Parcial 3: Astronomía Fundamental
1 de julio de 2022

1. Considere una estrella que hoy posee coordenadas ecuatoriales $(\alpha_o, \delta_o) = (25°, 32°)$ y coordenadas eclípticas $(\lambda_o, \beta_o) = (35,08°, 20,09°)$. Considerando que la precesión luni-solar es un movimiento circular uniforme con un período de 26.000 *años*, que la oblicuidad de la eclíptica es constante $\varepsilon = 23°27'$ y despreciando otros efectos:

   a) Dibuje esquemáticamente la posición de la estrella en la esfera celeste indicando la posición de: el Polo Eclíptico Norte (K), el Polo Celeste Norte (PCN), el punto vernal (γ) los ángulos α_o, δ_o, λ_o y β_o, y el circulo de precesión cuyo radio es ε. Indique con una flecha la dirección del movimiento de γ debido a la precesión. **(4 puntos)**

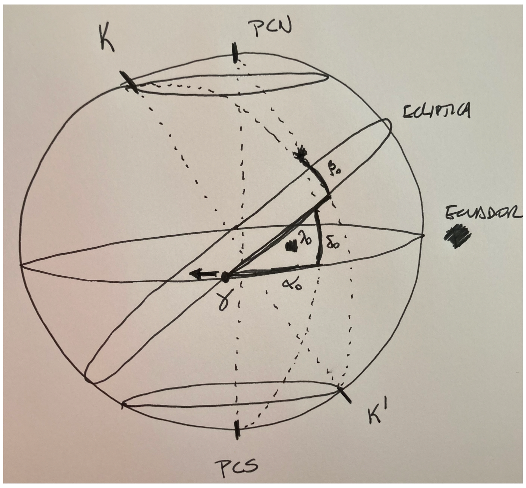
   b) ¿La declinación de la estrella aumentará o disminuirá por causa de la precesión? ¿Por qué? **(2 puntos)**

   c) ¿La ascensión recta de la estrella aumentará o disminuirá por causa de la precesión? ¿Por qué? **(2 puntos)**

   d) ¿Cuál será la mínima declinación δ_{min} de la estrella y en cuánto tiempo la alcanzará? **(4 puntos)**

   e) ¿Cuál es la latitud eclíptica del polo celeste norte para el día de hoy y dentro de 13000 años? **(2 puntos)**

Respuesta:
Parte a: Ver Figura.



Parte b: El cambio en declinación viene dado por $\Delta\delta = \sin\varepsilon \cos\alpha\ \Delta\lambda$. De la figura de la parte a, considerando que el punto γ se desplaza hacia el W la coordenada δ debe aumentar. Alternativamente, como $\sin\varepsilon\cos\alpha > 0$ y además λ aumenta, i.e., $\Delta\lambda > 0$, entonces $\Delta\delta > 0$ y por lo tanto δ aumentará.
Parte c: El cambio en asención recta viene dado por $\Delta\alpha = (\cos\varepsilon + \sin\varepsilon\sin\alpha\tan\delta)\Delta\lambda$. Por argumentos análogos e los de la parte b, α aumentará.
Parte d: Resolvemos el triángulo esférico de vértices KEP donde P es una posición del polo celeste posterior a la actual. Obtenemos $\sin\delta = \sin\lambda\sin\varepsilon\cos\beta + \cos\varepsilon\sin\beta$ de donde δ depende únicamente de λ porque los demás ámgulos son constantes. El valor de δ es mínimo cuando $\sin\lambda = -1$. Al sustituir este valor de $\sin\lambda$ obtenemos $\sin\delta = \cos\varepsilon \operatorname{sen}\beta - \sin\varepsilon\cos\beta$. En cuanto al tiempo, recordemos que $\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda = \lambda_0 + \Psi t$. Como $\sin\lambda = -1$ entonces $\lambda = 180°$ y $t = (180 - \lambda_0)/\Psi$.
Parte e: La latitud es $\beta = 90° - \varepsilon$ y permanece constante en el tiempo.

2. En un dado instante de tiempo la fase de la Luna vista desde la Tierra es Φ_{Luna} y la fase de la Tierra vista desde la Luna Φ_{Tierra}.

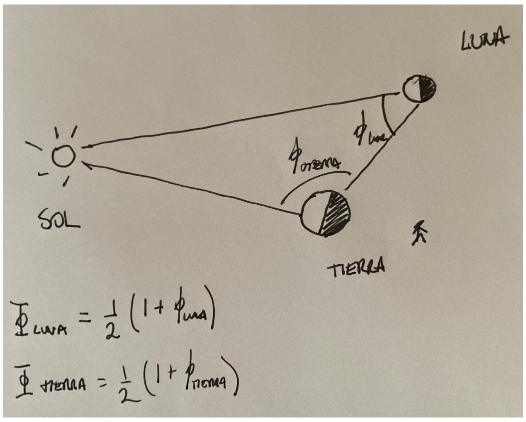
   a) Demuestre que las fases Φ_{Luna} y Φ_{Tierra} son complementarias, es decir, demuestre que se cumple:

   $$\Phi_{Luna} + \Phi_{Tierra} \simeq 1$$

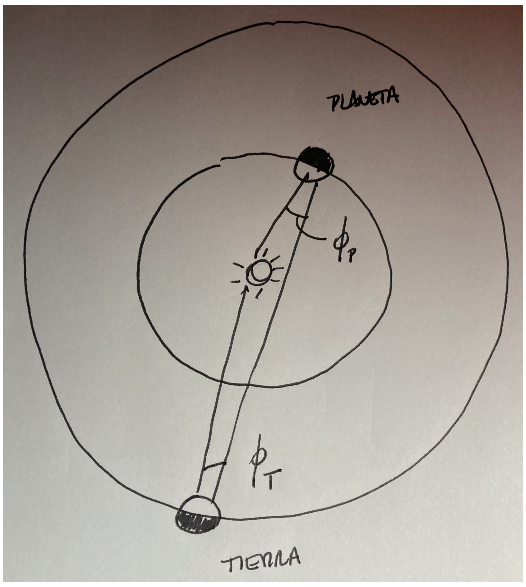
   Justifique convincentemente las aproximaciones que deba realizar. **(8 puntos)**

   b) ¿Ocurre una relación análoga entre la fase terrestre y la fase de los planetas inferiores? ¿Por qué? **(4 puntos)**

Respuesta:
Parte a: A partir de la siguiente Figura y de la definición de Φ podemos escribir $\Phi_{Luna} = \frac{1}{2}(1 + \cos\phi_{Luna})$ y $\Phi_{Tierra} = \frac{1}{2}(1 + \cos\phi_{Tierra})$. Planteamos $\Phi_{Tierra} + \Phi_{Luna} = \frac{1}{2}(2 + \cos\phi_{Luna} + \cos\phi_{Tierra})$. De la Figura vemos que $180° = \theta + \phi Luna + \phi_{Tierra}$ pero en el caso del sistema Sol-Tierra-Luna el ángulo θ es muy pequeño por lo que podemos aproximar $180° \simeq \phi Luna + \phi_{Tierra}$. Así, escribimos $\cos\phi_{Tierra} = \cos(180° - \phi Luna) = -\cos\phi Luna$ de donde $\Phi_{Tierra} + \Phi_{Luna} \simeq 1$.



Parte b: Esta relación no se cumple entre la fase de un planeta interior visto desde la Tierra y la fase de la Tierra vista desde el mismo planeta interior. Por ejemplo, la siguiente Figura muestra una configuración en la que ambas fases son muy cercanas a la fase llena.



3. Considere que la órbita del planeta Venus es circular con un período orbital de 223 días y que cuando se encuentra en un punto A de su órbita, previo a alcanzar la máxima elongación Este, el planeta tiene un ángulo de fase $\phi_A = 30°$.

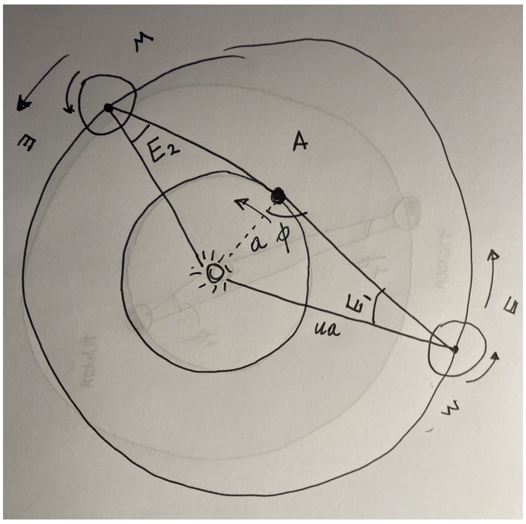
   a) Calcule el radio a de la órbita y su período sinódico S. **(2 puntos)**

   b) Dibuje esquemáticamente las dos órbitas e indique dos configuraciones en las que el planeta tiene elongaciónes de amplitud similar pero una en sentido Este y otra en sentido Oeste. **(2 puntos)**

   c) ¿Cuánto vale la elongación E_A del planeta cuando se encuentra en el punto A? **(2 puntos)**

   d) ¿Cuánto tiempo demorará el planeta en alcanzar la misma elongación E_A en sentido Este? **(2 puntos)**

Respuesta:
Parte a: $T = a^{3/2}$ de donde $a = T^{2/3} = 0.72\, ua$. Por otra parte, $S^{-1} = |T_V^{-1} - T_T^{-1}|$ de donde $S = 1,568\, años$.
Parte b: Una configuración posible se muestra en la Figura.
Parte c: La Figura muestra que pueden ocurrir dos elongaciones de igual amplitud una, E_1, hacia el Este y otra, una, E_2, hacia el Oeste. En este caso tratamos con la elongación $E_1 = E_A$. Aplicamos el teorema del Seno para triángulos planos y obtenemos: $\sin E_A/a = \sin\phi/ua$ con $\phi = \phi_A = 30°$ de donde $E_A = 21.1°$.



Parte d: El tiempo es igual al período sinódico S que viene dado por: $S^{-1} = |T_V^{-1} - T_T^{-1}|$