Universidad de la República
Facultad de Ciencias
Centro de Matemática

Matemática II, módulo 1
Segundo semestre 2019

Examen. 05/08/2020.

Nombre:

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 3 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}; \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 4 & 7 & 1 & 8 \\ -1 & -2 & 1 & -3 \\ 5 & 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

1. Calcular sus determinantes.
2. Investigar si son invertibles y en caso afirmativo hallar sus inversas.
3. Sea $C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.
   a) Hallar una matriz X tal que $AX = C$.
   b) Hallar una matriz Y tal que $YA = C$.
4. Probar que 0 es un valor propio de la matriz B y hallar un vector propio correspondiente.

Nota. Para aprobar se requieren 50 puntos sobre 100 (son 5 partes de 20 puntos cada una).

Solución

1. $\det A = -1$ y $\det B = 0$.

2. Por la parte anterior A es invertible y B no lo es. La inversa es $A^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -5 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 4 & 10 \end{pmatrix}$.

3. *a*)
$$X = A^{-1}C = \begin{pmatrix} -6 & -1 & 1 \\ 4 & 1 & 0 \\ 13 & 3 & -1 \end{pmatrix}.$$

   b)
$$Y = CA^{-1} = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 8 \\ 1 & -1 & -2 \\ 1 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

4. Es $\chi_B(0) = \det B = 0$, luego 0 es un valor propio de la matriz B. Un vector propio es $(5, -4, 0, 1)$.