Bioestadística
Curso 2018

Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Nombre:	**CI:**	**Carrera**	**Año de ingreso:**

Primer parcial de Bioestadística - 13 de octubre de 2018

Ejercicio 1. En un juego se tira un dado. Si sale un número par, se tiran 2 monedas, si sale un número impar, se tiran 3 monedas. Sea X la variable aleatoria que indica la cantidad de caras obtenidos por el jugador.

(a) Describir el conjunto de valores posibles de X.

(b) Calcular $\mathbf{P}(X = k)$ para todos los valores k hallados en la parte (a).

(c) Se sabe que salieron 2 caras. Calcular la probabilidad de que haya salido un número par en el dado.

(d) Calcular el valor esperado de X (es decir, $\mathbf{E}(X)$).

Ejercicio 2. Tenemos dos aparatos de medición que llamamos U y N para medir la misma cantidad de interés.

(a) El aparato U tiene un error que es uniforme en el intervalo $[-2, 2]$. Calcular la probabilidad de que el error de medición sea menor que $1/2$, es decir, el error se encuentre entre $-1/2$ y $1/2$.

(b) El aparato N tiene un error que es normal con media 0 y varianza 1, es decir $N(0, 1)$. Calcular la probabilidad de que el error de medición sea menor que $1/2$.

(c) Si se considera grave un error cuyo valor absoluto es mayor que $1/2$, ¿qué aparato de medición usaría y por qué?

(d) Si los aparatos funcionan en forma independiente: ¿cuál es la probabilidad de que ambos aparatos indiquen un error mayor que $1/2$?

Ejercicio 3
Suponemos que un atleta que ejercita el salto alto logra marcas que tienen una distribución normal centrada en 2 metros con una varianza $\sigma^2 = 0{,}04$ metros (es decir, el desvío estándar es $\sigma = 0{,}2$).

(a) ¿Cuál es la probabilidad de que salte mas de 2 metros?

(b) ¿Cuál es la probabilidad de que salte entre 1,80 y 2,20 metros?

(c) Determine c tal que la probabilidad de saltar en el intervalo $[2 - c, 2 + c]$ sea de 0,90.

(d) El atleta cuenta con tres oportunidades (que consideramos independientes) para batir un record de 2,30 metros. Calcular la probabilidad de este suceso.

SOLUCIONES: Primer parcial de Bioestadística - 13 de octubre de 2018

Ejercicio 1. En un juego se tira un dado. Si sale un número par, se tiran 2 monedas, si sale un número impar, se tiran 3 monedas. Sea X la variable aleatoria que indica la cantidad de caras obtenidos por el jugador.

(a) X toma los valores $\{0, 1, 2, 3\}$

(b) $\mathbf{P}(X = 0) = \mathbf{P}(X = 0 \mid \text{par})\mathbf{P}(\text{par}) + \mathbf{P}(X = 0 \mid \text{impar})\mathbf{P}(\text{impar}) = \frac{1}{4}\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\frac{1}{2} = \frac{3}{16}$
$\mathbf{P}(X = 1) = \mathbf{P}(X = 1 \mid \text{par})\mathbf{P}(\text{par}) + \mathbf{P}(X = 1 \mid \text{impar})\mathbf{P}(\text{impar}) = \frac{1}{2}\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\frac{1}{2} = \frac{7}{16}$
$\mathbf{P}(X = 2) = \mathbf{P}(X = 2 \mid \text{par})\mathbf{P}(\text{par}) + \mathbf{P}(X = 2 \mid \text{impar})\mathbf{P}(\text{impar}) = \frac{1}{4}\frac{1}{2} + \frac{3}{8}\frac{1}{2} = \frac{5}{16}$
$\mathbf{P}(X = 3) = \mathbf{P}(X = 3 \mid \text{par})\mathbf{P}(\text{par}) + \mathbf{P}(X = 3 \mid \text{impar})\mathbf{P}(\text{impar}) = 0\frac{1}{2} + \frac{1}{8}\frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

(c) $\mathbf{P}(\text{par} \mid 2) = \frac{\mathbf{P}(\text{par}\cap 2)}{\mathbf{P}(2)} = \frac{\mathbf{P}(2|\text{par})\mathbf{P}(\text{par})}{\mathbf{P}(2)} = \frac{\frac{1}{4}\frac{1}{2}}{\frac{5}{16}} = \frac{2}{5}$.

(d) $\mathbf{E}(X) = 0 \times \frac{3}{16} + 1 \times \frac{7}{16} + 2 \times \frac{5}{16} + 3 \times \frac{1}{16} = \frac{20}{16} = \frac{5}{4} = 1,25$

Ejercicio 2. Tenemos dos aparatos de medición que llamamos U y N para medir la misma cantidad de interés.

(a) $\mathbf{P}(-\frac{1}{2} \leq U \leq \frac{1}{2}) = \frac{1}{4}$.

(b) $\mathbf{P}(-\frac{1}{2} \leq N(0,1) \leq \frac{1}{2}) = \Phi(\frac{1}{2}) - \Phi(-\frac{1}{2}) = 0,383$

(c) El normal, porque la probabilidad de error grave (0,617) es menor que la del uniforme (0,75).

(d) $\mathbf{P}(U \notin [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}] \cap N(0,1) \notin [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]) = \mathbf{P}(U \notin [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}])\mathbf{P}(N(0,1) \notin [-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]) = 0,75 \times 0,617 =$ 0,46.

Ejercicio 3
Suponemos que un atleta que ejercita el salto alto logra marcas que tienen una distribución normal centrada en 2 metros con una varianza $\sigma^2 = 0{,}04$ metros (es decir, el desvío estándar es $\sigma = 0{,}2$). Sea $X \sim N(2, 0{,}04)$.

(a) $\mathbf{P}(X \leq 2) = \frac{1}{2}$

(b) $\mathbf{P}(1,8 \leq X \leq 2,20) = \mathbf{P}\left(\frac{1{,}8-2}{0{,}2} \leq N(0,1) \leq \frac{2{,}20-2}{0{,}2}\right) = \mathbf{P}(-1 \leq N(0,1) \leq 1) = \Phi(1) - \Phi(-1) = 0,683$.

(c) $\mathbf{P}(2 - c \leq X \leq 2 + c) = \mathbf{P}(-c \leq X - 2 \leq c) = \mathbf{P}(\frac{-c}{0{,}2} \leq N(0,1) \leq \frac{c}{0{,}2}) = \Phi(\frac{c}{0{,}2}) - \Phi(-\frac{c}{0{,}2}) = 2\Phi(\frac{c}{0{,}2}) - 1 = 0,90$. Luego $\Phi(\frac{c}{0{,}2}) = 0,95$. Entonces $c/2 = 1,645$, entonces $c = 0,329$.

(d) Sean $X_1, X - 2, X_3$ las alturas de los saltos respectivos.
$\mathbf{P}(\text{máx}(X_1, X_2, X_3) \geq 2,30) = 1 - \mathbf{P}(\text{máx}(X_1, X_2, X_3) \leq 2,30) = 1 - \mathbf{P}(X_1 < 2,30)^3$
Calculamos $\mathbf{P}(X_1 < 2,30) = \mathbf{P}(\frac{X_1-2}{0{,}2} < \frac{2{,}30-2}{0{,}2}) = \Phi(1,5) = 0{,}933$. Entones

$$\mathbf{P}(\text{máx}(X_1, X_2, X_3) \geq 2,30) = 1 - \mathbf{P}(X_1 < 2,30)^3 = 1 - 0,933^3 = 0,188.$$