Bioestadística
Curso 2016

Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Nombre:	**CI:**	**Carrera**

Segundo parcial de Bioestadística - 26 de noviembre de 2016

Realizar todos los tests a nivel $\alpha = 0{,}05$.

Ejercicio 1 (7 puntos): Los siguientes datos son una muestra aleatoria simple de una distribución con media μ y varianza σ^2 desconocidos:

$$3.47 \quad 0.69 \quad -4.72 \quad 1.48 \quad -0.27 \quad 0.24$$

(a) Establecer la fórmula del estimador de la media y calcular su valor.

(b) Establecer la fórmula del estimador de la varianza y calcular su valor.

Ejercicio 2 (14 puntos):
(a) En un experimento se obtiene la siguiente muestra aleatoria simple formada por cincuenta datos:

1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 1 1 0 1 0 1 1 0 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0 1 0 0 0 1 0 0 0 1 1 0 0 0

Sea p la probabilidad de obtener un 1 en cada dato. Realizar el test de hipótesis: $\begin{cases} H_0 : p \geq 1/2 \\ H_1 : p < 1/2 \end{cases}$.

(b) Se tiene una muestra aleatoria simple de $n = 100$ datos con media μ y varianza σ^2 desconocidos, de la cual se conoce que su promedio $\bar{X}_n = 0.3$ y el estimador de la varianza es $s_n^2 = 1.2$. Realizar el test de hipótesis: $\begin{cases} H_0 : \mu = 0 \\ H_1 : \mu \neq 0 \end{cases}$.

Ejercicio 3 (14 puntos):
(a) Los siguientes datos corresponden a una variable de interés medida antes y después de un tratamiento:

antes	-5.56	2.27	-0.33	0.79	1.82
después	-2.37	-0.44	1.99	0.39	0.21

Realizar un test de hipótesis de Kolmogorov-Smirnov para detectar si las distribuciones de ambas muestras son iguales.

(b) Se quiere saber si la frecuencia de aparición de personas zurdas es igual para hombres y mujeres, para lo cual se recolectan los siguientes datos en una tabla de contingencia.

	derechos	zurdos	totales
hombres	43	9	52
mujeres	44	4	48
totales	87	13	100

Realizar un test de hipótesis para determinar si la frecuencia de zurdos no depende del género.

Soluciones

Ejercicio 1 (7 puntos):
(a) La fórmula es $\bar{x}_n = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$, el resultado es $\bar{x}_6 = 0.15$.

(b) La fórmula es $s_n^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^2$, el resultado es $s_6^2 = 7.39$.

Ejercicio 2 (14 puntos):
(a) Tenemos $\hat{p} = 21/50 = 0.42$ La región crítica es de la forma $RC = (0, c)$, donde

$$c = \frac{1}{2} - 1.645\sqrt{\frac{1}{200}} = 0.3836.$$

Como $c < 0.42 = \hat{p}$, no rechazo la hipótesis nula.

(b) Ahora la región crítica es de la forma

$$RC = \left\{\bar{X}_n \leq -1.96 \times \frac{\sqrt{1.2}}{\sqrt{100}}\right\} \cup \left\{\bar{X}_n \geq 1.96 \times \frac{\sqrt{1.2}}{\sqrt{100}}\right\}.$$

Como $1.96 \times \frac{\sqrt{1.2}}{\sqrt{100}} = 0.215$ y $\bar{X}_n = 0.3 > 0.215$ se rechaza la hipótesis nula.

Ejercicio 3 (14 puntos):
(a) El estadístico de KS da $D = 0.4$. De la tabla vemos que $D \times 5 \times 5 = 10$ nos da un p$-$valor mayor que 0.357. No rechazo la hipótesis nula.

(b) Agregamos las frecuencias esperadas en la tabla en azul:

	derechos	zurdos	totales
hombres	43 / 45.24	9/ 6.76	52
mujeres	44 / 41.76	4/ 6.24	48
totales	87	13	100

El estadśtico es

$$\chi_1^2 = \frac{(43-45.24)^2}{45.24} + \frac{(9-6.76)^2}{6.76} + \frac{(44-41.76)^2}{41.76} + \frac{(4-6.24)^2}{6.24} = 1.77$$

De la tabla de chi cuadrado con un grado de libertad tenemos que la región crítica es $\chi_1^2 > 3.84$. No se rechaza entonces la hipótesis nula.