y se hunde dentro de la piscina. ¿Qué ocurre con el nivel de la piscina lago?

a) Se eleva.
b) Baja.
c) Permanece igual.
d) No se puede determinar…

El nivel del agua en la pisicina baja.
Inicialmente cuando el ancla está en el bote, y por tanto flotando, por el principio de Arquímedes se debe haber desplazadp un volumen de agua igual al peso del ancla.
Si el volumen del ancla es V, entonces el volumen desplazado inicial vale aproximadamente 7,8V (7,8 es el valor de la densidad relativa del hierro).
Cuando se tira el ancla dentro del agua, el volumen de agua desplazado será simplemente V.

Por tanto el nivel de la pisicina baja!

Ejemplo: ejercicio 7.2

Globos esféricos con helio, que tienen masa de 5,00 g cuando están desinflados y con radio de 20,0 cm cada uno cuando están inflados, son utilizados por un niño de 20,0 kg para levantarse a sí mismo del suelo. ¿Cuántos globos se necesitan si la densidad del helio es 0,179 kg/m^3 y la densidad del aire es 1,29 kg/m^3?

Volumen de c/ globo inflado: $V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi(0{,}200)^3 = 3{,}351\times10^{-2}\ \text{m}^3$

Cada globo producirá un empuje dado por: $B = V\rho_{aire}\, g$

El peso total de cada globo inflado vale: **P** $= V\rho_{helio}\, g + m_g g$

Por lo tanto el "empuje neto" vale: $B_{neto} = B - P = V\rho_{aire}\, g - = V\rho_{helio}\, g + m_g g$

$$B = Vg(\rho_{aire} - \rho_{He}) - m_g g = 3{,}2230 \times 10^{-2}\ kg$$

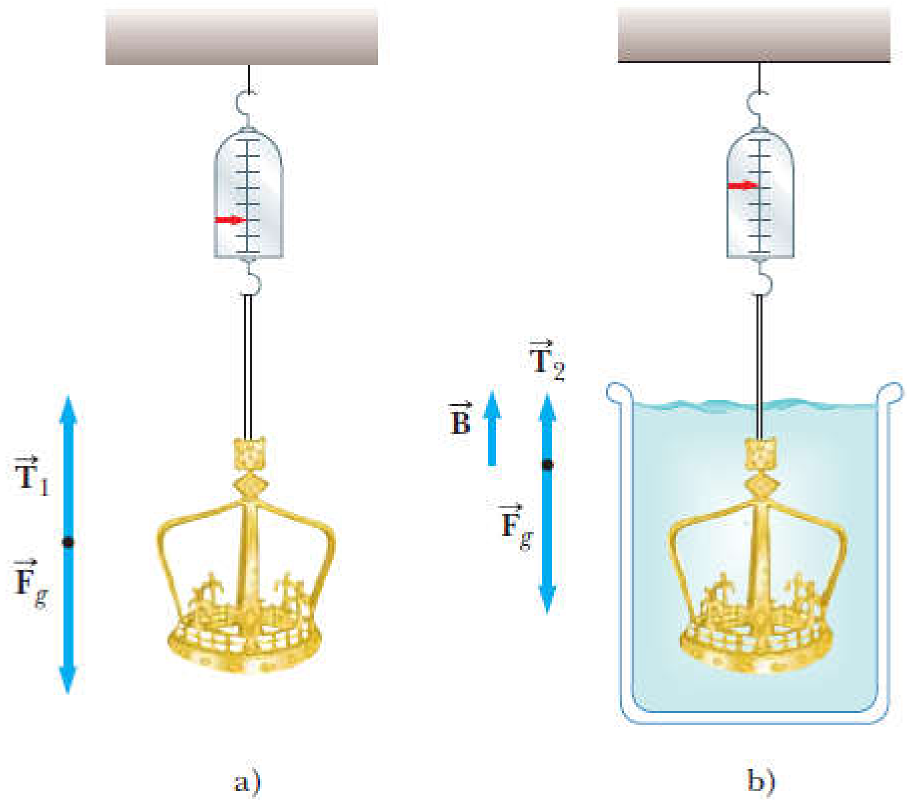
Si N es el número de globos, entonces se debe cumplir que:
$W_{niño} = N.B_{neto}$

$$N = \frac{W_{niño}}{B} = \frac{20}{3{,}2230\times10^{-2}} = 620{,}54$$

Se necesitan como mínimo 621 globos

Ejemplo: ejercicio 7.4 ¡Eureka!

Según la tradición a Arquímedes se le pidió determinar si una corona hecha para el rey consistiera de oro puro. De acuerdo con la leyenda, el resolvió este problema al pesar la corona primero en aire y luego en agua, como se muestra en la figura. Suponga que lectura en la balanza es 7,84 N cuando la corona estaba en aire y 6,84 N cuando estaba en agua. ¿Qué dijo Arquimedes al rey?



Cuando la corona está suspendida en aire, la lectura en la balanza es el peso real $T_1 = F_g$ *(se desprecia* la pequeña fuerza de flotación debida al aire circundante).
Cuando la corona se sumerge en agua, la fuerza de flotación **B** reduce la lectura de la balanza a un peso *aparente:*
$T_2 = F_g - B.$

Ejemplo: ejercicio 7.4 ¡Eureka!

$$\sum F = B + T_2 - F_g = 0 \qquad B = F_g - T_2 = 7.84\ \mathrm{N} - 6.84\ \mathrm{N} = 1.00\ \mathrm{N}$$

Ya que esta fuerza de flotación es igual en magnitud al peso del agua desplazada, $\rho_a g V_a = 1{,}00$ *N, donde* V_a *es el volumen del* agua desplazada y ρ_a *es su densidad.*
Además, el volumen de la corona V_c *es igual al volumen del agua desplazada porque la* corona está completamente sumergida.

$$V_c = V_a = \frac{1.00\ \mathrm{N}}{\rho_a g} = \frac{1.00\ \mathrm{N}}{(1\,000\ \mathrm{kg/m^3})(9.80\ \mathrm{m/s^2})} = 1.02 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^3}$$

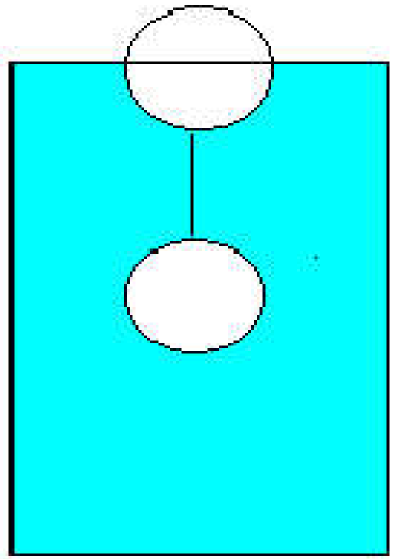
La densidad de la corona vale:

$$\rho_c = \frac{m_c}{V_c} = \frac{m_c g}{V_c g} = \frac{7.84\ \mathrm{N}}{(1.02 \times 10^{-4}\ \mathrm{m^3})(9.80\ \mathrm{m/s^2})} = 7.84 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$

Como la densidad del oro es $19{,}3 \times 10^3$ kg/m^3.
Arquímedes debió informar al rey que lo habían engañado: o la corona estaba hueca o no estaba hecha de oro puro.

EJEMPLO: ejercicio 7.5

Dos esferas de igual volumen están sujetas mediante un hilo de masa despreciable. La esfera inferior tiene una masa tres veces mayor que la superior. El conjunto se halla sumergido en agua, de modo que en equilibrio, sólo queda por encima del nivel del agua la mitad de la esfera superior, tal como se muestra en la figura. Si el volumen de cada esfera es de 1,30 dm^3, ¿cuánto vale la tensión del hilo?



El peso de las dos esferas debe ser igual al empuje, por tanto su masa total (M+3M) debe valer lo mismo que la masa del agua desplazada: $m = 1{,}5V\rho_{H20} = 4M$
Equilibrio de esfera superior: $B_1 = Mg + T$
Equilibrio de esfera inferior: $3Mg = B_2 + T$

Pero $B_2 = 2B_1$ entonces: $Mg = B_1 - T$
$3(B_1 - T) = 2B_1 + T$
$B_1 = 4T$

$$T = \frac{1}{4}B_1 = \frac{1}{4}\frac{1}{2}V\rho_{H_2O}g = \frac{1}{8}(1{,}30\ dm^3)\left(1{,}00\,\frac{kg}{dm^3}\right)(9{,}8\ m/s^2) = 1{,}5925\ \text{N}$$

T = 1,59 N