

Práctico 2: Probabilidad Condicional e Independencia

1. Se consideran los eventos A y B tal que: $P(A) = 1/2$, $P(B) = 1/3$, $P(A \cap B) = 1/4$, calcular:

- (a) $P(A|B)$ (b) $P(B|A)$ (c) $P(A^c|B)$ (d) $P(B^c|A)$

¿Son independientes los eventos A y B ?

2. Los sucesos A , B y C son tales que, A y B son independientes, A y C son incompatibles, B y C son independientes, $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.4$, $P(C) = 0.1$. Calcular las probabilidades de los sucesos:

- (a) B^c (b) $B \cup C$ (c) $A \cap C^c$ (d) $A \cap B^c$ (e) $A \cup B \cup C$

3. Se considera un gen bi-alélico con dos alelos A y a . Se asume que el alelo a es recesivo y es causante de una cierta enfermedad (sólo personas con genotipo aa tienen la enfermedad). Se definen los siguientes eventos de interés:

- $E = \{\text{enfermedad}\} = \{aa\}$
- $S = \{\text{no enfermedad}\} = \{Aa, AA\}$
- $HM = \{\text{homocigoto}\} = \{AA, aa\}$
- $HT = \{\text{heterocigoto}\} = \{Aa\}$

Se tienen los siguientes datos: $P(AA) = 0.49$, $P(Aa) = 0.42$ y $P(aa) = 0.09$.

- a. ¿Cuál es la probabilidad de cada uno de los 4 eventos antes definidos?
 - b. ¿Cuál es la probabilidad de ser heterocigoto y no estar enfermo? ¿y cuál la de ser heterocigoto y estar enfermo?
 - c. Calcular las probabilidades $P(HM \cup S)$ y $P(HM \cup E)$.
 - d. Sabiendo que el gen es homocigoto ¿cuál es la probabilidad de estar enfermo? ¿y cuál la de no estar enfermo?
 - e. ¿Los eventos HM y E son independientes? Justifique su respuesta.
4. Un investigador quiere determinar las eficacias relativas de dos fármacos. Los resultados (diferenciando entre hombres y mujeres) fueron los siguientes:

	<i>Hombres</i>		<i>Mujeres</i>	
	Fármaco I	Fármaco II	Fármaco I	Fármaco II
Éxito	19	1000	200	10
Fracaso	1	1000	1800	190

- a. Calcular la probabilidad de que el Fármaco I tenga éxito sabiendo que el paciente es hombre. ¿Y sabiendo que el paciente es mujer?
 - b. Repetir los cálculos de la parte anterior para el Fármaco II.
 - c. ¿Cuál es la probabilidad de elegir al azar una de las personas en tratamiento y que sea mujer? ¿Y de que sea hombre?
 - d. Calcular la probabilidad de éxito de cada fármaco e indicar cuál de los dos considera más exitoso.
5. En una cierta población de hombres se tiene un 30% de fumadores. Se sabe que la probabilidad de enfermarse de cancer de pulmón es 0,1 para los fumadores, y 0,01 para los no fumadores. Encontrar la probabilidad de contraer la enfermedad, de un hombre elegido al azar en esa población.
6. Supongamos que el 5% de todos los hombres, y el 0,25% de todas las mujeres son daltónicos. Una persona elegida al azar resulta ser daltónica. ¿Cuál es la probabilidad de que esta persona sea hombre? (Se considera que la cantidad de hombres y mujeres es igual).

7. Con base en varios estudios, una empresa ha clasificado, de acuerdo con la posibilidad de descubrir petróleo, las formaciones geológicas en tres tipos. La empresa pretende perforar un pozo en determinado sitio, al que se le asignan probabilidades de 0,35; 0,40; y 0,25 para los tres tipos de formaciones respectivamente. De acuerdo con la experiencia se sabe que el petróleo se encuentra en un 40% de las formaciones del tipo I, en un 20% de las formaciones del tipo II, en un 30% de las formaciones del tipo III. Si la empresa no descubre petróleo en ese lugar, determinar la probabilidad de que exista una formación del tipo II.
8. Para detectar Cystic Fibrosis (CF) se realiza el “test del sudor” (TS) debido a que se sabe que pacientes que tienen CF presentan alto contenido de cloruros en su sudor. Por lo cual, el test se basa en la medición del nivel de sal en el sudor del paciente y si el resultado supera un cierto umbral indica presencia de CF. Se sabe que el gen causante de CF es recesivo: si el alelo normal es A y alelo causante de CF es a ; solamente personas con genotipo aa tienen CF. Personas con genotipo Aa son sólo portadores.

Se asume que la probabilidad de que el test dé positivo dado que la persona está sana para TS es 0.04, y la probabilidad de que el test dé negativo dado que la persona está enferma es 0.07.

Calcular la probabilidad de que un niño hijo de padres portadores esté enfermo dado que el test dió positivo.

9. Una prueba para detectar la presencia de anticuerpos del virus del sida en la sangre tiene una probabilidad del 0.997 de detectarlos cuando éstos están presentes y una probabilidad de 0.003 de no detectarlos. Cuando los anticuerpos del virus del sida no están presentes, la probabilidad de que la prueba dé un falso positivo es de 0.015 y la probabilidad de que dé negativo es 0.985. Se supone que el 1% de una gran población tiene anticuerpos del virus del sida en su sangre.
- La información proporcionada incluye cuatro probabilidades condicionales y una probabilidad no condicionada. Asignar letras a los sucesos y expresar la información como $P(A)$, $P(B|A)$ y así sucesivamente. Utilizar esta notación en lo que resta de ejercicio.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida no tenga anticuerpos del virus del sida y sin embargo el resultado de la prueba sea positivo?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que la persona escogida tenga anticuerpos del virus del sida y el resultado de la prueba sea positivo?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que el resultado de la prueba sea positivo?
 - Hallar la probabilidad de que una persona no tenga anticuerpos del virus del sida sabiendo que el resultado de la prueba fue positivo.
10. Un investigador quiere determinar las eficacias relativas de dos fármacos. Los resultados (diferenciando entre hombres y mujeres) fueron los siguientes:

	<i>Hombres</i>		<i>Mujeres</i>	
	Fármaco I	Fármaco II	Fármaco I	Fármaco II
Éxito	18	20	22	11
Fracaso	22	20	18	19

- Calcular la probabilidad de que el Fármaco I tenga éxito sabiendo que el paciente es hombre. ¿Y sabiendo que el paciente es mujer?
 - Repetir los cálculos de la parte anterior para el Fármaco II.
 - ¿Cuál es la probabilidad de elegir al azar una de las personas en tratamiento y que sea mujer? ¿Y de que sea hombre?
 - Calcular la probabilidad de éxito de cada fármaco e indicar cuál de los dos considera más exitoso.
11. La probabilidad de estar afectado de gripe H1N1 es 0.02. Entre los que están afectados la probabilidad de que una persona se lave regularmente las manos es 0.3. La probabilidad de que una persona se lave las manos regularmente es 0.7 (sin importar si está afectado con gripe H1N1 o no).
- Calcular la probabilidad de que una persona que tiene gripe H1N1 no se lave regularmente las manos.
 - Si una persona se lava regularmente las manos, calcular la probabilidad de que tenga gripe H1N1.