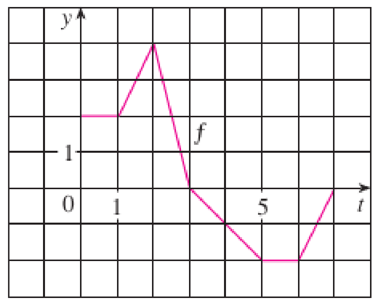
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Cálculo diferencial e integral I
Primer semestre 2022

Examen práctico: julio de 2022

Nombre: ....

1. Considere la función $g(x) = \int_0^x f(t)dt$, donde f es la función cuya gráfica se muestra.



(a) Evalúe $g(0)$ y $g(6)$.

(b) En qué intervalos es g creciente.

(c) En qué puntos alcanza g su máximo absoluto.

2. Calcule las siguientes integrales:

(a) $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\,dx$.

(b) $\int (x+1)^2 \sin(x)dx$.

3. Resuelva el siguiente problema de valores iniciales:

$$\begin{cases} y' = 3x^2y + e^{x^3}\cos x \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

4. Se considera la sucesión

$$a_n = \frac{\cos(k\pi n)(5n^2 - 2n)}{(n+1)^k},$$

donde k es un número entero. Analizar si existe $\lim_{n\to+\infty} a_n$ para $k = 0, 1, 2$ y calcularlo en caso de que exista.

Solución

1.

(a) $g(0) = 0$, $g(6) = 7 - 5 = 2$.

(b) Es creciente en el intervalo $[0, 3]$.

(c) Alcanza el máximo alsoluto en $x = 3$.

2.

(a) Cambio de variables $u = 1 - x^2$, $du = -2xdx$. $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2}\, dx = \frac{1}{3}$.

(b) Aplicar partes dos veces: $\int (x+1)^2 \operatorname{sen} x\, dx = -(x+1)^2 \cos x + 2(x+1) \operatorname{sen} x + 2\ x + C$.

3. La solución del problema de valores iniciales es $y(x) = (1 + \operatorname{sen} x)e^{x^3}$

4. Observar que en todos los casos $|\cos(k\pi n)| \leq 1$. Además $\cos(2\pi n) = 1$ y $\cos(\pi n) = (-1)^n$ para todo valor de n.

(a) $k = 0$: $a_n = 5n^2 - 2n \longrightarrow +\infty$.

(b) $k = 1$: $a_n = \frac{(-1)^n(5n^2-2n)}{(n+1)}$ no tiene límite (cuado $n \to \infty$, a_n oscila entre $+\infty$ y $-\infty$).

(c) $k = 2$: $a_n = \frac{5n^2-2n}{(n+1)^2} \longrightarrow 5$.