Parcial 2: Astronomía Fundamental
30 de mayo de 2022

1. (2022) Pruebe que el ángulo de la vertical ν viene dado por:

$$\tan\nu \simeq \frac{e^2\sin 2\phi}{2(1-e^2\sin^2\phi)}$$

donde ϕ es la latitud geodésica y e la excentricidad del esferoide estándar tal que $(1-f)=\sqrt{1-e^2}$ con f la razón focal **(10 puntos)**.
Recordar que $\tan(a+b)=(\tan a+\tan b)/(1+\tan a\tan b)$ y $\sin(2a)=2\sin a\cos a$
Recordar que $\tan(a\pm b)=(\tan a\pm\tan b)/(1\mp\tan a\tan b)$ y $\sin(2a)=2\sin a\cos a$

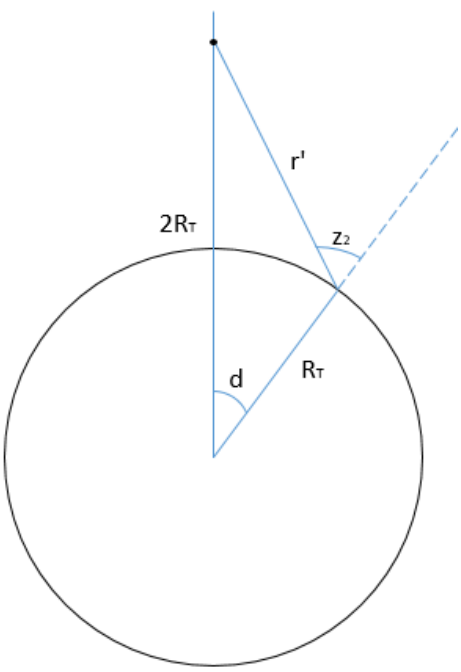
Respuesta:

$\nu=\phi-\phi' \implies \tan\nu=\tan(\phi-\phi')=\frac{\tan\phi-\tan\phi'}{1+\tan\phi\tan\phi'}$

En clase vimos que $x_0=x+h\cos\phi$, $y_0=y+h\sin\phi$, $x=aC\cos\phi$ y $x=aS\sin\phi$ con $S=(1-f)^2C$. Así obtenemos $\tan\phi=\frac{1}{(1-f)^2}\frac{y}{x}$. Si hacemos la aproximación $h\sin\phi \lll y$ y $h\cos\phi \lll x$ obtenemos $\tan\phi'\simeq\frac{y}{x}$ y entonces podemos escribir $\tan\phi\simeq\frac{1}{(1-f)^2}\tan\phi'$ de donde $\tan\phi'\simeq(1-e^2)\tan\phi$ Sustituimos en la expresión para $\tan\nu$ y encontramos $\tan\nu\simeq\frac{e^2\sin 2\phi}{2(1-e^2\sin^2\phi)}$

2. (2022) Dos observadores ubicados en las siguientes coordenadas geográficas $(\lambda_1,\phi_1)=(30°,0°)$ y $(\lambda_2,\phi_2)=(75°,60°)$ observan simultáneamente a un satélite que se encuentra a una distancia geocéntrica $r=2R_T$. El primer observador reporta ver al satélite en el cenit. Asumiendo que la Tierra es esférica de radio R_T y despreciando los efectos de refracción y aberración: ¿a qué acimut y altura observará al satélite el segundo observador? **(10 puntos)**

Respuesta:



La altura h_2 vista por el observador 2 es $h_2=90-z_2$ con z_2 la distancia cenital. Necesitaremos conocer la distancia angular d entre ambos observadores y la distancia topocéntrica r' al satélite desde el observador 2.

Planteamos el triángulo esférico que conecta a los observadores 1 y 2 con el PGN y obtenemos $d = 69,295°$ aplicando la fórmula del coseno: $\cos d = \sin\phi_1 \sin\phi_2 + \cos\phi_1 \cos\phi_2 \cos\Delta\lambda$

Para hallar r' aplicamos el teorema del coseno para triángulos planos: $r'^{\,2} = 4R_T^2 + R_T^2 - 4R_T^2 \cos d$, de donde se obtiene $r\prime = 1,8936R_T$

Ahora podemos calcular h_2 aplicando el teorema del seno para triángulos planos: $\frac{\sin d}{r'} = \frac{\cos h_2}{2R_T} \implies h_2 = 8,8945°$

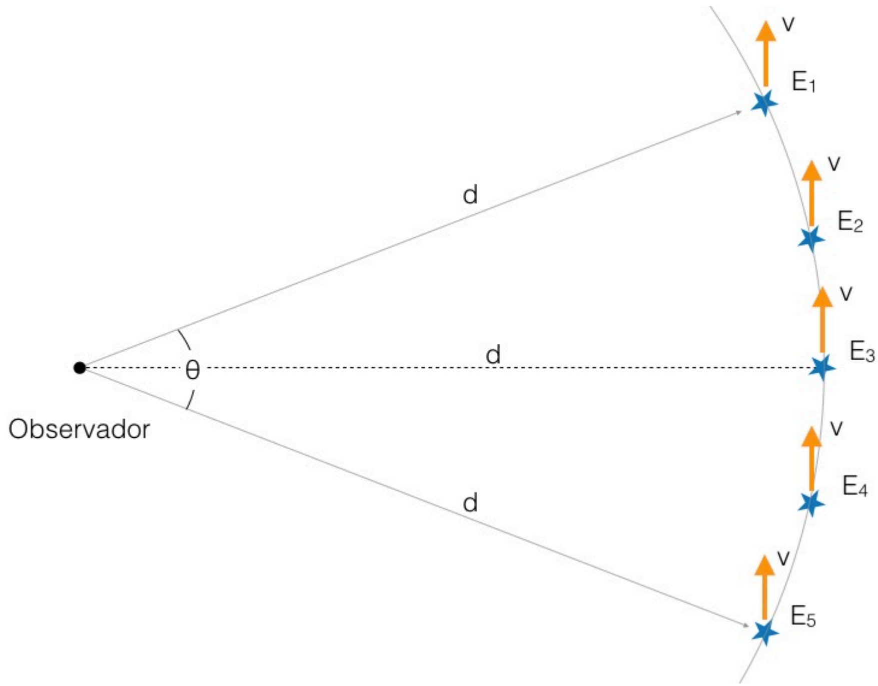
Para calcular el acimut, A, debemos notar que como el objeto está en el cenit para el observador 1, su declinación δ debe ser igual a la latitud de ese observador $\phi_1 = \delta = \phi_1 = 0$. Con esto, podemos aplicar el teorema del coseno al triángulo de posición del observador 2: $\sin\delta = \sin\phi_2 \sin h_2 + \cos\phi_2 \cos h_2 \cos A \implies A = 105,7275°$.

3. (2022) Considere un conjunto de 5 estrellas $E_1,\ E_2,\ ...,\ E_5$ que se mueven en la Galaxia con una misma velocidad lineal $v = 10\ km/s$ y se encuentran a una misma distancia $d = 100\ pc$ del observador. Respecto del observador, las 5 estrellas se distribuyen homogéneamente en un arco de amplitud $\theta = 10°$ sobre un círculo máximo como se muestra esquemáticamente en la figura.

   (a) ¿Cuánto valen los movimientos propios μ y velocidades radiales v_{rad} de cada estrella? **(5 puntos)**

   (b) ¿Cuánto valdrían los movimientos propios μ y las velocidades radiales v_{rad} de cada estrella si la distancia entre el observador y la estrella E_3 cambia a $d = 50\ pc$? **(5 puntos)**

   (c) ¿Cómo interpreta los resultados anteriores en términos de la utilidad de los movimientos propios y las velocidades radiales para distinguir grupos de estrellas de igual velocidad lineal entre estrellas de la Galaxia que se mueven con distintas velocidades lineales? **(3 puntos)**

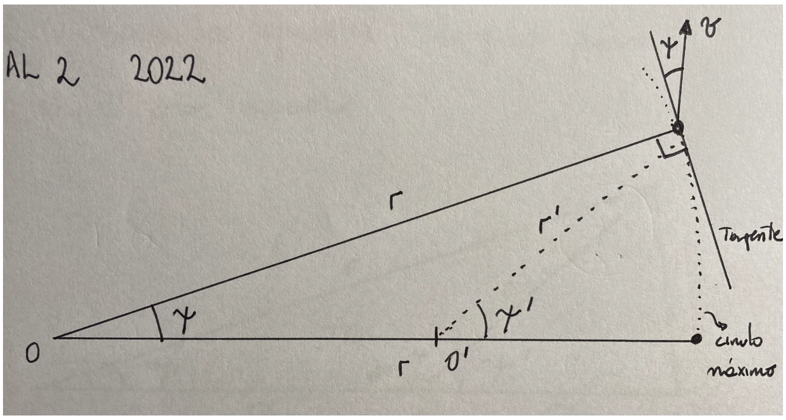


Respuesta: Consideramos la figura anterior con el observador en O. Para el caso de una estrella la velocidad radial v_{rad} y el movimiento propio μ vienen dados por $v_{rad} = v\sin\Psi$ y $\mu = \frac{v}{r}\cos\Psi$. Si ahora el observador se desplaza a O', acercándose a la estrella, tendremos $v'_{rad} = v\sin\Psi'$ y $\mu' = \frac{v}{r'}\cos\Psi'$.

Cuando el observador se mueve a O' las distancias a cada estrella dejan de ser iguales.

Ahora nos resta conocer r'. Aplicamos el teorema del coseno al triángulo de lados $r, r/2, R'$ y obtenemos $r' = r(5/4 - \cos\Psi)^{1/2}$ y aplicando el teorema del seno al mismo triángulo obtenemos Ψ': $\sin\Psi' = \frac{r}{r'}\sin\Psi$.

Con estas ecuaciones podemos hacer los cálculos requeridos para las partes a y b. Los resultados se muestran en la tabla.



E	r $[pc]$	Ψ $[°]$	v_{rad} $[km/s]$	$\mu \times 10^{-15}$ $[rad/s]$	r' $[pc]$	Ψ' $[°]$	v'_{rad} $[km/s]$	$\mu' \times 10^{-15}$ $[rad/s]$
1	100	5	0.87155	3.228107	50.3791	9.962175	1.72997	6.333903
2	100	2.5	0.43619	3.237355	50.0951	4.995183	0.87071	6.443738
3	100	0	0	3.240440	50	0	0	6.480880
4	100	357.5	-0.43619	3.237355	50.0951	-4.995183	-0.87071	6.443738
5	100	355	-0.87155	3.228107	50.3791	-9.962175	-1.72997	6.333903

Cuadro 1: Resultados. Nótese la repetición esperada de algunos valores y el cambio de signo de otros.

Parte c: La conclusión es que una misma población produce valores de v_{rad} y μ mayores y más dispersos conforme se le observa desde más cerca. Así, como v_{rad} y μ adquieren más valores posibles, las estrellas del conjunto son más fácilmente confundibles con estrellas de la Galaxia las cuales hemos supuesto que se mueven en un amplio rango de velocidades.