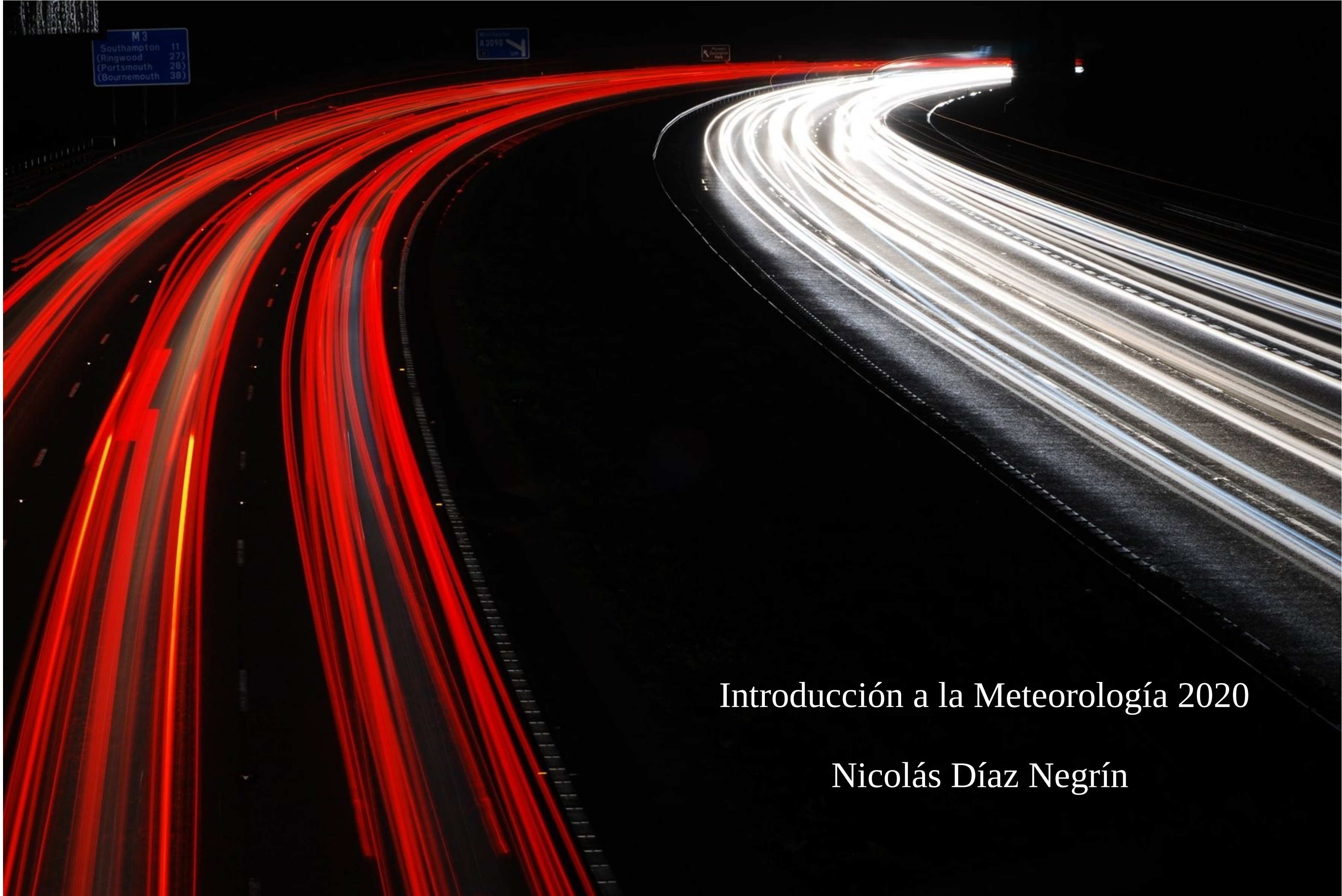
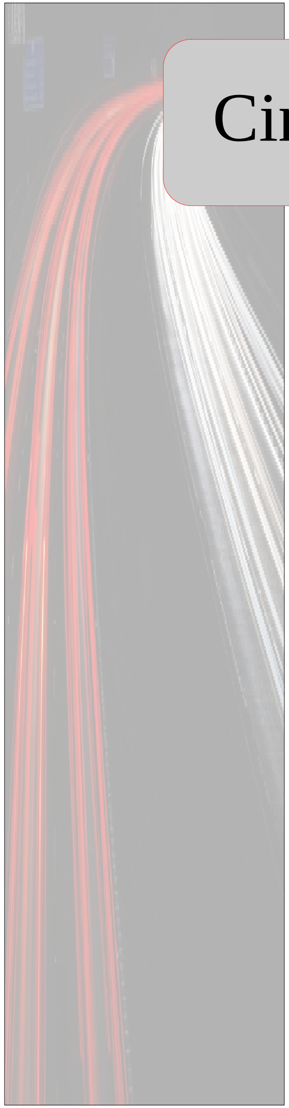
Cinemática



Introducción a la Meteorología 2020

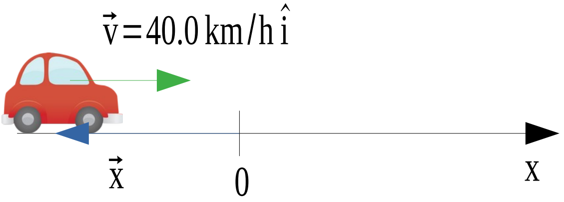
Nicolás Díaz Negrín

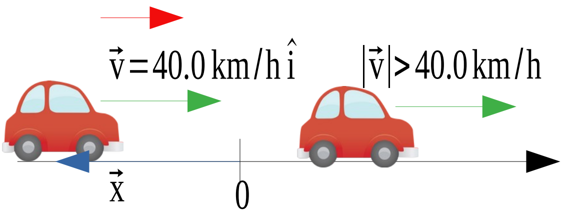


Cinemática en 1Dim

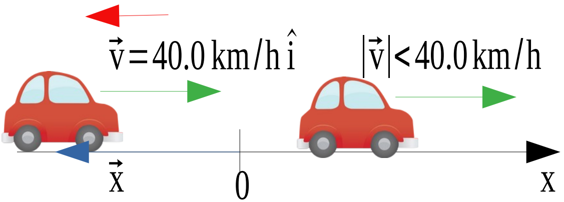
Movimiento en una dimensión: análisis cualitativo

Posición negativa $\vec{x}=-50.0\,\mathrm{m}\,\hat{i}$

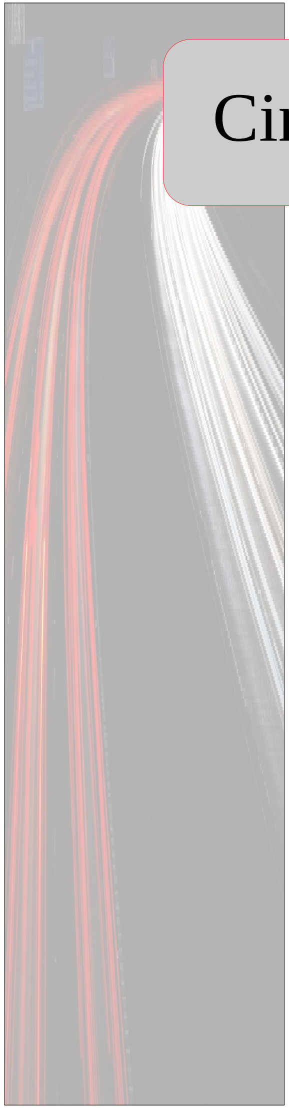




Un instante más tarde, el auto se movió hacia la derecha (velocidad positiva), y aumentó su rapidez (aceleración en mismo sentido que velocidad)



Un instante más tarde, el auto se movió hacia la derecha (velocidad positiva), y disminuyó su rapidez (aceleración en sentido contrario a velocidad)

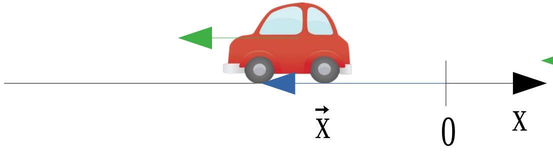


Cinemática en 1Dim

Movimiento en una dimensión: análisis cualitativo

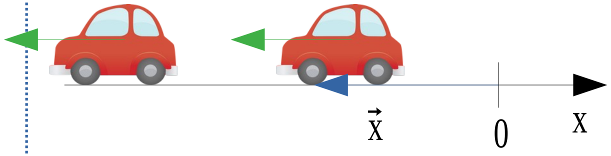
Posición negativa $\vec{x}=-50.0\,\mathrm{m}\,\hat{i}$

$\vec{v}=-40.0\,\mathrm{km/h}\,\hat{i}$



$\vec{a}=5.0\,\mathrm{m/s^2}\,\hat{i}$

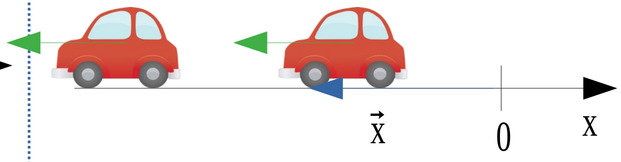
$|\vec{v}|<40.0\,\mathrm{km/h}$ $\quad$ $\vec{v}=-40.0\,\mathrm{km/h}\,\hat{i}$



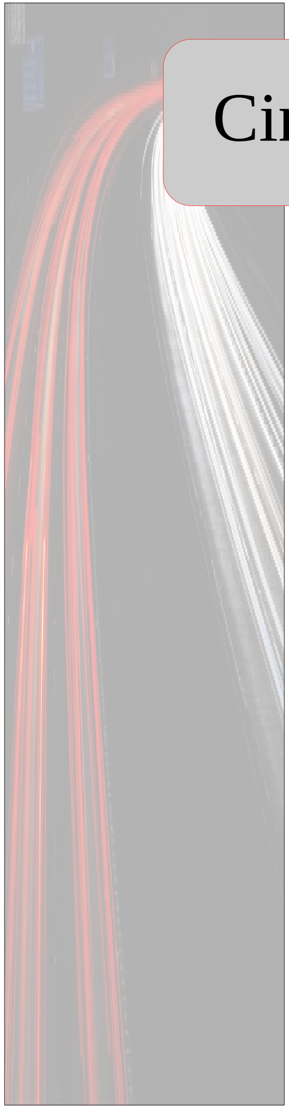
Un instante más tarde, el auto se movió hacia la izquierda (velocidad negativa), y disminuyó su rapidez (aceleración en sentido contrario a velocidad)

$\vec{a}=-5.0\,\mathrm{m/s^2}\,\hat{i}$

$|\vec{v}|>40.0\,\mathrm{km/h}$ $\quad$ $\vec{v}=-40.0\,\mathrm{km/h}\,\hat{i}$



Un instante más tarde, el auto se movió hacia la izquierda (velocidad negativa), y aumentó su rapidez (aceleración en mismo sentido que velocidad)

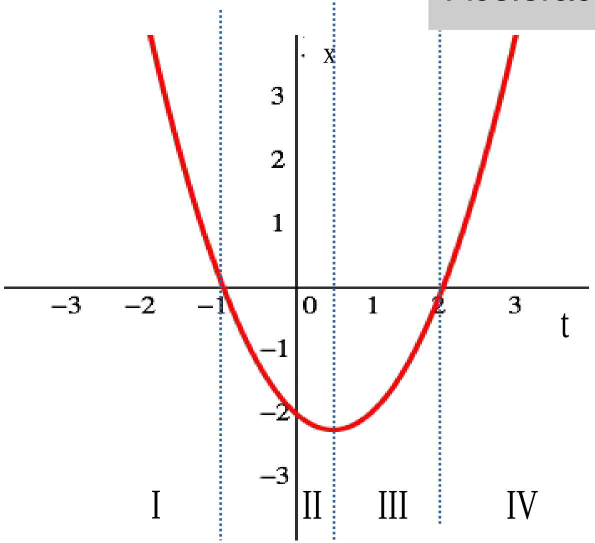


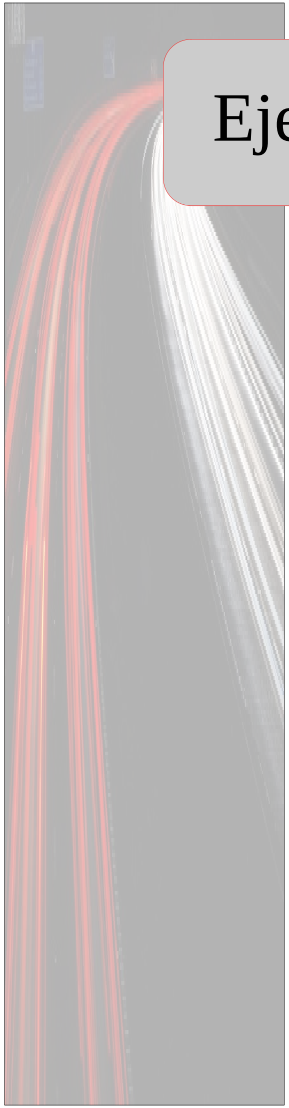
Cinemática en 1Dim

Análisis Gráfico

	RegiónI	RegiónII	RegiónIII	RegiónIV
Posición	+	-	-	+
Velocidad	-	-	+	+
Aceleración	+	+	+	+

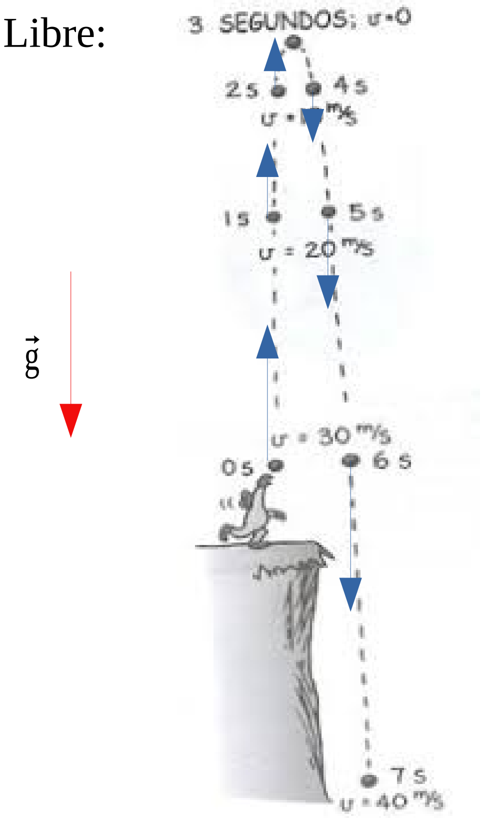
RegiónI	RegiónII	RegiónIII	RegiónIV
Movimiento hacia la izquierda, desacelerado	Movimiento hacia la izquierda, desacelerado	Movimiento hacia la derecha, acelerado	Movimiento hacia la derecha, acelerado



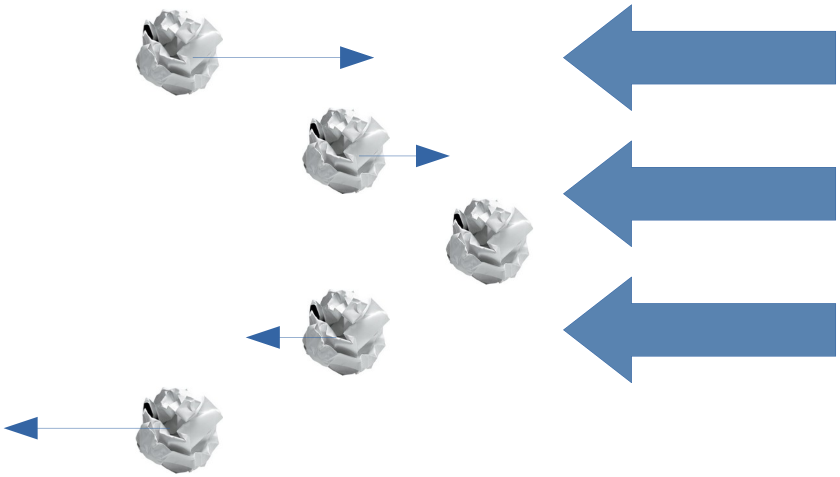


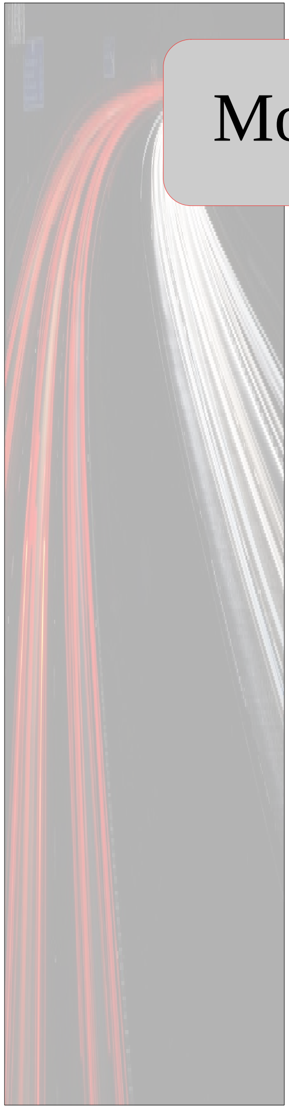
Ejemplos

Caida Libre:



Papel contra un viento constante:





Movimiento a Velocidad Constante

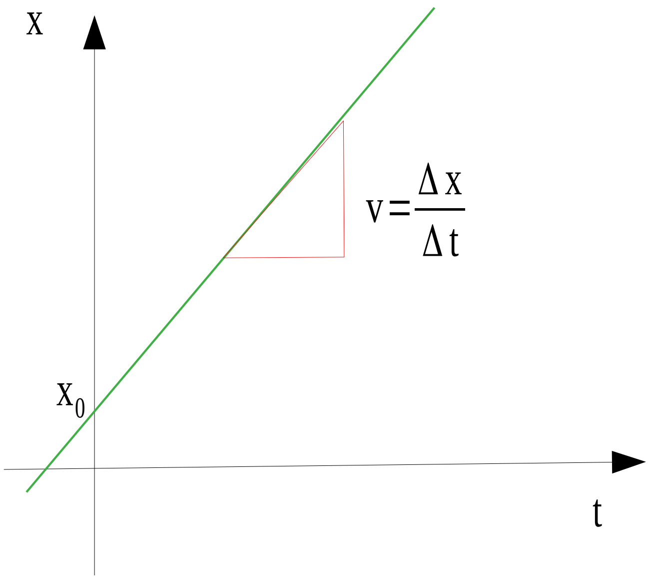
Velocidad Constante:

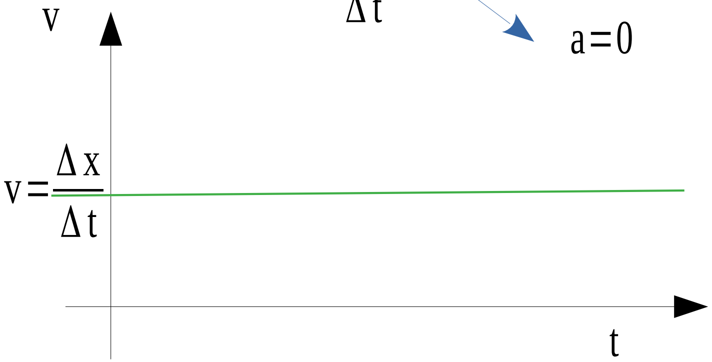
- Módulo Constante:
- Dirección y Sentido Constantes

Da lo mismo calcular la velocidad instantánea que la velocidad media

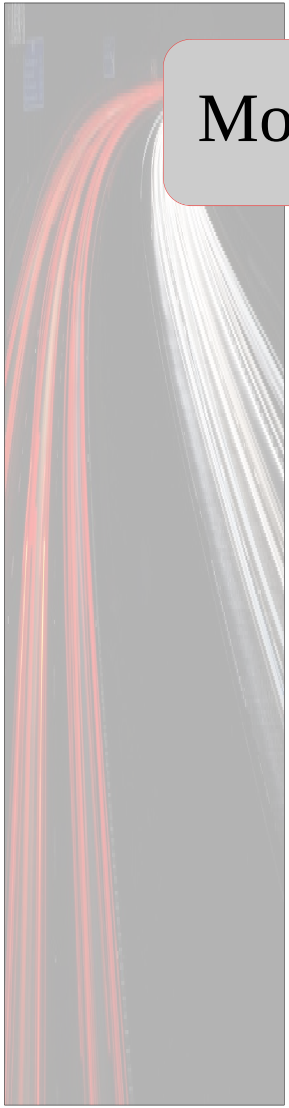
$$\vec{v}_M = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} \rightarrow \boxed{x(t) = x_0 + v\,t}$$

$$a = 0$$





Ejemplos: 1. propagación de frente
2. propagación de ondas



Movimiento con Aceleración Constante

Aceleración Constante: → Módulo Constante: → Dirección y Sentido Constantes

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t} \longrightarrow v(t)=v_0+at$$

Ec. de una recta

$$v=\frac{dx}{dt}$$

¿Cómo obtenemos x(t) ?

Opción 1.

$$x(t)=At^2+Bt+C$$

$$\frac{d}{dt}(\alpha t^n)=n\alpha t^{n-1}$$

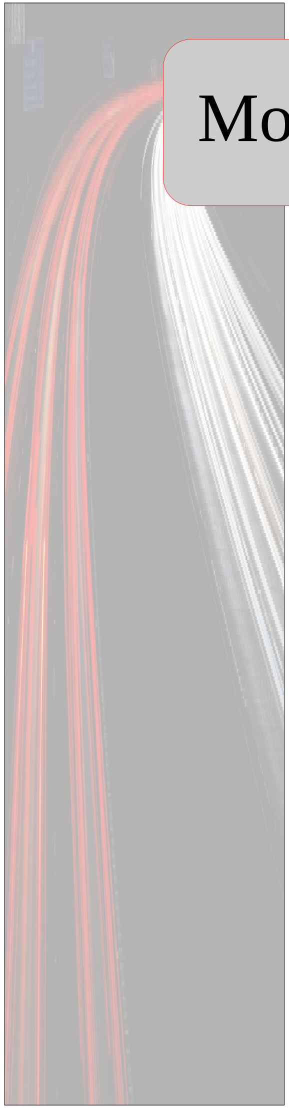
$$\longrightarrow v(t)=\frac{dx}{dt}=2At+B$$

$$v(t)=v_0+at$$

$$\longrightarrow 2A=a \quad B=v_0$$

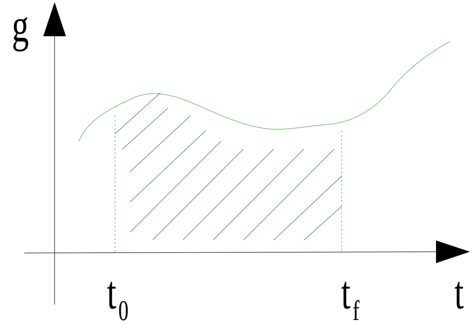
$$\longrightarrow \boxed{\begin{aligned} a(t)&=a\\ v(t)&=v_0+at\\ x(t)&=\frac{a}{2}t^2+v_0t+x_0 \end{aligned}}$$

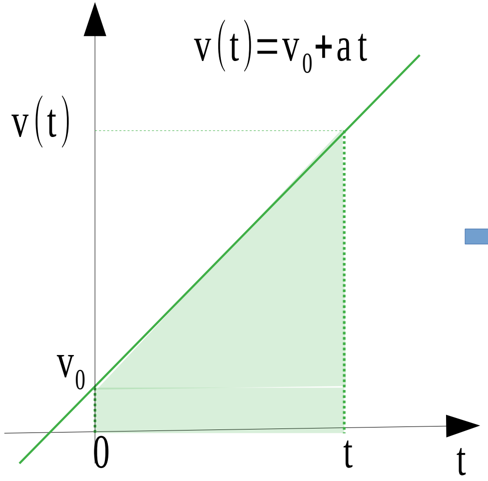
Ecs. Del movimiento uniformemente acelerado.



Movimiento con Aceleración Constante

Opción 2. $g(t)=\dfrac{df}{dt} \xrightarrow[\text{Integrando}]{} f(t)-f(t_0)=\int_{t_0}^{t} g(t')\,dt'$

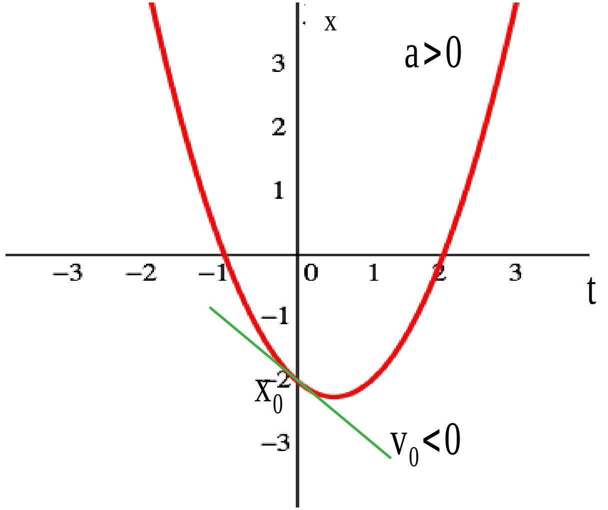


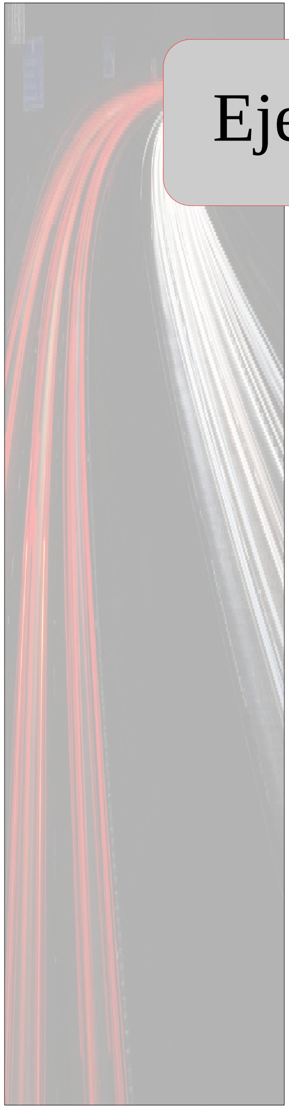


$$x(t)-x(0)=v_0 t+(at)(t)/2$$

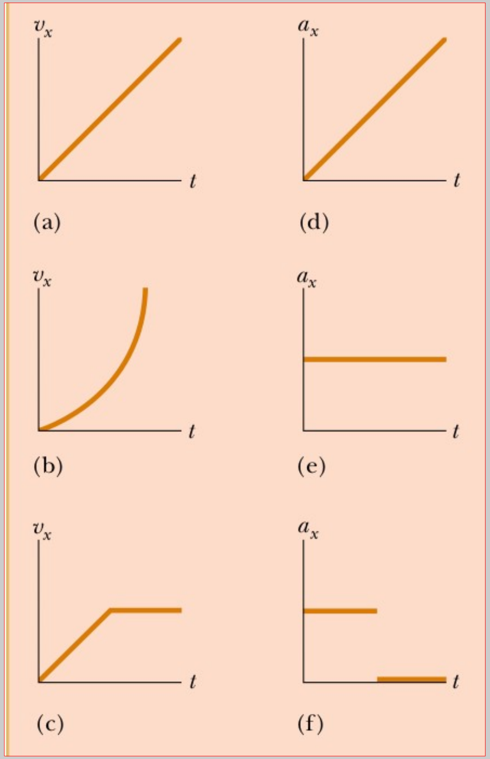
$$\boxed{\begin{aligned} x(t)&=x_0+v_0 t+\frac{a}{2}t^2\\ v(t)&=v_0+at\\ a(t)&=a \end{aligned}}$$

Ecs. Del movimiento uniformemente acelerado.



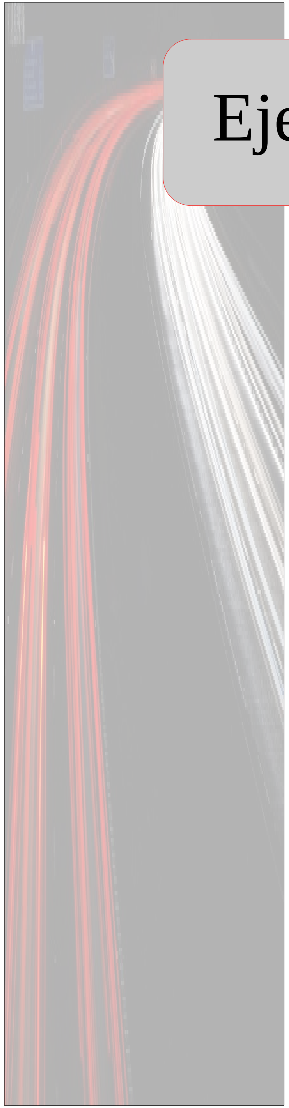


Ejercicio



1. Unir los gráficos de velocidad y aceleración correspondientes.

2. ¿Cómo serían los gráficos de x(t)?



Ejemplo 1

Un auto se mueve con rapidez constante de 45.0m/s cuando pasa por la posición de un inspector. Un segundo más tarde el inspector comienza a seguirlo a aceleración constante de 3.0m/s². ¿Cuánto tiempo le lleva alcanzarlo?

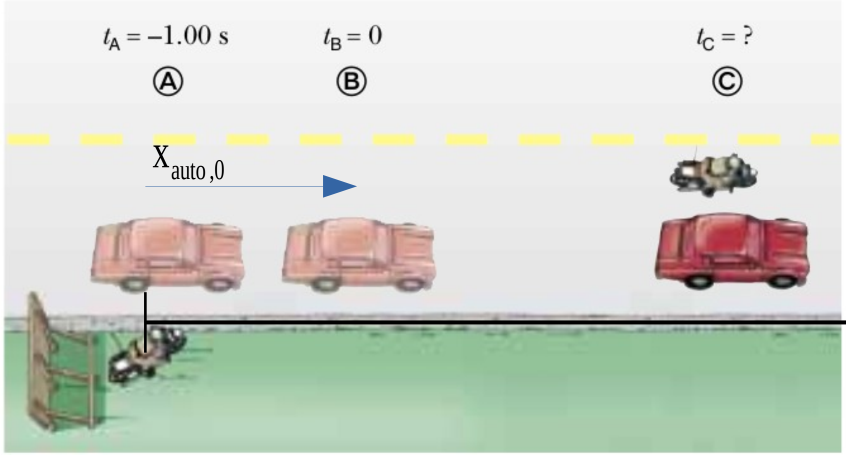


Figure 2.12 (Example 2.8) A speeding car passes a hidden trooper.

Movimiento del auto: velocidad constante

$$x_{auto}(t) = x_{auto,0} + v_{auto,0}\, t$$

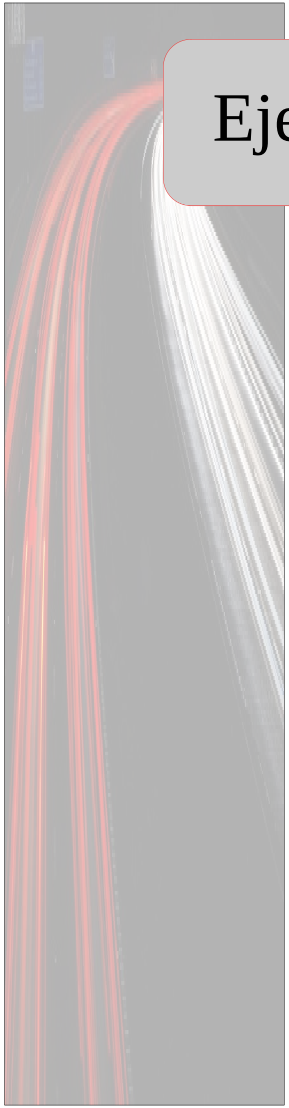
Movimiento del inspector: acelearción constante

$$x_{insp}(t) = x_{insp,0} + v_{insp,0}\, t + \frac{a t^2}{2}$$

$$x_{insp}(t) = \frac{a t^2}{2}$$

¿Para qué tiempo la posición de ambos es la misma?.

$$\frac{a t^2}{2} = x_{auto,0} + v_{auto,0}\, t \rightarrow \frac{at^2}{2} - v_{auto,0}\, t - x_{auto,0} = 0$$



Ejemplo 1

$$\frac{at^2}{2} - v_{auto,0}\,t - x_{auto,0} = 0$$

Como el auto se mueve a velocidad constante:

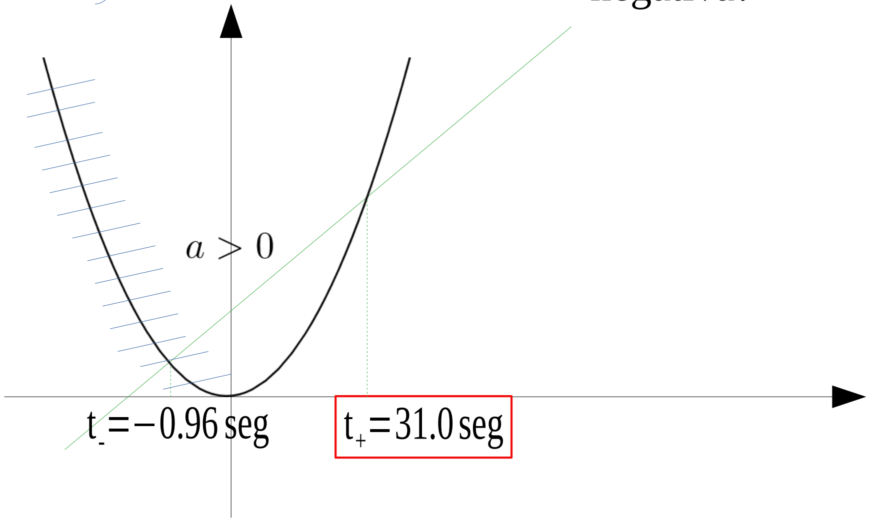
$$x_{auto,0} = v_{auto,0}\,\Delta t = 45.0\,m/s\,1.0\,s = 45.0\,m$$

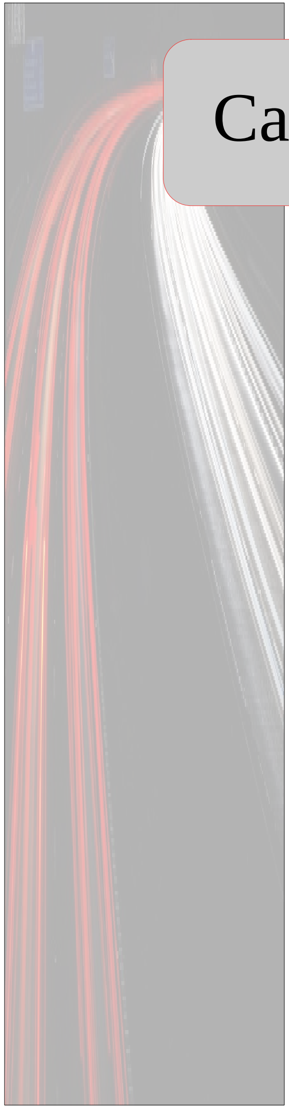
$$t = \frac{v_{auto,0} \pm \sqrt{v_{auto,0}^2 + 2a\,x_{auto,0}}}{a}$$

$\boxed{31.0\,seg}$

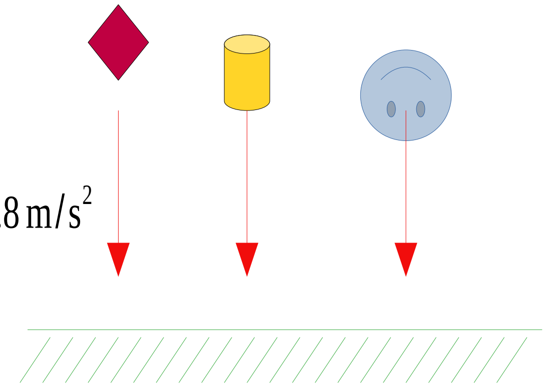
$-0.96\,seg$

¿Tiene algún sentido la solución negativa?





Caida Libre: MRUA



$|\vec{g}| = 9.8\,m/s^2$

Modelo de Caida Libre:

1. No hay interacción con el aire: no hay viento, ni rozamiento.

2. La distancia recorrida por el objeto es pequeña

3. El tiempo en el cual el objeto está en CL es pequeño.

Bajo estas condiciones, la caida libre puede ser aproximada por un MRUA

y

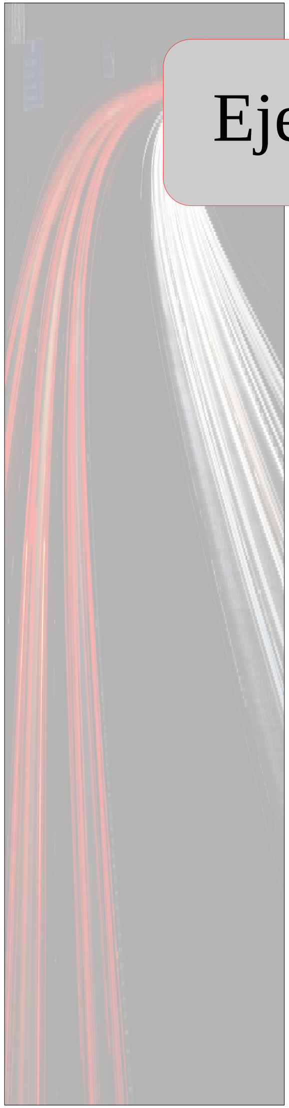
$$y(t) = \frac{-g}{2} t^2 + v_{y0} t + y_0$$

$$v_y(t) = -g\,t + v_{oy}$$

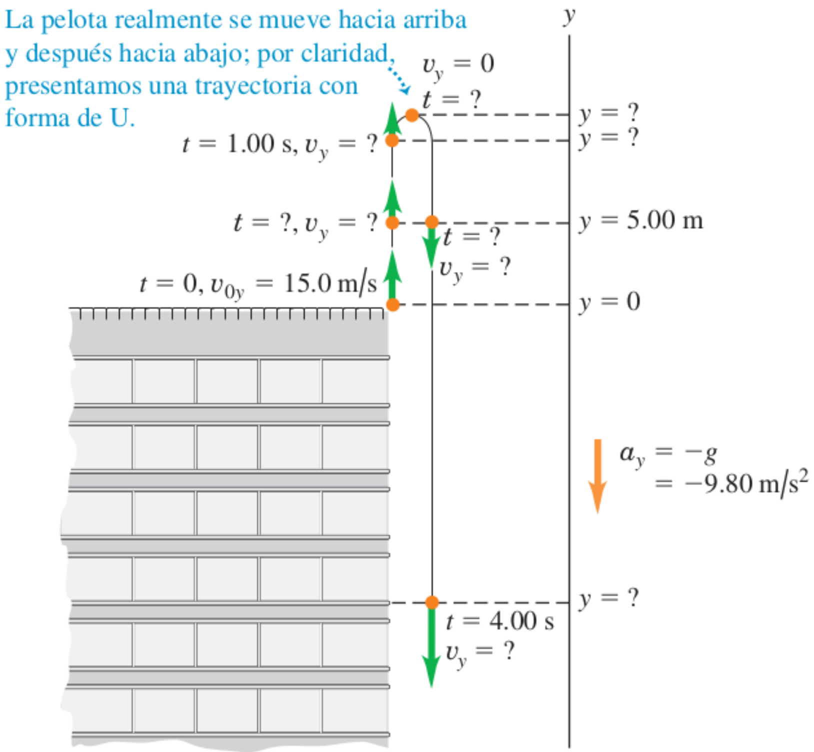
$$y(t) = \frac{g}{2} t^2 + v_{y0} t + y_0$$

$$v_y(t) = g\,t + v_{oy}$$

y



Ejemplo 2



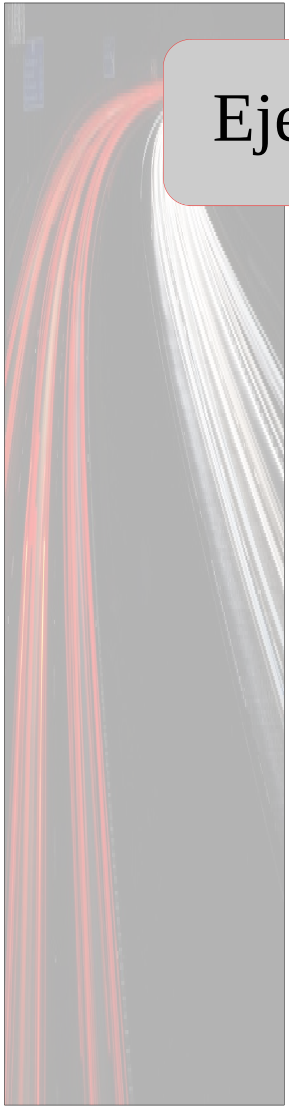
Una pelota es lanzada hacia arriba con rapidez de 15.0m/s desde lo alto de un edificio. Encuentre:

a. la posición y velocidad de la pelota luego de 1.0seg y 4.0seg.

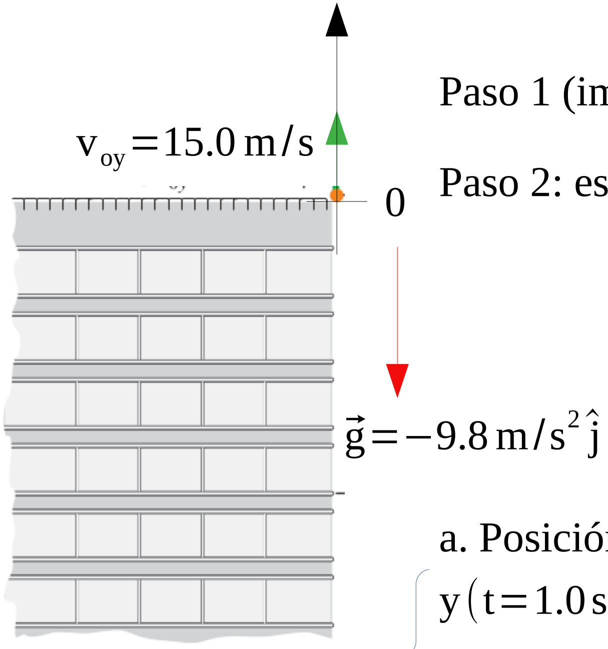
b. la altura máxima alcanzada y en qué tiempo se alcanza.

c. la velocidad cuando la pelota está 5.0m por encima del edificio.

d. la velocidad cuando la pelota pasa nuevamente por la altura del edificio, y el tiempo que demora en pasar. ¿Cómo se relaciona este tiempo con el tiempo que demora en llegar a la altura máxima?.



Ejemplo 1



Paso 1 (imprescindible): fijar sistema de coordenadas

Paso 2: escribimos ecuaciones de movimiento

$$\left\{ \begin{array}{l} y(t) = y_0 + v_{oy}\, t - g\, t^2/2 \\ v_y(t) = v_{oy} - g\, t \end{array} \right.$$

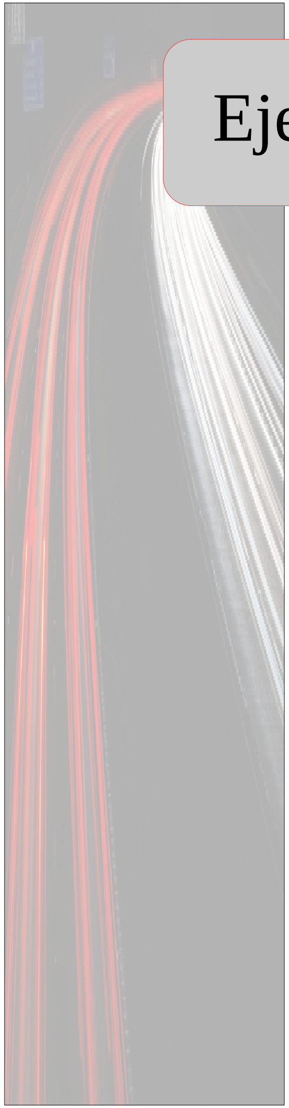
Usando las CI:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(t) = v_{oy}\, t - g\, t^2/2 \\ v_y(t) = v_{oy} - g\, t \end{array} \right.$$

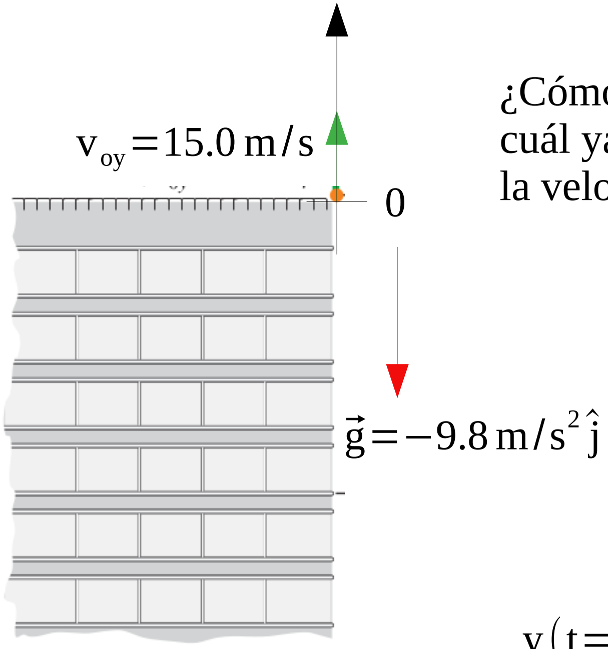
a. Posición y velocidad en 1.0s:

$$\left\{ \begin{array}{l} y(t = 1.0\, s) = 15.0\, m/s\; 1.0\, s - 9.8\, m/s^2\, 1.0\, s^2/2 = \\ \qquad = 10.1\, m \\ v_y(t = 1.0\, s) = 15.0\, m/s - 9.8\, m/s^2\, 1.0\, s = 5.2\, m/s \end{array} \right.$$

a. Posición y velocidad en 4.0s: (igual)



Ejemplo 1



¿Cómo encontramos la altura máxima?. Llega a una altura en la cuál ya no se sigue propagando. ¿Qué significa esto en términos de la velocidad? → $v_y(t^*)=0$

Sea t^* el tiempo en el cual $v_y(t=t^*)=0$

$$v_y(t^*)=0=v_{oy}-g\,t^* \longrightarrow \boxed{t^*=v_{oy}/g}$$

$$t^*=\frac{15.0\,m/s}{9.8\,m/s^2}\approx 1.53\,s$$

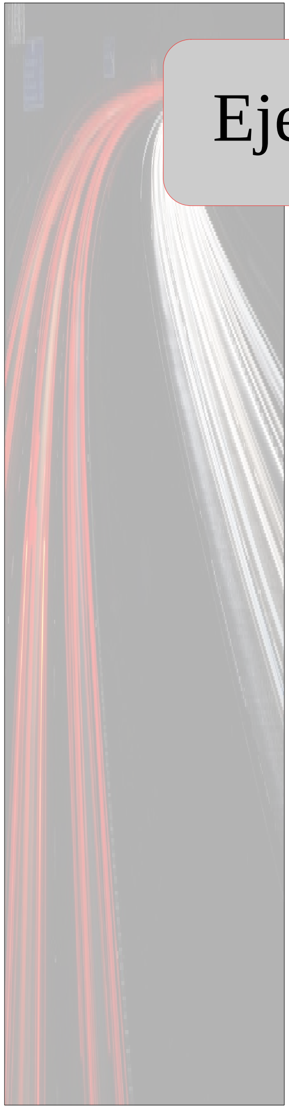
Sustituimos t* en la ec. y(t) para encontrar la altura máxima

$$y(t=t^*)=v_{oy}\,t^*-g\frac{t^{*2}}{2}$$

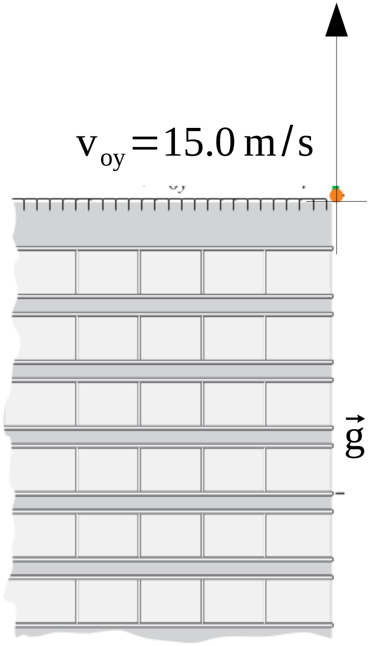
$$y(t=t^*)=v_{oy}\,v_{oy}/g-g\frac{(v_{oy}/g)^2}{2}$$

$$\longrightarrow \boxed{H_{max}=\frac{v_{oy}^2}{2g}}$$

$$H_{max}=\frac{(15.0\,m/s)^2}{2\times 9.8\,m/s^2}\approx 11.5\,m$$



Ejemplo 1



$v_{oy}=15.0\,m/s$

$\vec{g}=-9.8\,m/s^2\,\hat{j}$

$$y(t)-y_0=\frac{v_y^2-v_{oy}^2}{2a}$$

c. Velocidad cuando la pelota está a 5.0m de altura

Estrategia: independizarnos del tiempo

$$\left.\begin{array}{l} y(t)=v_{oy}\,t-g\,t^2/2 \\ v_y(t)=v_{oy}-g\,t \longrightarrow t=\dfrac{v_{oy}-v_y}{g} \end{array}\right\} \longrightarrow$$

$$\longrightarrow y(t)=v_{oy}\left(\frac{v_{oy}-v_y}{g}\right)-\frac{g}{2}\left(\frac{v_{oy}-v_y}{g}\right)^2$$

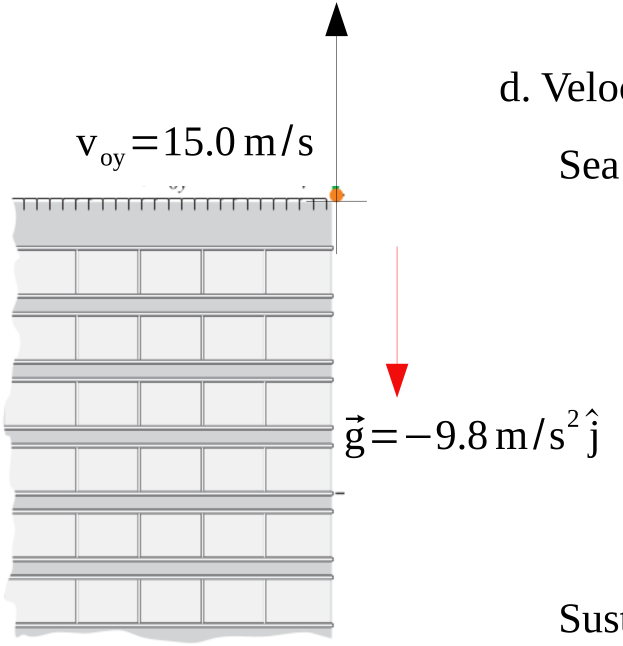
$$y(t)=\frac{v_{oy}^2}{g}-\frac{v_{oy}\,v_y}{g}-\frac{g}{2}\left(\frac{v_{oy}^2+v_y^2-2\,v_{oy}\,v_y}{g^2}\right)$$

$$\boxed{y(t)=\frac{v_{oy}^2-v_y^2}{2g}} \longrightarrow v_y^2=v_{oy}^2-2gy(t)$$

$$v_y=\pm\sqrt{(15.0\,m/s)^2-2\times 9.8\,m/2^2\times 5.0\,m}$$

$$\approx\pm 11.3\,m/s$$

Ejemplo 1



d. Velocidad a la altura del edificio y tiempo.

Sea t^{**} el tiempo en el cual $y(t = t^{**}) = 0$

$$y(t^{**}) = 0 = v_{oy}\,t^{**} - g\,t^{**2}/2$$

$$0 = t^{**}(v_{oy} - g\,t^{**}/2)$$

$t^{**} = 0$ ¡Condición inicial!

$$\boxed{t^{**} = 2(v_{oy}/g)}$$

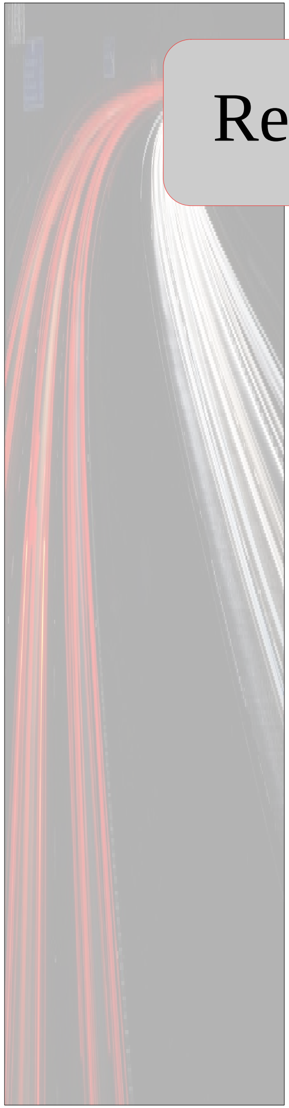
¡2 veces el tiempo que demora en llegar a la altura máxima!

Sustituyo t** en $v_y(t)$

$$v_y(t^{**}) = v_{oy} - g\,t^{**} = = v_{oy} - \left(\frac{2\,v_{oy}}{g}\right)g$$

$$\boxed{v_y(t^{**}) = -v_{oy}}$$

¡Pasa por el mismo punto con la misma rapidez, pero en sentido contrario!



Referencias

[1] Física para Ciencias y Ingeniería, Serway. Cap.2 secciones 4-7

[2] Física Universitaria, Sears. Cap2. Secciones 4-6