

## Examen de Bioestadística

<b>Nombre:</b>	<b>CI:</b>	<b>Carrera</b>
----------------	------------	----------------

**Ejercicio 1** Una tira de ADN tiene la siguiente composición:

A A C C G T C T A A

- (a) ¿Cuál es la letra (base) más probable al extraer una letra al azar? ¿Cuál es la probabilidad de extraer esa letra?
- (b) Se extraen cuatro letras con reposición. Calcular la probabilidad de extraer AAAA.
- (c) Se extraen ahora cuatro letras sin reposición. Calcular la probabilidad de extraer AAAA.
- (d) Se extraen letras con reposición hasta extraer una T. Calcular la esperanza de la cantidad de extracciones necesarias.

**Ejercicio 2.** Una cantidad aleatoria de interés  $X$  tiene distribución normal con media 2 y varianza 4.

- (a) ¿Cuál es la probabilidad de que la variable  $X$  resulte negativa?
- (b) Calcular  $c$  de manera que cumpla  $\mathbf{P}(2 - c \leq X \leq 2 + c) = 0.95$ .

Se consideran además una variable aleatoria discreta  $Y$ , independiente de  $X$ , que cumple

$$\mathbf{P}(Y = -1) = \mathbf{P}(Y = 0) = \mathbf{P}(Y = 1) = \frac{1}{3},$$

y la variable aleatoria  $Z = X + Y$ .

- (c) Calcular  $\mathbf{E}(Z)$  y  $\mathbf{var}(Z)$ .
- (d) Calcular  $\mathbf{P}(Z \leq 0 \mid Y = -1)$ .

**Ejercicio 3.** Los siguientes datos se corresponden a los tiempos de fermentación de vinos (medidos en días).

19.5	18.7	1.0	16.0	13.9	44.5	15.2	13.7	3.7	11.1
------	------	-----	------	------	------	------	------	-----	------

- (a) Realizar un test de aleatoriedad de rachas para la muestra.
- (b) Dar una estimación del promedio de duración de la fermentación, y suponiendo que los tiempos son exponenciales, estimar el parámetro de la exponencial.
- (c) Realizar un test de Lillefors, al nivel 0.95, para determinar si los tiempos pueden considerarse exponenciales.

## Soluciones

**Ejercicio 1** Una tira de DNA tiene la siguiente composición:

A A C C G T C T A A

- (a) La A tiene probabilidad  $4/10$  de ser extraída.  
(b) Cada vez tenemos  $4/10$  y extraemos 4 veces. La probabilidad es

$$\left(\frac{4}{10}\right)^4 = \frac{256}{10000} = 2.56 \times 10^{-2}$$

(c) Es

$$\frac{4}{10} \times \frac{3}{9} \times \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{24}{5040} = 4.7 \times 10^{-3}.$$

(d) La probabilidad de sacar una T es  $p = 2/10 = 1/5$ . La esperanza de la cantidad de extracciones es  $1/p = 5$ .

**Ejercicio 2.** (a) Estandarizando, da una probabilidad de 0.1587

(b) El intervalo es  $2 \pm 1.96\sigma$ . Como  $\sigma = 2$ , resulta  $c = 1.96 \times 2 = 3.92$ .

(c) Tenemos  $\mathbf{E} X = 2$ ,  $\mathbf{E} Y = 0$  por lo que

$$\mathbf{E} Z = \mathbf{E}(X + Y) = \mathbf{E} X + \mathbf{E} Y = 2.$$

Tenemos además  $\mathbf{var} X = 4$ ,  $\mathbf{var} Y = 2/3$ , como son independientes

$$\mathbf{var} Z = \mathbf{var}(X + Y) = \mathbf{var} X + \mathbf{var} Y = 4 + 2/3 = 14/3 = 4.67.$$

(d)

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(Z \leq 0 \mid Y = -1) &= \frac{\mathbf{P}(\{Z \leq 0\} \cap \{Y = -1\})}{\mathbf{P}(Y = -1)} = \frac{\mathbf{P}(\{X - 1 \leq 0\} \cap \{Y = -1\})}{\mathbf{P}(Y = -1)} \\ &= \frac{\mathbf{P}(X - 1 \leq 0) \mathbf{P}(Y = -1)}{\mathbf{P}(Y = -1)} = \mathbf{P}(X - 1 \leq 0) \\ &= \mathbf{P}(\mathcal{N}(0, 1) \leq -1/2) = 0.31. \end{aligned}$$

**Ejercicio 3.**

(a) Tenemos 6 rachas, da un  $p$ -valor de 0.5653 no rechazo la independencia.

(b) El promedio es 15.73, por lo que en el caso de ser tiempos exponenciales, el estimador del parámetro es  $1/15.73 = 0.064$

(c) El estadístico KS da  $D \approx 0.3$ , que a nivel 0.95 con 10 datos no rechaza (el valor crítico es 0.325).