CIENCIAS PLANETARIAS

3er Parcial (35 puntos)

27 de junio de 2022

1. (7 puntos) Asumiendo un modelo de dipolo, el momento magnético del campo terrestre es $M_\oplus = 7{,}9 \times 10^{15}$ T m^3. **a)** Calcular la intensidad del campo magnético terrestre en el polo y en el ecuador expresada en Gauss. **b)** ¿A qué altura sobre la superficie terrestre la intensidad del campo cae a la décima parte de su valor en la superficie de la Tierra?

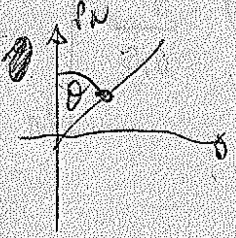
2. (9 puntos) Considere una población de asteroides que sigue la ley cumulativa $N_c(R) = KR^{-2{,}5}$. **a)** Sabiendo que hay 20 asteroides con radio mayor a 100 km, estimar el radio R_{max} del mayor asteroide de la población. **b)** Asumiendo igual densidad para todos calcular el radio R_h para el cual la masa total contenida en los asteroides con radio $R < R_h$ es igual a la masa total contenida en los asteroides con radio $R > R_h$.

3. (9 puntos) El espectrografo de un observatorio permite detectar variaciones de velocidad radial de hasta 3 m/seg. Para un planeta extrasolar orbitando a 2 ua de una estrella como el Sol, **a)** ¿cuál sería la mínima masa planetaria detectable con este espectrografo? **b)** Si la densidad de ese planeta fuera 5000 kg/m^3 ¿cuanto sería la caída en la luminosidad $\Delta L/L$ de la estrella en caso de producirse un tránsito?

4. (10 puntos) Considerando el modelo MMSN $\sigma(r) = \sigma_0(r/1ua)^{-1{,}5}$ con r en ua y $\sigma_0 = 1700$ gr/cm^2, **a)** calcular la masa que había originalmente en el disco protoplanetario en la región entre 20 ua y 30 ua. **b)** Suponiendo que toda esa masa se acretó en núcleos cometarios de densidad 1000 kg/m^3 y radio 5 km estimar el numero de cometas que se podrían haber formado en esa región. Compárelo con el numero estimado de cometas en la nube de Oort (10^{12} cometas).

Datos:
$G = 6{,}67 \times 10^{-11}$ (sistema MKS)
$R_\oplus = 6370$ km
1 ua $= 150 \times 10^6$ km
$M_\odot = 2 \times 10^{30}$ kg
$R_\odot = 696000$ km
año $= 365{,}25 \times 24 \times 3600$ seg

(1) $M_\oplus = 7,9 \times 10^{15}\ \mathrm{T\,m^3}$



$\theta = 0 \to$ polo

$\theta = 90$ ecuador

$$B = \frac{M_\oplus}{r^3}\left(3\cos^2\theta + 1\right)^{1/2} \to B_{polo} = B_{ec} \cdot \sqrt{4}$$

$r^3 \to R_\oplus$

$$\frac{M_\oplus}{R_\oplus^3} = 3,06 \times 10^{-5}\ \mathrm{T} = 0,306\ \mathrm{Gauss}$$

(b) $$\frac{M_\oplus}{x^3} = \frac{M_\oplus}{R_\oplus^3} \cdot \frac{1}{10} \Rightarrow x^3 = R_\oplus^3 \cdot 10 \Rightarrow x = R_\oplus \cdot \sqrt[3]{10} = 2,15 \times R_\oplus$$

$$\boxed{h = 1,15\, R_\oplus}$$

(3) $a = 2\,\mathrm{UA} \to P^2 = a^3 \Rightarrow \boxed{P = 2^{3/2}\ \text{años}}$

$$V = \left[\frac{2\pi G}{P}\right]^{1/3} \cdot \frac{m}{M_\odot^{2/3}} \Rightarrow m = \frac{3}{1,67 \times 10^{-6}} \cdot M_\odot^{2/3} = \boxed{2,84 \times 10^{26}\ \mathrm{kg}}$$

$1,42 \times 10^{-4}\ M_\odot$

$V \to 3\ \mathrm{m/s}$

$\left[\frac{2\pi G}{P}\right]^{1/3} \to 1,67 \times 10^{-6}$

$$m = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \Rightarrow R = 2,38 \times 10^7\ \mathrm{m}$$

$$\boxed{\frac{\Delta L}{L} = \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^2 = 0,0011}$$

(1) $M = \int_{20}^{30} \sigma(r) \cdot 2\pi r \, dr = \frac{2\pi\sigma_0}{(1UA)^{-1,5}} \int_{20}^{30} r^{-0,5} dr = 2\pi\sigma_0 (1UA)^{1,5} \frac{r^{0,5}}{0,5}\Big|_{20}^{30}$

$\sigma(r) \to \sigma_0 \left(\frac{r}{1UA}\right)^{-1,5}$

$= 4\pi\sigma_0 \, 1UA^{1,5} \times \left(\sqrt{30}-\sqrt{20}\right) UA^{0,5} = 4\pi\sigma_0 \times 1,005 \, UA^2$

$\Rightarrow M = 4\pi\sigma_0 \times 1,005 \times \big(\underbrace{150\times10^6 \times 10^3 \times 10^2}_{cm}\big)^2 = 4,8\times10^{30} \, gr = 4,8\times10^{27} \, kg$

$M_N = \frac{4}{3}\pi (5km)^3 \cdot \rho = 5,24\times10^{14} \, kg \Rightarrow \frac{M}{M_N} = 9\times10^{12}$ cometas $\simeq 9\times$ Oort

(2) $N_c(R=100km) = 20 = K\times 100^{-2,5} \Rightarrow \boxed{K = 20\times100^{2,5}}$

$N_c(R_{MAX}) = 1 = K \cdot R_{MAX}^{-2,5} = 20\times100^{2,5} \cdot R_{MAX}^{-2,5} \Rightarrow R_{MAX}^{2,5} = 20\times100^{2,5}$

$\Rightarrow \boxed{R_{MAX} = 331,5 \, km}$

$M_{TOTAL} = \int_0^{R_{MAX}} N(R,R+dR) \cdot \frac{4}{3}\pi\rho R^3$

$N(R)-N(R+dR) = -\frac{dN}{dR} \cdot dR = 2,5 K R^{-3,5} dR$

$= 2,5\times K \times \frac{4}{3}\pi\rho \int_0^{R_{MAX}} R^{-0,5} dR = \frac{10}{3}\pi K\rho \frac{R^{0,5}}{0,5}\Big|_0^{R_{MAX}} = \frac{20}{3}\pi K\rho R_{MAX}^{0,5}$

$M_H = \frac{M_T}{2} \Rightarrow \frac{20}{3}\pi K\rho R_h^{0,5} = \frac{20}{3}\pi K\rho R_{MAX}^{0,5} \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{R_h = R_{MAX}/4}$