

Práctico 4: Función de Distribución y Variables Aleatorias Continuas - Resultados

Función de distribución de una variable aleatoria

1. (Gráfica)
2. (Función de distribución de una variable discreta)
  - $\mathbb{P}(X = -3) = \frac{1}{4}$
  - $\mathbb{P}(X = 1) = \frac{1}{2}$
  - $\mathbb{P}(X = 2) = \frac{1}{4}$
  - $\mathbb{P}(X \in A) = \frac{3}{4}$
  - $\mathbb{P}(X \in B) = \frac{1}{2}$
  - $\mathbb{P}(B|A) = \frac{2}{3}$
3. (Funciones de densidad) Solo la tercera

Distribución uniforme

4. (Distancia de frenado)
  - (a)  $\frac{1}{2}$
  - (b)  $\frac{1}{4}$
5.  $\frac{5}{16}$

Distribución normal

6. Sea  $Z$  una variable aleatoria de distribución normal estándar ( $Z \sim \mathcal{N}(0, 1)$ ).
  - a  $0.1587 = 1 - \text{pnorm}(1)$
  - b  $\text{pnorm}(1) - 1/2 = 0.3414$
  - c idem que a)
  - d  $1 - 2(1 - \text{pnorm}(1)) = 0.6827$  por simetría
  - e Los valores de  $C$  son:
    - i) 0.6745;
    - ii) -1.9003;
    - iii) 1.9600 .
7. Sea  $Y$  una variable de distribución normal de parámetros  $\mu$  y  $\sigma$  ( $Y \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$ ).
  - (a) Los resultados son:
    - a) 0.9332;
    - b) 0.0062;
    - c) 0.6731;
    - d) 0.2670.
  - (b)  $\mu = 80.6735$
  - (c)  $\sigma = 10$ .
8. (a) No corresponde
  - (b)  $\mathbb{P}(X \in [\mu - \sigma, \mu + \sigma]) \approx 0.68$ ,  $\mathbb{P}(X \in [\mu - 2\sigma, \mu + 2\sigma]) \approx 0.95$  y  $\mathbb{P}(X \in [\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]) \approx 0.997$ .
  - (c) Usamos la *regla del 3 $\sigma$* : por la parte anterior (tomando  $\mu = 0$ ) sabemos que  $\mathbb{P}(X \in [-3\sigma, 3\sigma]) \approx 0.997$  (casi 1), entonces buscamos el valor  $3\sigma$  tal que casi toda el área debajo del gráfico entre  $[-3\sigma, 3\sigma]$  sea 1.
    - Para la curva 1:  $3\sigma \approx 1 \Rightarrow \sigma \approx \frac{1}{3}$ .

- Para la curva 2:  $3\sigma \approx 3 \Rightarrow \sigma \approx 1$ .
- Para la curva 3:  $3\sigma \approx 6 \Rightarrow \sigma \approx 2$ .

### Distribución exponencial

9. (Marcapasos)
- (a) 0.7135
  - (b) 0.7135
  - (c) No corresponde.
10. (Reparaciones)
- (a) 0.3653
  - (b) 0.1903
  - (c) Si  $T_r$  es el tiempo de reparación buscado y  $X \sim \text{Exp}(\lambda = 1/22)$ ,  $T_r$  tiene que verificar que  $\mathbb{P}(X > T_r) = 0.1$  y esto se cumple si  $T_r = -\frac{1}{\lambda} \log(0.1) \approx 50.66$  minutos.

### Otras variables aleatorias continuas

11. (Laplace) Sea  $X \sim L(1, 2)$ .
- (a)  $\frac{1}{2}$
  - (b)  $1 - \frac{1}{2} (e^{-\frac{1}{2}} + e^{-2})$ .
12. (Gumbel)
- (a)  $f_X(x) = \frac{1}{\beta} e^{-e^{-\frac{x-\mu}{\beta}}} e^{-\frac{x-\mu}{\beta}}$
  - (b)  $X \sim L(\mu = 6, \beta = 1)$ 
    - i.  $1 - e^{-e^6}$ .
    - ii.  $1 - \frac{1}{e}$