**Bioestadística**
**Curso 2017**

**Universidad de la República**
**Facultad de Ciencias**
**Centro de Matemática**

## Segundo parcial de Bioestadística - 25 de noviembre de 2017

| Nombre: | CI: | Carrera | Año ingreso |
|---|---|---|---|
| | | | |

**Ejercicio 1 (7 puntos)** (a) Se sabe que $X, Y$ son variables aleatorias normales independientes, y que

$$\mathbf{E}(X) = 0, \quad \mathbf{E}(Y) = 1, \quad \mathbf{var}(X) = 4, \quad \mathbf{var}(Y) = 9.$$

¿Cuál es la distribución de $Z = X + 2Y$? Calcular $\mathbf{E}(Z)$ y $\mathbf{var}(Z)$.

(b) Una muestra aleatoria simple de $n = 100$ datos verifica $\bar{X}_n = 3{,}17$ y $s_n^2 = 2{,}78$. Construir un intervalo de confianza de nivel 0,90 para $\mu_X$.

**Ejercicio 2 (14 puntos)** (a) En un estudio de efectividad de una droga se realizaron estudios antes y después de su aplicación, midiendo una variable de interés. Los resultados fueron:

| Paciente | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Antes | 37,7 | 38,2 | 37,4 | 37,8 | 36,5 |
| Después | 36,4 | 37,1 | 35,2 | 36,3 | 35,1 |

Se asume que las muestras son independientes y ambas tienen distribución gaussiana. Calcular el vector de cambio de la variable de interés y hacer un test de hipótesis para estudiar si hubo un cambio en esa variable (Utilizar $\alpha = 0{,}05$).

(b) Se tiene una muestra aleatoria simple de $n = 50$ datos con media $\mu$ y varianza $\sigma^2$ desconocidos, de la cual se conoce que su promedio $\bar{X}_n = 0{,}47$ y el estimador del desvío estándar es $s_n = 0{,}25$. Hacer el test de hipótesis $H_0 : \mu = 0{,}45$ contra $H_1 : \mu > 0{,}45$ (Utilizar $\alpha = 0{,}05$).

**Ejercicio 3 (14 puntos)** (a) En una ciudad se realiza una encuesta para saber si el gusto por dos estilos musicales (el rock y la música tropical) depende de las edades de los jóvenes. Los resultados que se obtienen son:

| años | menores de 15 | entre 15 y 20 | mas de 20 |
|---|---|---|---|
| rock | 10 | 19 | 21 |
| tropical | 14 | 16 | 20 |

Realizar un test de Chi cuadrado ($\chi^2$) para determinar si la preferencia de estilos musicales depende del grupo etario. (Utilizar $\alpha = 0{,}05$).

(b) Realizar un test de independencia entre las siguientes dos muestras: (Utilizar $\alpha = 0{,}05$).

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 0.56 | 3.07 | 0.05 | 0.02 | 0.49 |
| $Y$ | 1.41 | 0.31 | 2.53 | 2.77 | 0.81 |

## Soluciones

**Ejercicio 1:** (a) La distribución de $Z$ es normal. Tenemos $\mathbf{E}(Z) = \mathbf{E}(X) + 2\mathbf{E}(Y) = 2$, y $\mathbf{var}(Z) = \mathbf{var}(X + 2Y) = \mathbf{var}(X) + \mathbf{var}(2Y) = \mathbf{var}(X) + 4\mathbf{var}(Y) = 40$

(b) El intervalo es

$$3{,}17 \pm \frac{\sqrt{2{,}78} \times z_{1-\alpha/2}}{\sqrt{100}} = 3{,}17 \pm \frac{\sqrt{2{,}78} \times 1{,}645}{10} = 3{,}17 \pm 0{,}274 = (2{,}90; 3{,}44).$$

Una muestra aleatoria simple de $n = 100$ datos verifica $\bar{X}_n = 3{,}17, \quad s^2 = 2{,}78$.

**Ejercicio 2:**
Las diferencias dan

| Paciente | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| Antes | 37,7 | 38,2 | 37,4 | 37,8 | 36,5 |
| Después | 36,4 | 37,1 | 35,2 | 36,3 | 35,1 |
| Diferencia | 1,3 | 1,1 | 2,2 | 1,5 | 1,4 |

El promedio de las diferencias es $\bar{x} = 1{,}5$, y $s^2 = 0{,}175$. La región crítca es el complemento de

$$\pm t_{40{,}975} \times \sqrt{0{,}175}/\sqrt{5} = \pm 0{,}51.$$

Como el estadístico es $1{,}5 > 0{,}51$ estoy en la región crítica y rechazo $H_0$.

(b) Es un test unilateral con región crítica

$$\left\{ \bar{X}_n > 0{,}45 + \frac{z_{0{,}95} \times 0{,}25}{\sqrt{50}} \right\} = \{\bar{X}_n > 0{,}5081\}$$

Como el estadístico vale $\bar{x} = 0{,}47$ no cae en la región crítica y no rechazo.

**Ejercicio 3:** (a) Completamos la tabla de contingencia y agregamos (en negrita) los valores esperados en cada clase.

| años | menores de 15 | entre 15 y 20 | mas de 20 | total |
|---|---|---|---|---|
| rock | **12**/10 | **17.5** 19 | **20.5**/21 | 50 |
| tropical | **12**/14 | **17.5** 16 | **20.5**/ 20 | 50 |
| total | 24 | 35 | 41 | 100 |

Tenemos $(3-1) \times (2-1) = 2$ grados de libertad. El estadístico vale

$$\chi_2^2 = \frac{(12-10)^2}{12} + \frac{(14-10)^2}{12} + \frac{(17{,}5-19)^2}{17{,}5} + \frac{(17{,}5-16)^2}{17{,}5} + \frac{(20{,}5-21)^2}{20{,}5} + \frac{(20{,}5-20)^2}{20{,}5} = 0{,}929.$$

Como el valor crítico de la tabla es $\chi_{2;0{,}95} = 5{,}99$, no rechazo la hipótesis nula.

(b) Calculamos los rangos: El estadístico es

| $R(X)$ | 4 | 5 | 2 | 1 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $X$ | 0.56 | 3.07 | 0.05 | 0.02 | 0.49 |
| $Y$ | 1.41 | 0.31 | 2.53 | 2.77 | 0.81 |
| $R(Y)$ | 3 | 1 | 4 | 5 | 2 |
| $d_i^2$ | 1 | 16 | 4 | 16 | 1 |

$$\rho_S = 1 - \frac{6 \times \sum d_i^2}{n(n^2-1)} = 1 - \frac{6 \times 38}{5(24)} = -0{,}9.$$

Usando la tabla de Spearman, como el $p$-valor de 0,9 es 0,042 y $2p = 0{,}084 > 0{,}05$ no rechazo la hipótesis nula.