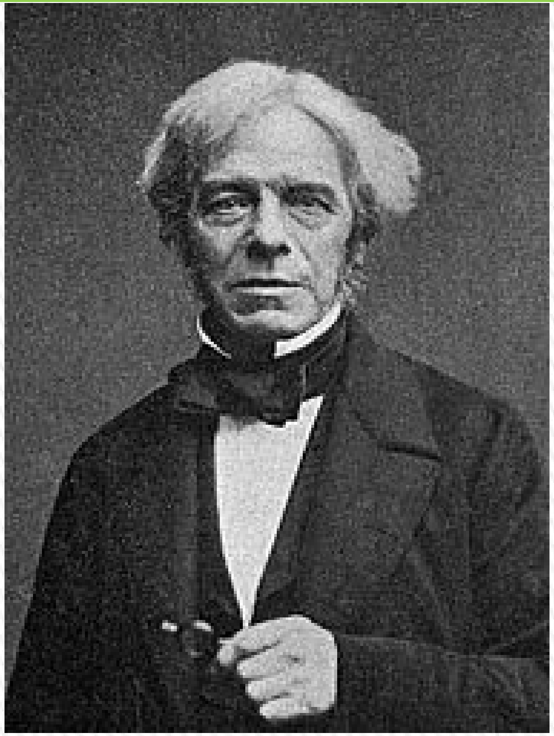
01.2-CAMPO ELÉCTRICO

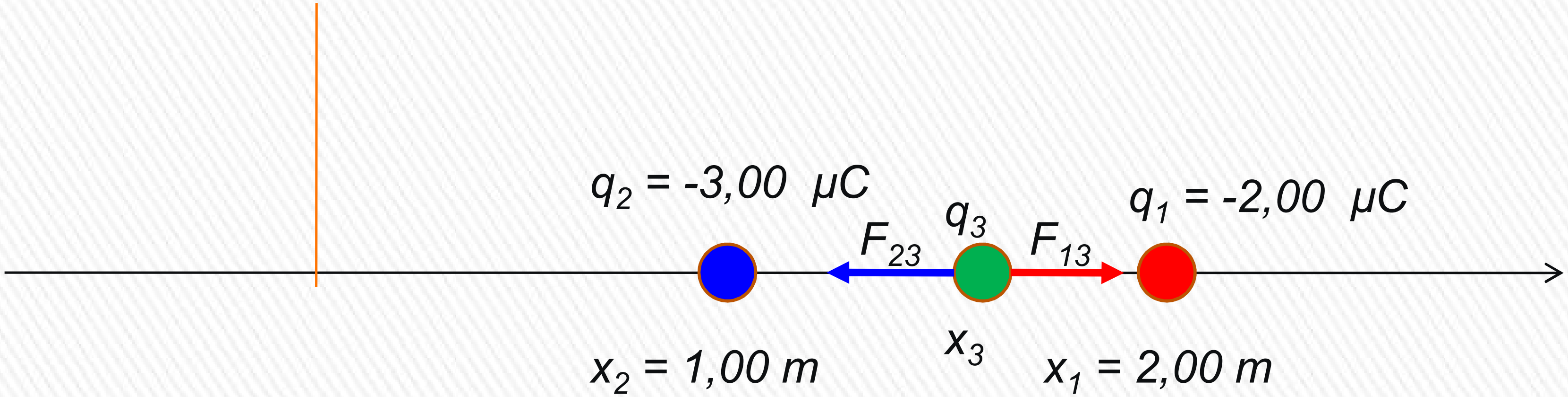


Michael Faraday
(1791-1867)

La fotografía muestra la caída de un rayo sobre un árbol cerca de algunas casas en una zona rural.
Los relámpagos están asociados con campos eléctricos muy intensos que se generan en la atmósfera.

Ejercicio 1.1.1

Tres cargas puntuales están a lo largo del eje *x*. Una carga q_1 = *-2,00 μC* está en *x* = *2,00 m* y una carga q_2 = *-3,00 μC* está en *x* = *1,00 m.*
¿En dónde debe colocarse una tercera carga positiva q_3, de modo que la **fuerza resultante sobre ella sea cero**?



¿En qué parte debo ubicar a q_3, a la izquierda de q_2, entre q_2 y q_1 o a la derecha de q_1?
¿Podría no estar sobre el eje *x*?
¿Estará más cerca de q_2 o q_1?

Para que la fuerza resultante sobre q_3 sea nula: $F_{13} = F_{23}$

$$k_E \frac{q_1 q_3}{(x_1 - x_3)^2} = k_E \frac{q_2 q_3}{(x_3 - x_2)^2} \quad \frac{q_1}{(x_1 - x_3)^2} = \frac{q_2}{(x_3 - x_2)^2} \quad q_1(x_3 - x_2)^2 = q_2(x_1 - x_3)^2$$

Ejemplo 1.1.1

$$q_1(x_3 - x_2)^2 = q_2(x_1 - x_3)^2 \qquad x_3 = x$$

$$2(x-1)^2 = 3(2-x)^2 \qquad 2(x^2 - 2x + 1) = 3(4 - 4x + x^2)$$

$$2x^2 - 4x + 2 = 12 - 12x + 3x^2$$

$$x^2 - 8x + 10 = 0$$

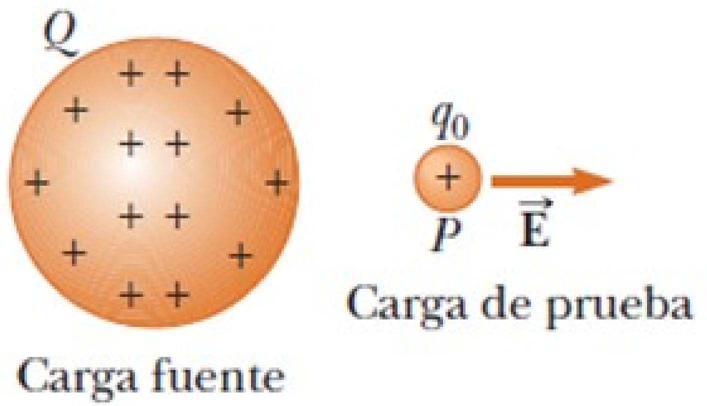
$$x = \frac{8 \pm \sqrt{(-8)^2 - 4(1)(10)}}{2} = \frac{8 \pm \sqrt{24}}{2} = \begin{cases} 6{,}4495 \\ 1{,}5505 \end{cases}$$

x_3 = 1,55 m

CAMPO ELÉCTRICO

La Tierra produce un campo gravitatorio que ejerce una fuerza (atracción gravitatoria) sobre nosotros que actúan a través del espacio a pesar de no existir contacto físico entre los objetos que interactúan.
El campo gravitacional **g** se define como la fuerza gravitacional $\mathbf{F}_g$ *que actúa sobre una partícula de prueba de masa m dividida entre esa* masa: $\mathbf{g} = \mathbf{F}_g/m$.

Existe un **campo eléctrico** en la región del espacio que rodea a un objeto con carga (**carga fuente).**
Cuando otro objeto con carga (**carga de prueba)** entra en este campo**,** una **fuerza eléctrica** actúa sobre él.



Definición: Campo eléctrico (E) en un punto en el espacio es la fuerza eléctrica $\mathbf{F}_E$, *que actúa sobre una carga de prueba positiva* q_0 *colocada en ese punto, dividida entre* la carga de prueba.

*El concepto de campo fue desarrollado por **Michael Faraday** (1791-1867)* en relación con las fuerzas eléctricas.

$$\overline{E} = \frac{\overline{F_E}}{q_0}$$

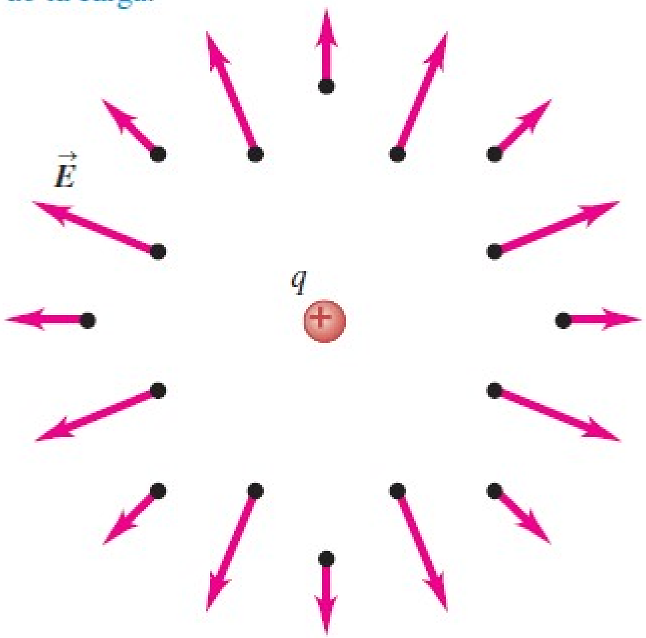
El campo eléctrico es un vector

CAMPO ELÉCTRICO

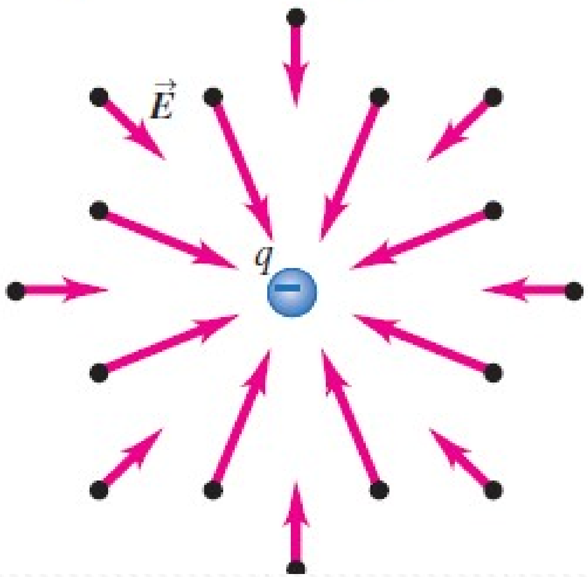
Unidad de campo eléctrico en SI: newton/coulomb (N/C) o volt/metro (V/m)

ATENCIÓN: **E** es el campo producido por una carga o distribución de cargas sin tener en cuenta el que produce la carga de prueba.
La presencia de una carga de prueba no es necesaria para que el campo exista (sólo sirve como *detector* del campo eléctrico).
El sentido de **E**, es el de la fuerza que experimenta una carga de prueba positiva cuando es colocada en el campo.

a) El campo producido por una carga puntual positiva apunta en una dirección que se *aleja de* la carga.



b) El campo producido por una carga puntual negativa apunta *hacia* la carga.

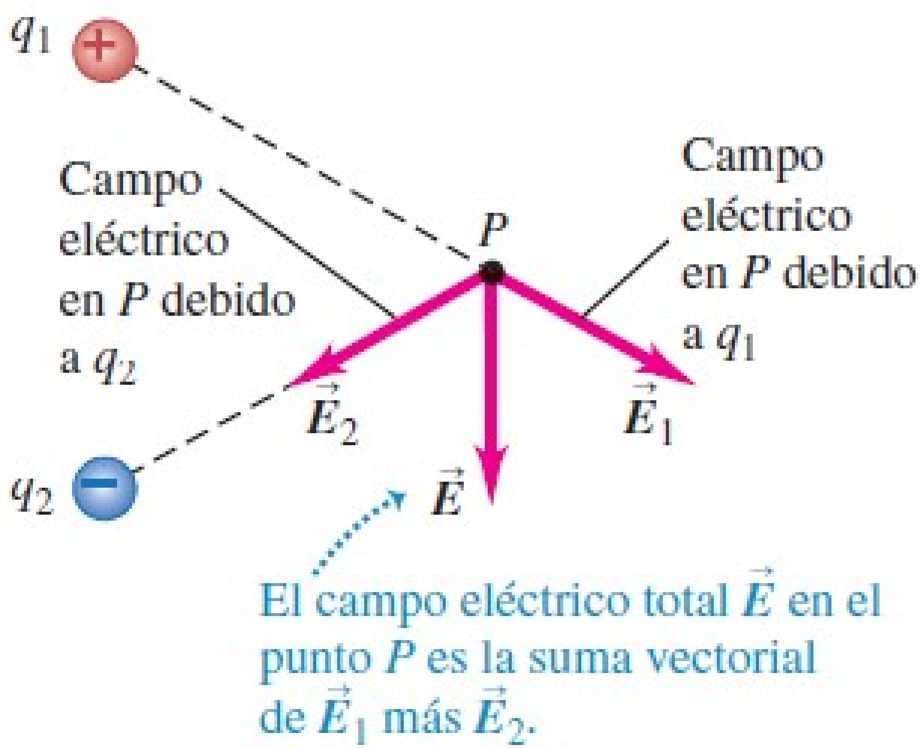


CAMPO ELÉCTRICO - SUPERPOSICIÓN

Se cumple el principio de superposición.

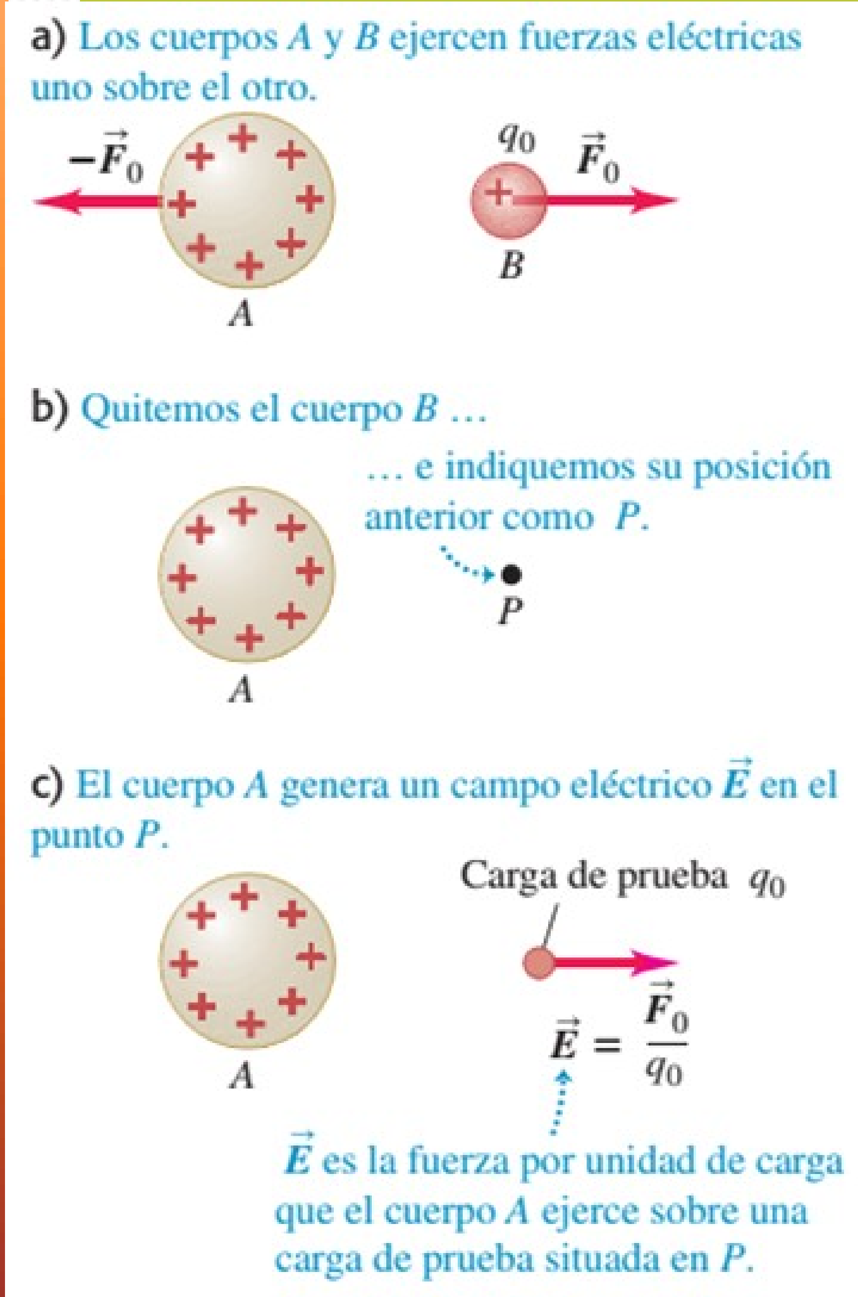
En cualquier punto *P, el campo* eléctrico total debido a un grupo de cargas fuente es igual a la suma vectorial de los campos eléctricos de todas las cargas.

$$\overline{E} = k_e \sum_i \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$



El campo eléctrico ***E*** experimentado por una carga puntual no depende del valor de esa carga.
El valor de ***E*** está determinado por las cargas que producen el campo, no por la carga que lo experimenta.
Si el campo ***E*** en el punto *P se debe a dos o más cargas* puntuales, ***E*** es la **suma vectorial** de los campos producidos por las cargas individuales.

CAMPO ELÉCTRICO



Si conozco el campo eléctrico en un punto, puedo hallar la fuerza que actúa sobre una carga que coloque allí.
No es necesario conocer el valor ni la posición de las cargas que crean el campo.

Ejemplo: un ion Na^+ tiene una carga igual a q = e = $1,6 \times 10^{-19}$ C.
Si el campo en una membrana celular es 10^6 N/C, la fuerza sobre el ion vale F= q.E

$$F = (1,6 \times 10^{-19}\ C).(10^6\ N/C) = 1,6 \times 10^{-13}\ N$$

ATENCIÓN:
Siempre suponemos que la carga de prueba no perturba la distribución original de las cargas que crean el campo eléctrico.

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

Forma de visualizarlo: **líneas de campo eléctrico,** (Faraday),

•El vector **E** del campo eléctrico es tangente a la línea del campo eléctrico en cada punto. La dirección y sentido de la línea, indicada por una punta de flecha, es igual al vector del campo eléctrico.

• El número de líneas por unidad de área que pasan a través de una superficie perpendicular a dichas líneas es proporcional a la magnitud del campo eléctrico en dicha región.

Las reglas para dibujar las líneas de un campo eléctrico son las siguientes:

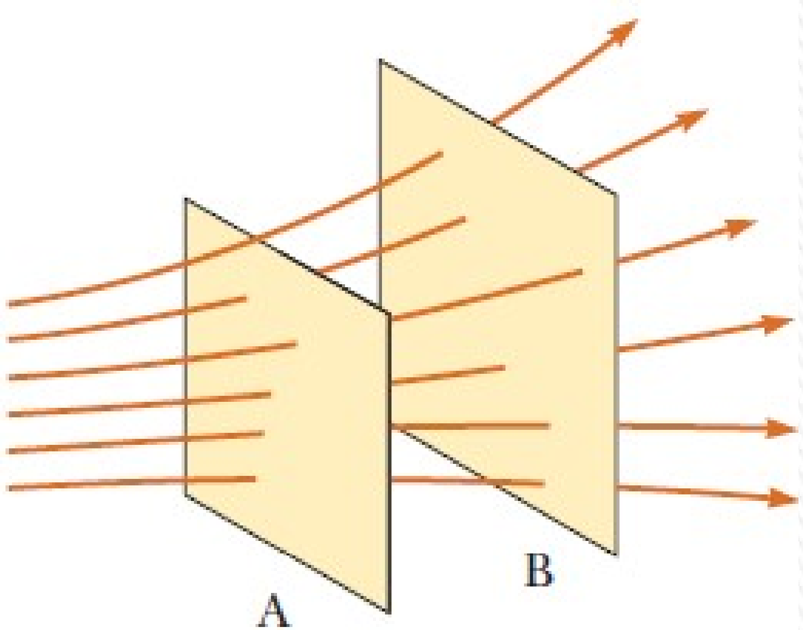
1. Las líneas deben empezar en una carga positiva y terminar en una carga negativa.

2. En caso de que haya exceso en cualquier carga, algunas líneas empezarán o terminarán en el infinito.

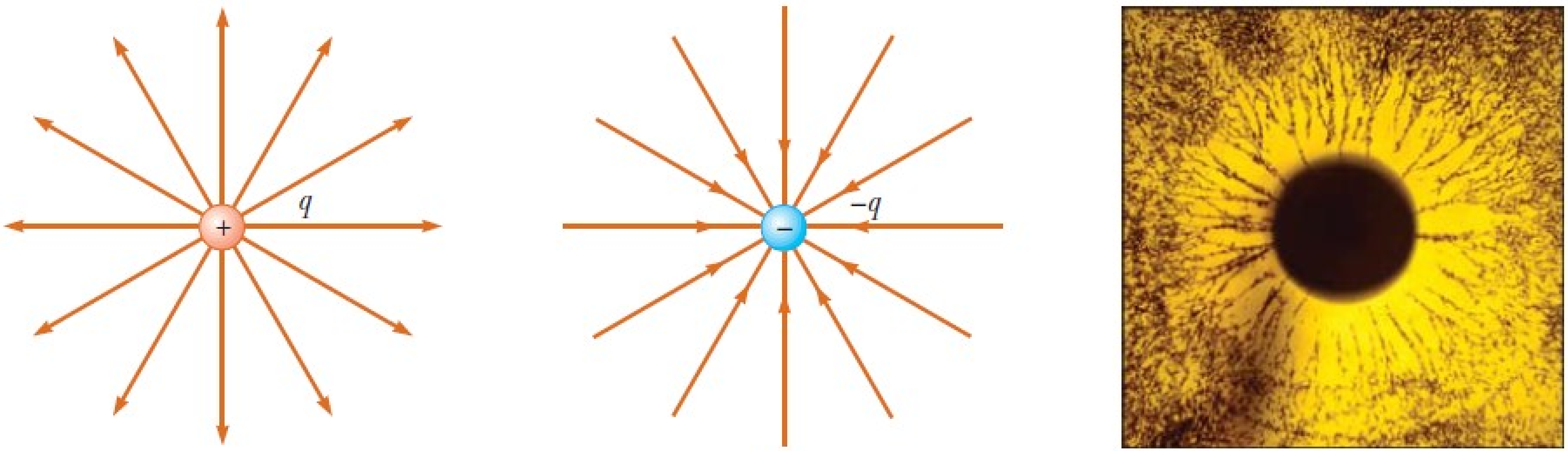
3. El número de líneas dibujadas que salen de una carga positiva o se acercan a una carga negativa será proporcional a la magnitud de dicha carga.

4. Dos líneas de campo no se pueden cruzar.

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO

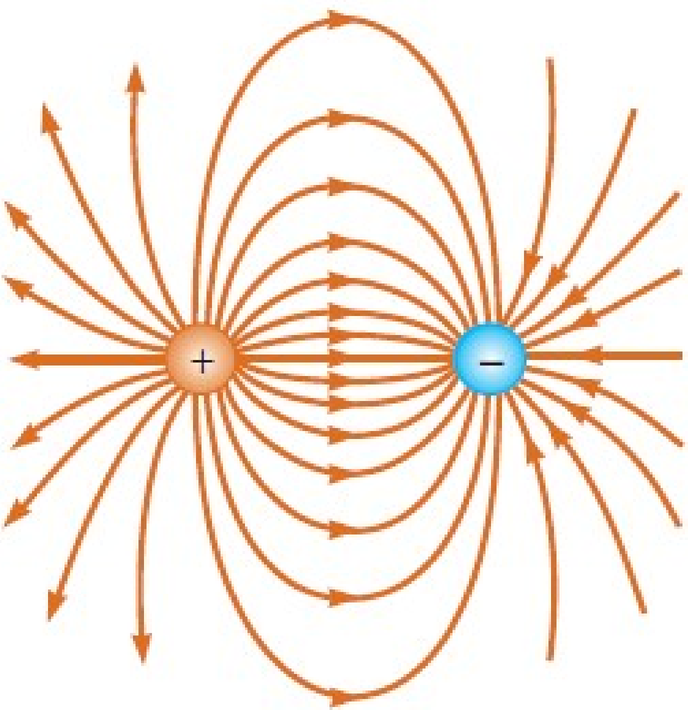


Líneas de campo eléctrico que atraviesan dos superficies.
La magnitud del campo es mayor en la superficie A que en la B.

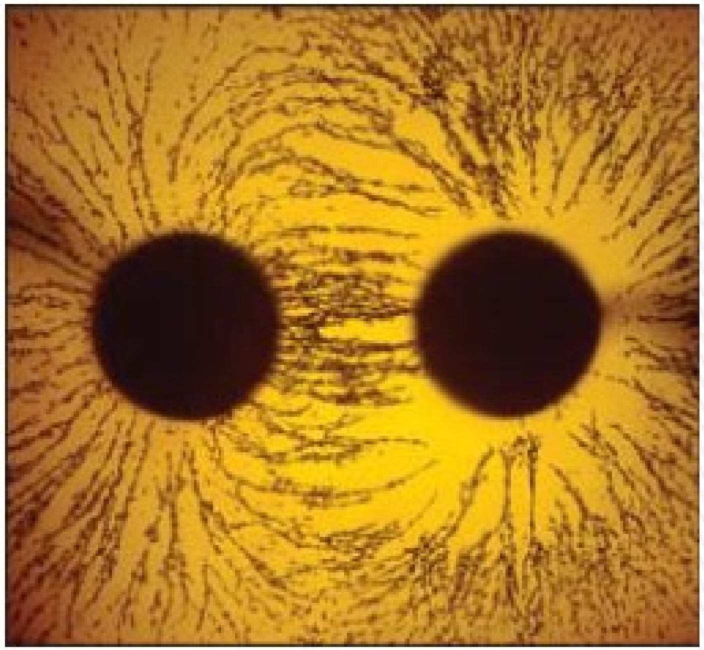


a) b) c)

LÍNEAS DE CAMPO ELÉCTRICO



a)



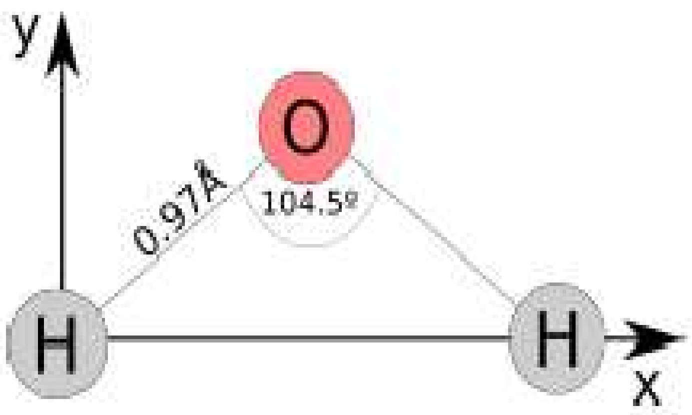
b)

a) Líneas de campo eléctrico para dos cargas puntuales de igual magnitud y de signo opuesto (un dipolo eléctrico). El número de líneas que salen de la carga positiva es igual al número que termina en la carga negativa.

b) Pequeñas partículas suspendidas en aceite se alinean con el campo eléctrico.

Ejemplo 1.1.2

La molécula de agua (H_2O) está compuesta por un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno como se muestra en la figura. El ángulo formado por los enlaces O-H es de 104,5° y la distancia entre el átomo de oxígeno y uno de hidrógeno es de 0,97 Å.



Encuentre la fuerza neta ejercida por los dos átomos de hidrógeno sobre el átomo de oxígeno. Asuma que cada hidrógeno tiene una carga +*e* y el oxígeno una carga -2*e*.

b) Encuentre el campo eléctrico neto causado por los dos átomos de hidrógeno en el punto donde se encuentra el oxígeno (ignore la presencia del oxígeno).

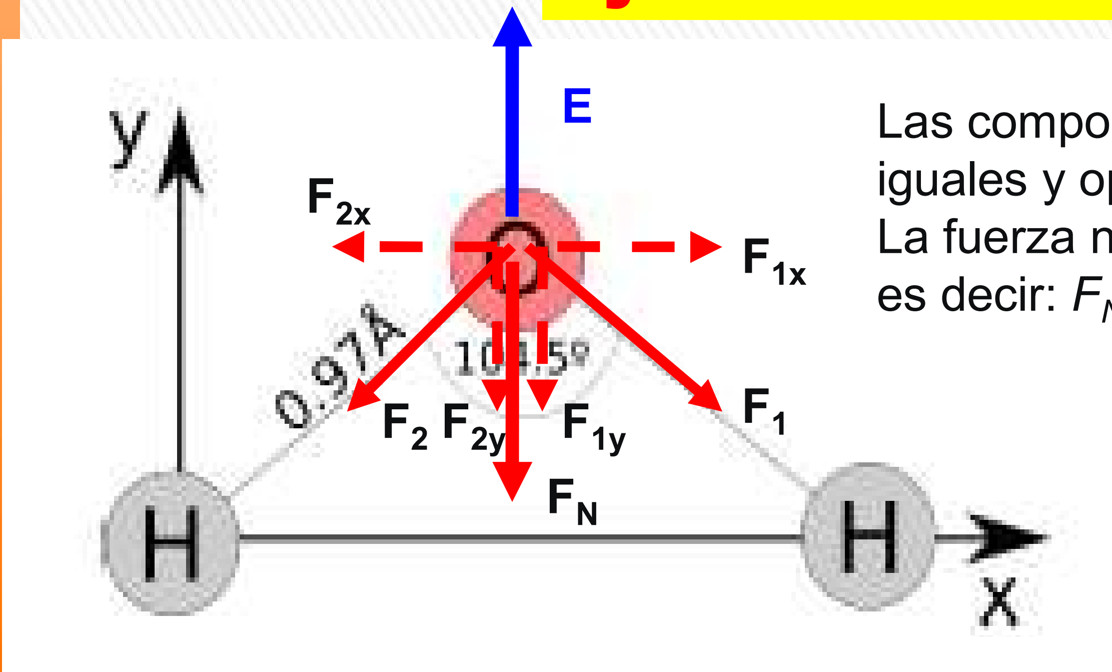
El módulo de la fuerza que uno de los hidrógenos ejerce sobre el átomo de oxígeno, está dado por la ley de Coulomb:

$$F = k_E \frac{|q_1||q_2|}{r^2} \qquad k_E \frac{|-2e||e|}{r^2} = 2k_E \frac{e^2}{r^2}$$

$$F = 2(8{,}988 \times 10^9)\frac{(1{,}602 \times 10^{-19})^2}{(0{,}97 \times 10^{-10})^2} = 4{,}903 \times 10^{-8}\ N$$

La dos fuerzas tienen igual módulo, pero las debemos sumar vectorialmente

Ejercicio 1.1.2 a)



Las componentes horizontales (F_{1x}, F_{2x}) son iguales y opuestas, se cancelan entre sí.
La fuerza neta, será entonces igual a $F_{1y} + F_{2y}$ es decir: $F_N = 2F_{1y} = 2F_1\cos(\theta/2)$

$$F_N = 2F_1\cos(\theta/2) = 2(4{,}903\times10^{-8})\cos(104{,}5°/2) = 6{,}00\times10^{-8}\ N$$

***F_N* = 6,0×10⁻⁸ N (vertical hacia abajo)**

b) Si conozco la fuerza, puedo calcular el campo como: $\overline{\boldsymbol{E}} = \dfrac{\overline{\boldsymbol{F}}}{q}$

El módulo vale: $E = \dfrac{F}{q} = \dfrac{6{,}00\times10^{-8}\ N}{2\times1{,}602\times10^{-19}} = 1{,}87\times10^{11}\ N/C$

El campo eléctrico entonces vale ***E*** **= 1,9×10¹¹ N (vertical hacia arriba)**

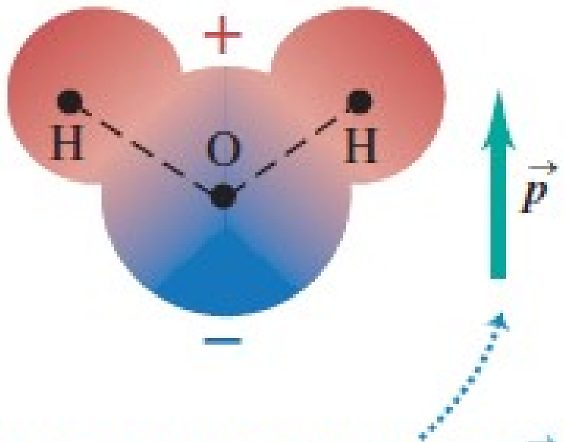
DIPOLO ELÉCTRICO

Dipolo eléctrico: par de cargas puntuales de igual magnitud y signos opuestos (una carga +*q y otra -q*) ***separadas por una distancia d pequeña*** *(ó 2a ó l).*

Muchos sistemas físicos, desde las moléculas hasta las antenas de televisión, se pueden describir como dipolos eléctricos.

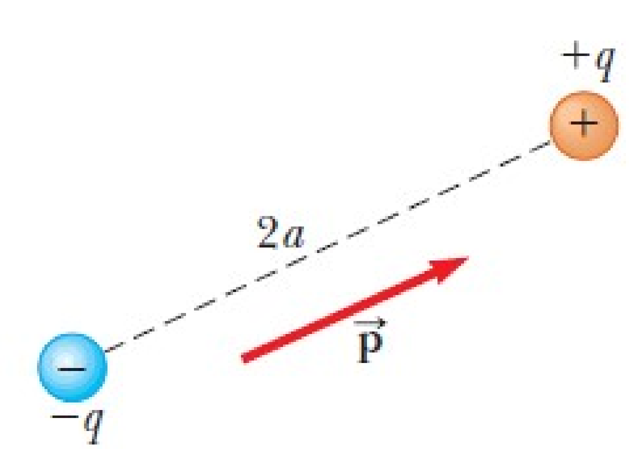
Molécula de agua (H_2O), se comporta como un dipolo eléctrico.
Si bien es eléctricamente neutra; los enlaces químicos dentro de la molécula ocasionan un desplazamiento de la carga: hay una carga neta negativa en el extremo del oxígeno de la molécula, y una carga neta positiva en el extremo de los hidrógenos, formando así un dipolo eléctrico.
El efecto es equivalente a un desplazamiento de cargas de apenas 4×10^{-11} m.
Las consecuencias de este desplazamiento son profundas; el agua es un magnífico solvente para las sustancias iónicas como las sales porque la molécula de agua es un dipolo eléctrico .

a) Una molécula de agua, con la carga positiva en color rojo, y la carga negativa en azul



El momento dipolar eléctrico $\vec{p}$ está dirigido del extremo negativo al extremo positivo de la molécula.

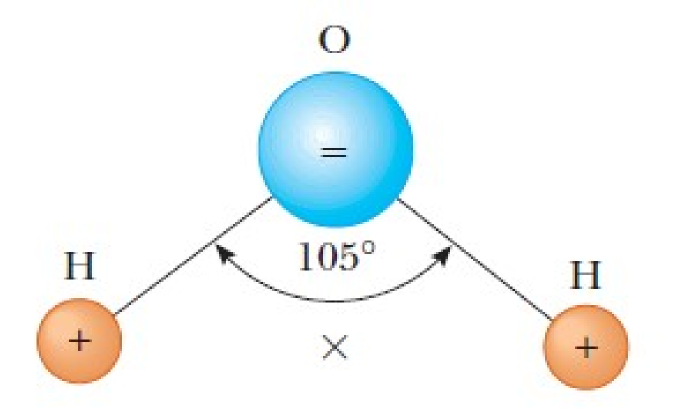
DIPOLO ELÉCTRICO



Dipolo eléctrico formado por dos cargas de magnitudes iguales y signos opuestos separados por una distancia 2*a.*
El ***momento del*** **dipolo eléctrico p (momento dipolar)** está orientado desde -*q hacia* +*q.*

$$p = 2aq = ql$$

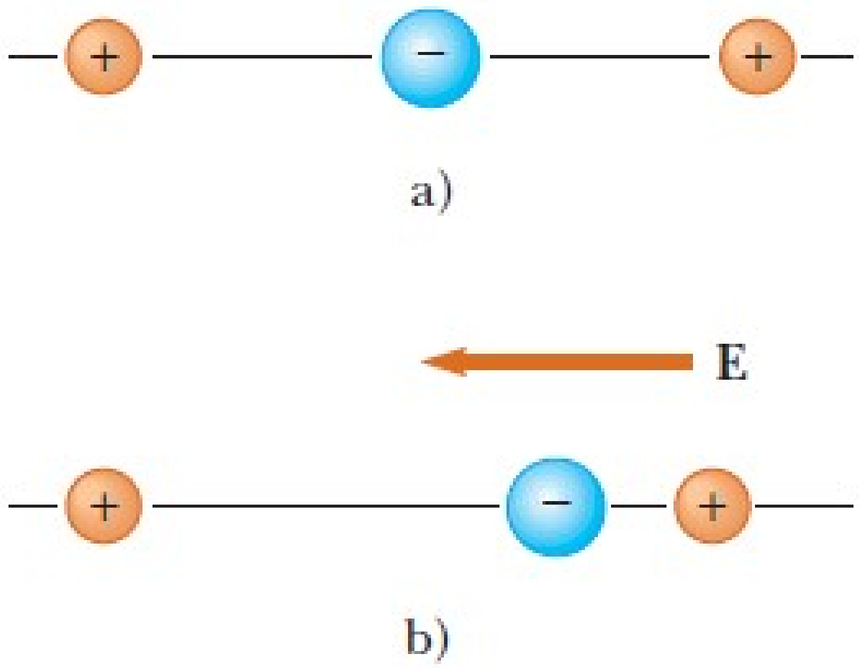
El dipolo eléctrico es un buen modelo de muchas moléculas.
Los átomos y moléculas neutros se comportan como dipolos cuando se colocan en un campo eléctrico externo.



La molécula de agua, H_2O, tiene una polarización permanente debido a su geometría no lineal.
El centro de la distribución de la carga positiva está en el punto × .

Veremos que el campo eléctrico que crea un dipolo para distancias grandes es proporcional a p y decrece como $1/r^3$.

DIPOLO ELÉCTRICO



a) Una molécula lineal simétrica no tiene una polarización permanente.

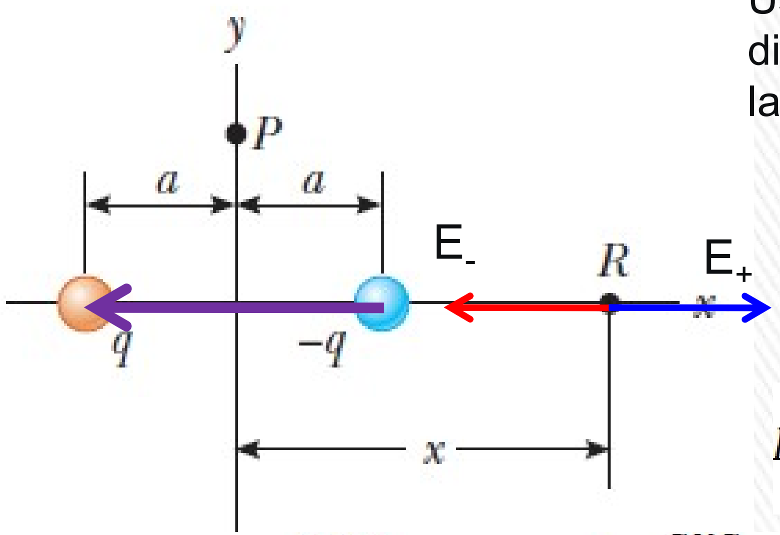
Pero puede ser inducida colocando la molécula en un campo eléctrico: si tenemos un campo que se dirige hacia la izquierda:

b) Un campo eléctrico externo induce una polarización en la molécula.

En la figura el centro de la distribución de cargas positivas se desplaza hacia la izquierda en relación con su posición inicial, y que el centro de la distribución de cargas negativas se desplazara hacia la derecha. Esta *polarización inducida es el efecto predominante en la mayor parte de los* materiales que se utilizan como dieléctricos en los capacitores

EJEMPLO- Ejercicio 1.1.8

Para un dipolo hallar el campo eléctrico en un punto distante sobre la recta que une a las cargas y en un punto distante sobre la recta que pasa por el centro del dipolo y es perpendicular a la recta que une a las cargas.



Uso el principio de superposición: el campo del dipolo será la suma vectorial del campo E_+ que crea la carga +q más el campo E_- que crea la carga -q

Campo sobre R (considero que *x* >> *a*) .

$$E = E_+ + E_- = k_E \frac{q}{(x+a)^2} - k_E \frac{q}{(x-a)^2}$$

$$E = k_E \frac{q(x-a)^2 - q(x+a)^2}{(x+a)^2(x-a)^2} = k_E \frac{-4axq}{(x^2-a^2)^2}$$

$$E = -4k_E \frac{axq}{(x^2-a^2)^2} \approx -4k_E \frac{axq}{x^4} = -4k_E \frac{aq}{x^3} = -2k_E \frac{p}{x^3}$$

$$\boxed{\bar{E}(x) = 2k_E \frac{\bar{p}}{x^3}}$$

$$E = k_E \frac{q(x-a)^2 - q(x+a)^2}{(x+a)^2(x-a)^2} = k_E \frac{q(x^2-2ax+a^2) - q(x^2+2ax+a^2)}{(x^2+2ax+a^2)(x^2-2ax+a^2)}$$

$$= k_E q \frac{x^2-2ax+a^2-(x^2+2ax+a^2)}{x^4-2ax^3+a^2x^2+2ax^3-4a^2x^2+2a^3x+a^2x^2-2a^3x+a^4}$$

$$= k_E q \frac{x^2-2ax+a^2-(x^2+2ax+a^2)}{x^4-2a^2x^2+a^4} = k_E q \frac{-4ax}{(x^2-a^2)^2}$$

DIPOLO ELÉCTRICO

Campo sobre el punto P .

$$\overline{\boldsymbol{E}} = \overline{\boldsymbol{E}}_+ + \overline{\boldsymbol{E}}_- = 2E_+ \cos\theta\, \hat{\boldsymbol{\imath}}$$

$$E_+ - k_E \frac{q}{y^2 + a^2} \qquad \cos\theta = \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}}$$

$$E = 2k_E \frac{q}{y^2 + a^2} \frac{a}{\sqrt{y^2 + a^2}} = 2k_E \frac{qa}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$E = 2k_E \frac{qa}{(y^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}} \cong 2k_E \frac{qa}{y^3} = k_E \frac{p}{y^3}$$